

УДК 537.312.62

© 1990

## ТЕМПЕРАТУРА СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПЕРЕХОДА МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУР. ПЛОСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗИНГА С ФРУСТРАЦИЕЙ

В. А. Черенков, В. Е. Гришин

В плоской модели Изинга с фрустрацией и дефектностью рассмотрена сверхпроводимость многослойной структуры со слабым джозефсоновским взаимодействием между слоями. Найден аналитическое выражение для температуры сверхпроводящего перехода системы и гистерезис при переходе от слоя к слою.

Высокотемпературные сверхпроводящие керамики с температурой перехода  $T_c \approx 97 \div 100$  К в настоящее время являются новым объектом для исследования тонких сверхпроводящих пленок, разделенных слоем диэлектрика, гранулированных сверхпроводящих структур, слоисты сверхпроводящих керамик с оксидными прослойками.

Изучение таких структур занимает существенное место и в теории, и в физическом эксперименте. Так, например, сообщалось о наблюдении эффекта Джозефсона на прижимных контактах типа иглоплоскость, изготовленных на основе керамики  $Y-Ba-Cu-O$  и имеющих температуру сверхпроводящего перехода  $T_c \approx 97$  К.

Как показали исследования [1] по зависимости критического тока контактов от температуры, которая подчиняется закону  $I_c \approx (1 - T/T_c)^{1/2}$ , а при понижении температуры  $I_c \approx \exp(-ct^{1/2})$ , существует слабая связь Джозефсона  $S-N-S$ , аналогичная той, которая присутствует в слоистых структурах  $Nb-NbO_x-Nb$  джозефсоновского типа, изготовленных на основе низкотемпературного сверхпроводника  $Nb$ , с температурой перехода  $T_c \approx 4.8 \div 5.6$  К [2]. Знание динамики слабо связанных джозефсоновски вихревых образований в многослойных структурах на основе высокотемпературной керамики  $Y-Ba-Cu-O$  является главным для расчета таких характеристик, как функциональная зависимость критической температуры  $T_c(n)$  от числа оксидных слоев, зависимость верхнего критического поля от температуры и числа слоев.

1. Слабо связанные сверхпроводящие вихри с фрустрированной джозефсоновской связью

В настоящее время существует несколько подходов к решению задачи о слабом джозефсоновском взаимодействии сверхпроводящих контактов: 1) плоская  $X-Y$  модель случайно связанных сверхпроводящих кластеров [3], 2) решетка со случайно распределенными джозефсоновскими контактами вблизи барьера протекания во внешнем магнитном поле в низкотемпературном пределе [4].

Для описания высокотемпературной сверхпроводимости используется 1) модель с  $RVB$  состояниями [5] (резонансно-валентными связями), которая использовалась Андерсоном [4] для описания антиферромагнитного состояния на решетке с локализованным спином  $S=1/2$ , — анизотропная модель Гайзенберга; 2) в высокотемпературном пределе приемлемо также  $2D(X-Y)$  модель [6], в которой эффекты соизмеримости-

несоизмеримость обусловлены внешним магнитным полем с калибровочно-инвариантной фрустрацией.

Число состояний в такой модели модулируется критическим поведением функции фрустрации  $f$  ( $0 \leq f < 1$ ) [7]. В таких системах в магнитном поле могут реализовываться на фазовых диаграммах  $T-H$  (температура—магнитное поле) следующие фазы: спиновое стекло, сверхпроводимость, нормальная фаза. Очевидна аналогия фазы стекла в сверхпроводнике со спиновым стеклом в нормальных металлах и сплавах, если использовать приближение молекулярного поля. Вблизи перколяционного предела, где наиболее велика роль флуктуаций, фрустрация за счет взаимодействия петель, по-видимому, приводит к фазе стекла [6]. Аналогичная картина наблюдается в перколяционных спиновых стеклах, например в сплавах золото—железо вблизи порога протекания ( $G_{Fe} \geq 17$  ат. %). Возможно, за счет фрустрации в фазе сверхпроводящего стекла будут проявляться следующие эффекты в многослойных керамических пленках, разделенных диэлектрическими прослойками: отличие в поведении критической температуры  $T_c(n)$  от числа напыляемых слоев, зависимости верхнего критического поля от температуры, релаксационные и гистерезисные эффекты, необратимость.

