

01;03

ПЕРЕХОД ОТ ПРАВОЙ ВИНТОВОЙ СИММЕТРИИ К ЛЕВОЙ ПРИ РАСПАДЕ ВИХРЯ.

© В.Л.Окулов

Уникальное явление — распад вихря интенсивно изучается в последние десятилетия. Об этом свидетельствуют обзоры Холла [1], Лейбовича [2,3], Эскюдье [4] и последние эксперименты Альтхауза и Брукера [5]. Для обработки экспериментальных профилей скорости потока до и после распада обычно используют аналитические зависимости

$$w_\varphi = \frac{K}{r} \left(1 - \exp(-\alpha r^2) \right), \quad (1)$$

$$w_z = W_1 + W_2 \exp(-\alpha r^2) = W_1 + W_2 - W_2 \left(1 - \exp(-\alpha r^2) \right), \quad (2)$$

где w_φ — азимутальная и w_z — осевая компоненты вектора скорости; r — радиальное расстояние от оси вихря или цилиндрического канала радиуса R , в котором обычно исследуется явление распада вихря; K, W_1, W_2, α — эмпирические константы, значения которых для шести разных реализаций распада можно найти в табл. 1 из [2]. Как отмечено в [4], первый профиль взят из решения Бюргера для вихря с постоянным радиальным распределением осевой скорости, а второй — из приближенного решения Бэтчелора для описания следа от распавшегося спутного вихря. Несмотря на то что профили (1) и (2) взяты из разных решений, они с высокой точностью описывают эксперимент, причем как до момента распада вихря, так и после. Отметим, что основной (первой) отличительной характеристикой профилей скорости до и после распада является знак константы W_2 [2,3]. До распада W_2 положительна, профиль осевой скорости имеет максимум на оси, а после распада W_2 отрицательна, профиль осевой скорости имеет минимум на оси (рис. 1).

Получить объяснение хорошего согласования профилей (1) и (2) с экспериментом удастся после рассмотрения точного решения для винтового осесимметричного вихря [6]

$$w_\varphi = \frac{\Gamma}{2\pi r} f(r, \varepsilon), \quad w_z = w_0 - \frac{\Gamma}{2\pi l} f(r, \varepsilon),$$

где

$$f(r, \varepsilon) = \begin{cases} r^2/\varepsilon^2 & r \leq \varepsilon; \\ 1 & r > \varepsilon \end{cases}; \quad (3)$$

Re [°²] и тип распада	Положение	Q	L	S	Параметры модели вихря (3)				Корни уравнения (8)	Отношение корней ϵ_2/ϵ_1	Расширенные ядра [°²]
					Γ	ω_0	l	ϵ			
1920	до распада	85.5	1114	4443	100	46.3	0.73	0.5	0.5	1.91	1.64
	после распада					5	-0.84	0.76	0.957		
1920	до распада	89.6	1411	6073	126	61.4	0.53	0.5	0.5	2.04	2.45
	после распада					1.3	-0.84	0.987	1.0		
2812	до распада	133.3	2635	10940	150	75.1	0.65	0.49	0.49	1.97	1.78
	после распада					7	-0.87	0.78	0.956		
2812	до распада	132.4	2963	12850	175	86.7	0.55	0.49	0.49	2.08	1.97
	после распада					3.7	-0.8	0.831	1.0		
3348	до распада	185.5	5225	27060	201	111.8	0.56	0.39	0.39	2.49	2.1
	после распада					6.9	-0.79	0.753	0.975		
3348	до распада	187.4	5358	28790	208	132.7	0.42	0.39	0.39	2.54	2.76
	после распада					3.9	-0.79	0.897	0.994		

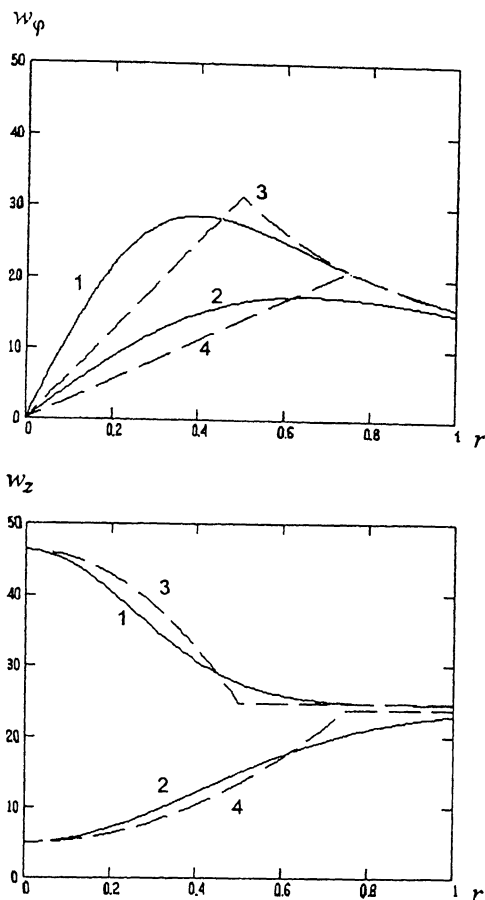


Рис. 1. Сопоставление профилей скорости до и после 2 распада с моделями винтовых осесимметричных вихрей: 3 — правого и 4 — левого.