## 2. Модель с фрустрацией и флуксонные волны

Сверхпроводящие пленки, разделенные тонкими оксидными прослойками, исследуются как искусственно созданные сверхпроводящие структуры [7], образующие класс слоистых сверхпроводников со слабым джозефсоновским взаимодействием между слоями.

Для описания квазидвумерных свойств сверхпроводников вблизи критической температуры  $T_c$  предложена система зацепленных дифференциальных уравнений sin-Cordon [8] вида

$$\square \varphi_{n, n-1} = 1/\lambda_j^2 \sin \varphi_{n, n-1} \quad (1)$$

с дополнительными условиями

$$\varphi_{r, r_1} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_r^{r_1} \nabla \varphi_{r, r-1} \bar{d}l, \quad \sum_{r, r-1} \varphi_{r, r-1} = 2\pi f_k + \pi \Delta_k, \quad (2)$$

где  $r=(x, z)$  — вектор в плоскости  $(xoz)$ ;  $\Phi_0 = \hbar c/2e$  — элементарный квант магнитного потока;  $n=2, 3, \dots, N$ ;  $\varphi_{n, n-1} = \varphi_n - \varphi_{n-1}$ ;  $f$  — однородная фрустрация на соизмеримой бесконечной решетке  $L \rightarrow \infty$ ,  $f = n/m$ ,  $f_k = n_k/m_k$ , которая дает лучшую аппроксимацию для  $|f - f_k| < |f - n/m|$ ;  $\Delta_k$  — параметр, определяющий «дефектность» структуры или параметр фрустрации на конечной решетке  $\Delta_k \equiv L \delta_k \equiv L(f - f_k)$  [6];  $\lambda_j = (\hbar c^2/8\pi e \lambda_n j_c)$  — джозефсоновская глубина проникновения;  $j_c$  — плотность критического тока, связанная с полным критическим током соотношением  $I_c = 2\lambda_j j_c$ . В слоистом сверхпроводнике благодаря установлению фазовой когерентности в поперечном к слоям направлении будем считать, что в нормальном состоянии взаимодействуют лишь соседние слои. Параметр порядка каждого из слоев равен  $\Delta_n = |\Delta_n| \exp i\varphi$ , а разность фаз между соседними слоями  $\varphi_{n, n-1} = \varphi_n - \varphi_{n-1}$ , где  $n=1, 2, \dots, N$ . В рамках джозефсоновского приближения показано [9], что, как и в массивных джозефсоновских контактах, сверхток совокупности всех  $N$  слоев равен

$$I_n = \sum_{n=2}^N I_c^{(n)} \sin \varphi_{n, n-1}, \quad (3)$$

где критический ток  $I_c^{(n)}$  зависит от модуля параметра порядка. При учете, что все слои одинаковы  $|\Delta_n| = |\Delta_{n-1}| = |\Delta|$ , имеем

$$I_c^{(n)} = I_c^{(n-1)} \equiv I_c = \left( \frac{\hbar c^2}{4\pi e \lambda_n} \right) \frac{1}{\lambda_j} \quad (4)$$

для всех  $n=2, 3 \dots N$ . Для достаточно длинных слоев ( $L_1$  — длина слоя,  $L_1 \gg \lambda_j$ ) возникает неоднородное распределение поля  $H$ . Характер распределения магнитного поля зависит от величины  $H$  и существенно меняется при достижении верхнего критического поля

$$H_{c_2} = 2\Phi_0/\pi^2\lambda_j\lambda_{L_1}. \quad (5)$$

Энергия магнитного поля в переходе между слоями определяется как

$$\left(\frac{2\lambda_{L_1}H^2}{8\pi}\right) = \left(\frac{\hbar c}{e}\right)^2 \frac{1}{16\pi\lambda_{L_1}} (\nabla\varphi_n, n-1)^2, \quad (6)$$

где локальные значения полей в переходе выражаются согласно соотношениям Джозефсона

$$H = \frac{\hbar c}{4e\lambda_{L_1}} [\bar{h}, \nabla\varphi_n, n-1], \quad (7)$$

$\bar{h}$  — единичный вектор — нормаль к поверхности перехода  $\bar{h} \parallel \varepsilon_x$ . Класс решений уравнений (1) представляет собой периодические решения, сравнимые по mod  $(2\pi)$ ,  $\varphi = \varphi \pmod{2\pi}$ , и имеет вид

$$\varphi \equiv \varphi_n, m = 2\pi n + \varphi_m(\Theta + Tm), \quad (8)$$

$\varphi_m(\Theta + Tm)$  — эллиптические функции с периодом  $T = T(K(k))$ , где  $K(k)$  — полный эллиптический интеграл 1-го рода;  $\Theta = k_\mu x_\mu$  — коллективная координата типа бегущей волны, где  $k_\mu = (k_0, k_1, k_2, k_3)/\sqrt{-\alpha^2}$  — постоянный четырехвектор  $((k_0, k_1, k_2, k_3)/\sqrt{-\alpha^2})$ , с нормировкой  $k_\mu^2 = 1$ ;  $x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3)$ , где  $x_0 = c_0 t/\lambda_j$ ,  $x_1 = x/\lambda_j$ ,  $x_2 = y/\lambda_j$ ,  $x_3 = z/\lambda_j$ ;  $\alpha^2 = -k_0^2 - \sum_{i=1}^3 k_i^2$ . Таким образом, коллективная координата  $\Theta = k_\mu x_\mu$  представляет собой «скошенную» волну, движущуюся по отношению к осям  $(x, y, z)$  с относительной скоростью

$$|V| = \sqrt{k_0^2 / \sum_i k_i^2} = |V_0|/c_0. \quad (9)$$

Интересующее нас решение уравнения (1), представляемое через эллиптические функции, с учетом (8) имеет вид

$$\varphi = \varphi_n, m = 2\pi n + 2 \arcsin \left[ cn \left( \frac{\Theta}{k} + K(k)(4m+1), k \right) \right]. \quad (10)$$

Данное решение (10) представляет собой решетку флюксоновых волн. Достопримечательностью данного решения является то, что оно представляет форму фазовой функции вблизи фазового перехода в соизмеримую фазу.

Решения (10) при  $k=1$  распадаются на решетку упорядоченных солитонов с периодом  $2\pi$  и асимптотикой  $\varphi|_{x \rightarrow \pm\infty} = 2\pi n$ ,  $n=0, \pm 1, \pm 2 \dots \pm N$ , которые имеют вид

$$\varphi_n = 2\pi n + 2 \arcsin [\operatorname{sech} k\Theta]. \quad (11)$$

Кроме сепаратрисных решений (11), имеются решения также при  $k=1$  с нетривиальной асимптотикой

$$\varphi_n = 2\pi n + L_1 \operatorname{arctg} \exp(\pm\Theta), \quad (12)$$

представляющие собой решетку доменных стенок.