Γ — циркуляция вихря, ε — радиус ядра, $2\pi l$ — шаг винта. В отличие от известного вихря Рэнкина, который можно представить в виде непрерывного распределения элементарных прямолинейных вихревых нитей или точечных вихрей в сечении вихря (рис. 2,а), решение (3) описывает однородное распределение элементарных винтовых вихревых нитей шага $2\pi l$ (рис. 2,б и в) [7]. Отметим, что вихрь Рэнкина дает радиальное распределение только для азимутальной компоненты скорости, совпадающее с распределением (3), и постоянное значение для осевой компоненты. Решение (3) описывает как радиальную, так и осевую компоненты.

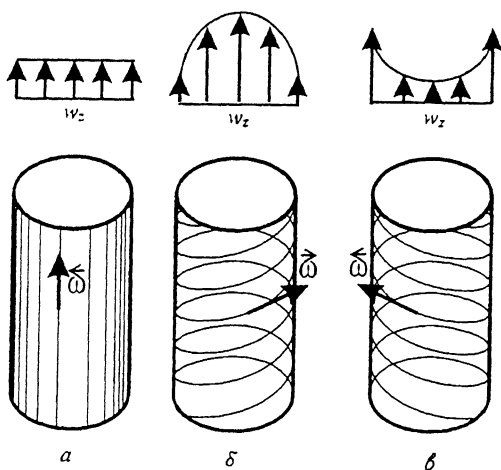


Рис. 2. Модели вихрей с распределением внутри ядра осевой компоненты вектора скорости: а — вихрь Рэнкина; б — правый и в — левый винтовые вихри.

Причем в зависимости от знака l характер поведения осевого профиля будет разный. При l положительном, когда вихрь состоит из правых винтовых нитей (рис. 2, б), осевая скорость имеет максимум на оси вихря (трубы); при l отрицательном, когда вихрь состоит из левых винтовых нитей (рис. 2, в), — на оси вихря минимум [6]. Основываясь на этом свойстве винтовых вихрей, естественно провести аналогию с описанной выше особенностью поведения профиля осевой скорости, обнаруженной при исследовании распада вихря.

Непосредственное сопоставление точного решения (3) и эмпирических формул (1) и (2) дает:

$$\Gamma = 2\pi K; \quad 2\pi l = KW_2; \quad w_0 = W_1 + W_2. \quad (4)$$

Размер ядра вихря ε определяется через эмпирический параметр α после приравнивания расходов для профиля (2) и точного решения (3) через сечение трубы радиусом R :

$$\varepsilon = \left[2 \left(\alpha^{-1} - \exp(-\alpha R^2) \right) \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Параметры винтовых вихрей, определенные по формулам (4) и (5), для шести реализаций распада из [2] приведены в таблице (размерности величин соответствуют данным табл. 1 из [2]). Для наглядности и сопоставления с профилями (1) и (2), полученными при обработке эксперимента,

профили винтовых вихрей (3) для первой реализации распада нанесены на рис. 1. Сопоставление демонстрирует, что модель винтового осесимметричного вихря хорошо описывает течение как до момента распада, так и после.

Анализируя данные таблицы и рис. 1, можно заключить, что при распаде вихря происходит смена винтовой симметрии. Во всех шести случаях до распада в закрученном потоке присутствует правый винтовой вихрь (l — положительно), а после распада — левый (l — отрицательно). Следовательно, явление распада вихря можно трактовать как смену симметрии в винтовом вихре.

Установленный факт позволяет построить элементарную теорию распада вихря, основанную на скачкообразном переходе от правого винтового вихря к левому. Попытка построения теории скачкообразного перехода при распаде вихря ранее была предпринята Бенджамином [8]. Применение таких теорий оправдано в связи с незначительными размерами области распада по сравнению с зонами устойчивого существования профилей скорости, представленных на рис. 1. Теория Бенджамина и последующие ее модификации [4] основываются на построении аналогии между распадом вихря и гидравлическим прыжком. Возможность смены винтовой симметрии течения другими авторами не рассматривалась. В результате применения теории Бенджамина оказывается, что состояние после распада вихря характеризуется более высокими значениями потока импульса. Это противоречит законам сохранения — импульс должен сохраняться.

Для построения непротиворечивой теории распада рассмотрим возможность скачкообразного изменения винтовой симметрии при распаде вихря. Будем предполагать, что течение до распада соответствует винтовому вихрю, описываемому точным решением (3) с параметрами Γ , l_1 , ε_1 , w_{01} , а после распада — вихрю с параметрами Γ_2 , l_2 , ε_2 , w_{02} . Для связи между этими двумя сопряженными состояниями потребуем сохранения циркуляции скорости $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$; расхода Q ; осевого потока момента количества движения L и осевого потока количества движения S :

$$Q = 2\pi \int_0^R w_z r dr; \quad L = 2\pi \int_0^R w_\varphi w_z r^2 dr;$$

$$S = 2\pi \int_0^R \left(w_z + \int_0^r \frac{w_\varphi}{\sigma} d\sigma \right) w_z r dr. \quad (6)$$

Последнее слагаемое в подынтегральном выражении для определения S характеризует распределение давления в винтовом вихре.

После подстановки (3) в (6) и приравнивания к значениям Q , L , S , рассчитанным по характеристикам течения до распада, получим систему уравнений относительно характеристик вихря l , ε , w_0 :

$$\begin{aligned} w_0 \pi R^2 + \frac{\Gamma}{2l} \left(R^2 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) &= Q, \\ w_0 \frac{\Gamma}{2} \left(R^2 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) + \frac{\Gamma^2}{2\pi l} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{3} \right) &= L, \\ w_0^2 \pi R^2 + w_0 \frac{\Gamma}{l} \left(R^2 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) + \frac{\Gamma^2}{2\pi l^2} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{3} \right) + \\ + \frac{\Gamma^2}{4\pi} \left(\frac{R^2}{\varepsilon^2} - \ln \frac{R}{\varepsilon} - \frac{3}{4} \right) &= S. \end{aligned} \quad (7)$$

Разрешая первые два уравнения системы (7) относительно l и w_0 , после подстановки их значений в третье получим нелинейное уравнение для определения ε :

$$\begin{aligned} S \frac{\Gamma^2 \varepsilon^2}{4} \left(\frac{R^2}{3} - \frac{\varepsilon^2}{4} \right) - Q^2 \frac{\Gamma^2}{2\pi} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{\varepsilon^2}{3} \right) + QL\Gamma \left(R^2 - \frac{\varepsilon^2}{2} \right) - \\ - \frac{\Gamma^4 \varepsilon^2}{16\pi} \left(\frac{R^2}{\varepsilon^2} - \ln \frac{R}{\varepsilon} - \frac{3}{4} \right) \left(\frac{R^2}{3} - \frac{\varepsilon^2}{4} \right) - L^2 \pi R^2 = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Исследование уравнения (8) показало, что для всех значений Γ , Q , L и S , соответствующих шести течениям, для которых наблюдался распад вихря (см. таблицу), в возможной области изменения параметра ε ($0 \leq \varepsilon R$) имелось два корня. Первый — ε_1 в точности совпадал с размером вихря до распада, а второй — ε_2 , больший по значению, соответствовал вихрю после распада (см. таблицу). Причем значения l , вычисленные по ε_2 , были отрицательны, т.е. основная (первая) характеристика распада W_2 меняла знак. Следовательно, при одних и тех же интегральных характеристиках потока могут реализовываться течения с вихрями разной винтовой симметрии. Соответственно распад представляет собой переход от одного типа симметрии к другому.

В качестве еще одного подтверждения построенной теории уместно напомнить о второй отличительной характеристике распада вихря. Как отмечается в [2,3,4], после распада происходит увеличение примерно в два раза ядра вихря.

В таблице приведено сопоставление отношения расчетных $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ с относительным расширением ядра, определенным в эксперименте [2]. Здесь получено хорошее соответствие, если принять в расчет, что модель не учитывает потери на вязкие эффекты и на возникновение пульсаций в потоке после распада.

Таким образом, впервые предложено рассматривать распад как смену симметрии в вихре и на этой основе построена не противоречащая законам сохранения теория распада вихря, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ-ИНТАС № 01149i96.

Список литературы

- [1] *Hall M.G.* // Annual Review of Fluid Mech. 1972. V. 4. P. 195–218.
- [2] *Leibovich S.* // Annual Review of Fluid Mech. 1978. V. 10. P. 221–246.
- [3] *Leibovich S.* // AIAA J. 1984. V. 22(9). P. 1192–1206.
- [4] *Escudier M.* // Prog. Aerospace Sci. 1988. V. 25. P. 189–229.
- [5] *Brucker C., Althause W.* // Experiments in Fluids. 1992. V. 13. P. 339–349.
- [6] *Алексеевко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л., Шторк С.И.* // ДАН. 1995. Т. 345(5). С. 611–614.
- [7] *Okulov V.L.* // Russian J. of Engineering Thermophysics. 1995. V. 5(2). P. 63–75.
- [8] *Benjamin T.B.* // J. of Fluids Mech. 1962. V. 14(4). P. 593–629.

Институт теплофизики СО РАН
Новосибирск

Поступило в Редакцию
10 июня 1996 г.