### 3. Поведение критической температуры $T_c^{(n)}$ от числа $n$ слоев в решеточной системе с фрустрацией

Уравнение (1) имеет граничные условия

$$\varphi_{r, r'} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{r_1}^{r_2} \nabla\varphi_n, n-1 \bar{d}l, \quad \sum_{r, r'} \varphi_{r, r'} = 2\pi f_k + \pi\Delta_k, \quad (13)$$

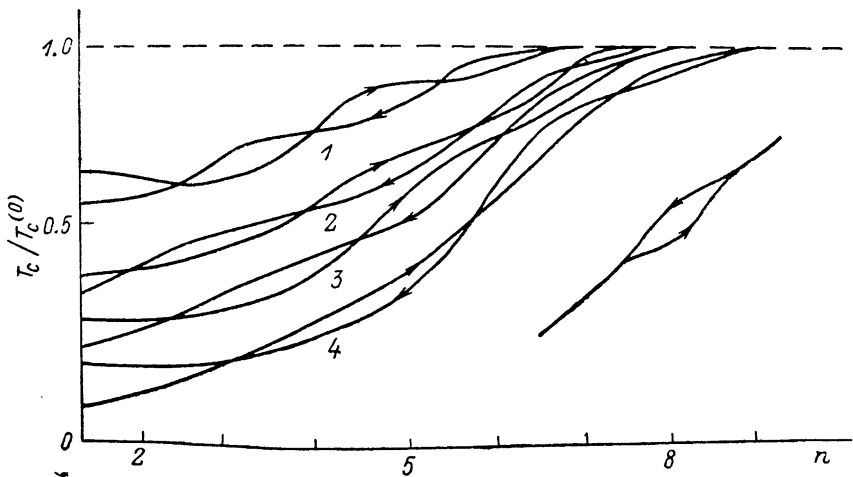
где  $f = \Delta x n_k / L_1$  — фрустрация. Если ввести длину перехода  $L = \Delta x m_k$ , то  $n_k / L_1$  — плотность  $2\pi$ -скачков фазы  $\varphi$  имеет смысл плотности числа флюксонов (кинков), приходящихся на длину перехода  $L_1$ . Граничные условия (13) на решетке  $L_1 = \Delta x m_k$  имеют вид

$$\sum_{r, r'} \varphi_{r, r'} = \varphi|_0^{\Delta x} + \varphi|_{\Delta x}^{2\Delta x} + \dots + \varphi|_{\Delta x(m_k-1)}^L = \varphi(L, t) - \varphi(0, t) = 2\pi f_k + \pi \Delta_k. \quad (14)$$

Учитывая периодичность решения (10), добавим периодические граничные условия, сравнимые по модулю  $2\pi n_k$ , откуда имеем

$$\varphi(0, t) = -\varphi(L, t). \quad (15)$$

С учетом (14), (15) граничные условия (13) на решении (10) для коллективной координаты  $\Theta$  при  $k_0 = k_2 = 0$ ,  $x_3 = z / \lambda_j = (d + d_n) n / \lambda_j$  имеют вид



Зависимость критической температуры слоистого сверхпроводника от числа слоев в структуре.

$f$ : 1 —  $1/8$ , 2 —  $1/4$ , 3 —  $1/2$ , 4 —  $2/3$ . На вставке — эффект гистерезиса в слоистой структуре с дефектной фрустрированной решеткой.

$$\pi n + 2 \arcsin \left[ \operatorname{cn} \left( \frac{k_1 L_1 + k_3 (d + d_n) n}{\lambda_j} + K(k) (4m + 1), k \right) \right] = \frac{1}{2} \Phi_0 + k, \quad (16)$$

$$\lambda_j = \hbar c^2 / 4\pi e \lambda_n I_c \quad (17)$$

— джоуфсоновская глубина проникновения, которая является характеристикой контакта.

Исследования зависимости критического тока [2] контактов из керамики Y—Ba—Cu—O от температуры показали, что в широком интервале она подчиняется закону

$$I_c \approx (1 - T/T_c)^2. \quad (18)$$

Используя выражения (17), (18), из (16) получаем зависимость критической температуры  $T_c^{(n)}$  от числа слоев в модели, описываемой свойствами фрустрации на решетке

$$T_c^{(n)} = T_c \left[ 1 - \left( \left( \frac{\hbar c^2}{4\pi e L_1} \right) \frac{k \operatorname{cn}^{-1} [\sin^{1/2} \Phi_0 f_k - \pi (n + \Delta_k, k)]^{1/2}}{(k_1 L_1 + k_3 (d + d_n) n)} \right)^2 \right], \quad (19)$$

где  $\operatorname{cn}^{-1}(\Theta, k)$  — обратная эллиптическая функция;  $k$  — модуль обратной эллиптической функции;  $n = 1, 2 \dots N$  — количество напыляемых слоев;  $d, d_n$  — толщина сверхпроводника и соответственно барьера;  $f_k = n_k / m_k$  — рациональное соотношение, которое задает на решетке фрустрацию. Таким образом, выражение (19) определяет зависимость критической температуры

в системе с фрустрацией от числа напыляемых слоев. В предельном значении при  $k \rightarrow 1$ , когда флюксонная волна распадается на доменную структуру, выражение для  $T_c^{(n)}$  имеет вид

$$T_c^{(n)} = T_c \left[ 1 - \left( \left( \frac{\hbar c^2}{4\pi e \lambda_{L_1}} \right) \frac{\ln(|1 - \cos y| / |\sin y|)^{1/2}}{k_3(d + d_n)n + k_1 L_1} \right)^2 \right], \quad (20)$$

$$y = [1/2 \Phi_0 f_k - \pi(n + \Delta_k)]. \quad (21)$$

Как показывают оценки выражения (14), качественное поведение критической температуры  $T_c^{(n)}$  зависит от выбора фрустрации  $f_k$  и «дефектности» решетки  $\Delta_k$ , причем ветвление (см. рисунок) существенно зависит от способа задания решетки, а также плотности числа флюксонов  $n_k/L_1$ . Расчет кривых для различной степени фрустрации решетки проводился на ЭВМ—ПС. Характерным свойством параметрических решений (21) является гистерезис, что широко наблюдается в новых высокотемпературных сверхпроводниках. С ростом дефектности решетки  $\Delta_k \rightarrow 1$  сверхпроводимость исчезает. Для идеальной системы  $f_k \rightarrow 0$ ,  $\Delta_n \rightarrow 0$  все кривые  $T_c^{(n)}(f)$  вырождаются в одну кривую  $T_c^{(n)}$ .

Более детальный и подробный анализ выражения (19) требует рассмотрения роли флуктуаций. Следует отметить, что именно наличие фрустрации в системе приводит к вырождению состояний (см. также [3, 6, 10]).

В рассматриваемой простой модели с джозефсоновской связью между слоями отчетливо прослеживается вырожденность состояний. Рассмотренные эффекты стекольной фазы действительно наблюдаются в керамических высокотемпературных сверхпроводниках, например  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_{4-x}$ . Рост и насыщение критической температуры от числа слоев известны и наблюдались ранее [8, 10] для обычных низкотемпературных сверхпроводников.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Веркин Б. И., Бондаренко С. И., Лукашенко А. В. // ФНТ. 1987. Т. 13. № 5. С. 998—1002.
- [2] Бароне А., Патерно Дж. Эффект Джозефсона. М.: Мир, 1984. 639 с.
- [3] Ebner S., Stroud D. // Phys. Rev. B. 1985. V. 31. N 1. P. 165—171.
- [4] Anderson P. W. // Science. 1987. V. 235. P. 1196.
- [5] Teitel S., Jayapravash C. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 1. P. 598—605.
- [6] Choi M. Y., Stroud D. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 13. P. 7109—7112.
- [7] Banerjee T., Schuller I. K. // J. Low Temp. Phys. 1984. V. 54. N 5/6. P. 501—518.
- [8] Лыков А. И., Дедю В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. Приложение. С. 184—186.
- [9] Гвоздилов В. И. // ФНТ. 1988. Т. 14. № 1. С. 15—22.
- [10] Черенков В. А. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 3. С. 280—282.

ВНИИ метрологической службы  
Москва

Поступило в Редакцию  
24 июля 1989 г.