

05.4;12

О ПЕРЕХОДЕ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ОБМОТКИ В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

© К.А.Макаров, В.К.Ожогина, В.Р.Романовский

Появление в сверхпроводящей магнитной системе (СМС) участка с нормальной проводимостью может приводить к полному разрушению ее сверхпроводящего состояния. Развивающиеся при этом процессы сопровождаются выделением запасенной энергии, в результате чего магнитная система нагревается. Даже в случае равномерного нагрева обмотки ее температура может достигать высоких значений и приводить к разрушению магнита. Поэтому сохранение работоспособности сверхпроводящей установки в результате необратимого распространения нормальной зоны по обмотке (и особенно с большим уровнем запасенной энергии) является одной из основных задач, возникающих при ее разработке [1].

Исследование перехода сверхпроводящей магнитной системы в нормальное состояние с учетом основных физических процессов, происходящих в обмотке, требует численного решения системы дифференциальных уравнений с большим числом неизвестных [2]. Позволяя выполнить конкретный расчет переходного процесса, подобные вычисления становятся громоздкими на начальном этапе проектирования магнитной системы, когда главную роль играет качественный анализ принимаемых решений. В данных случаях целесообразно использовать более простые расчетные модели.

Уравнения распространения теплового потока внутри обмотки и спада тока в цепи допускают упрощенную форму записи, которая позволяет получить решение задачи о переходе соленоида в нормальное состояние в виде простых аналитических выражений. В частности, для этого широко используется модель, предполагающая мгновенный переход всей обмотки в нормальное состояние (например, [3-7]). Однако при этом температура обмотки, как правило, вычисляется в случае, когда выделение тепла в магнитной системе носит адиабатический характер. Рассмотрим более общий случай, учитывающий теплоотдачу в хладагент.

Предположим, что магнитная система с изолированными друг от друга токонесущими элементами, охлаждаемыми по всей длине, перешла в нормальное состояние в результате действия мощного протяженного источника тепловыделе-

ния, и ее начальная температура стала выше критической температуры сверхпроводника. В этом случае в соответствующем уравнении теплопроводности можно пренебречь кондуктивным членом и не учитывать перераспределение тока между сверхпроводником и матрицей. В рамках данных предположений упрощенная система уравнений, описывающая изменение температуры наиболее нагретой части обмотки, находящейся в нормальном состоянии, и тока в цепи, состоящей из внешнего шунтирующего сопротивления, нормального сопротивления обмотки и ее индуктивности, имеет вид

$$L \frac{dI}{dt} + I(R_s + R_w) = 0, \quad I(0) = I_0, \quad (1)$$

$$C \frac{dT}{dt} = -\frac{hp}{S}(T - T_0) + \frac{I^2}{S^2} \rho_0, \quad T(0) = T_1.$$

Здесь L — индуктивность обмотки, R_s — сопротивление шунта, R_w — собственное сопротивление нормальной части обмотки, C — объемная теплоемкость обмотки, h — коэффициент теплоотдачи, p — охлаждаемый параметр, S — площадь поперечного сечения, T_0 — температура хладагента, I — ток в цепи.

Приведем поставленную задачу к безразмерному виду, используя переменные, введенные в [8,9]. После несложных преобразований будем иметь

$$\mathcal{L} \frac{di}{d\tau} + i(r_s + r_w) = 0, \quad i(0) = i_0, \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -\frac{1}{\alpha} \theta + i^2(\tau), \quad \theta(0) = \theta_1. \quad (3)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{I_c^2 \rho_0}{hpS(T_c - T_0)}, \quad i = \frac{I}{I_c}, \quad r_s = \frac{R_s S}{l_x \rho_0}, \quad r_w = \frac{R_w S}{l_x \rho_0},$$

$$\mathcal{L} = \frac{\lambda S L}{C l_x^3 \rho_0}, \quad l_x = \frac{S}{I_c} \sqrt{\lambda(T_c - T_0)/\rho_0},$$

где I_c — критический ток сверхпроводящего композита, T_c — критическая температура сверхпроводника, λ — коэффициент теплопроводности.

Решение уравнения (2) имеет вид

$$i = i_0 \exp(-\tau/\tau_1), \quad \tau_1 = \mathcal{L}/(r_s + r_w).$$

Подставляя это выражение в уравнение (3) и интегрируя его, найдем зависимость от времени температуры обмотки, перешедшей в нормальное состояние, из которого нетрудно определить ее максимальное значение

$$\theta_{\max} = \alpha i_0^2 \left[\frac{\tau_1 i_0^2 + \theta_1 (2 - \tau_1 / \alpha)}{2\alpha i_0^2} \right]^{\frac{2}{2 - \tau_1 / \alpha}}.$$

В исходной модели присутствует член, учитывающий сопротивление обмотки, находящейся в нормальном состоянии, $-\tau_w$. Этот параметр может оказать существенное влияние на расчетные характеристики переходного процесса, если он соизмерим с сопротивлением шунта. Так как априорное задание τ_w будет искажать получаемые результаты, то при расчете переходного процесса необходимо учитывать особенности его протекания. Прежде всего для охлаждаемых обмоток во внимание следует принять конечную длину провода, переходящего в нормальное состояние, поскольку в силу спада тока в цепи последний для всех $\alpha < \infty$ обязательно уменьшится до значения тока стационарной стабилизации $i_s = (\sqrt{1 + 8\alpha} - 1) / 2\alpha$, после достижения которого нормальная зона начинает сокращаться [10]. Оценим в рамках модели одномерного распространения нормальной зоны его протяженность.

Средняя длина провода, на которую распространится нормальная зона (а в безразмерных терминах и сопротивление обмотки), равна

$$r_w = \xi_{\text{ср}} = 2(\xi_0 + v_{\text{ср}} \cdot \Delta). \quad (4)$$

Здесь ξ_0 — начальная полудлина нормальной зоны, $v_{\text{ср}}$ — ее средняя скорость. Последняя может быть определена как среднее арифметическое значение в диапазоне усреднения от тока начала перехода i_0 до тока стационарной стабилизации i_s . Поскольку $v(i_s) = 0$, то

$$v_{\text{ср}} = \frac{v(i_0)}{2}. \quad (5)$$

Здесь $v(i)$ — зависимость скорости нормальной зоны от тока, которая, согласно [11], равна

$$v(i) = \frac{\alpha i^2 + i - 2}{\sqrt{(\alpha i^2 - 1)\alpha}} - \sqrt{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} \left[2 - 2\sqrt{\frac{1 - i}{1 - i_s}} - \frac{i - i_s}{1 - i_s} \right].$$

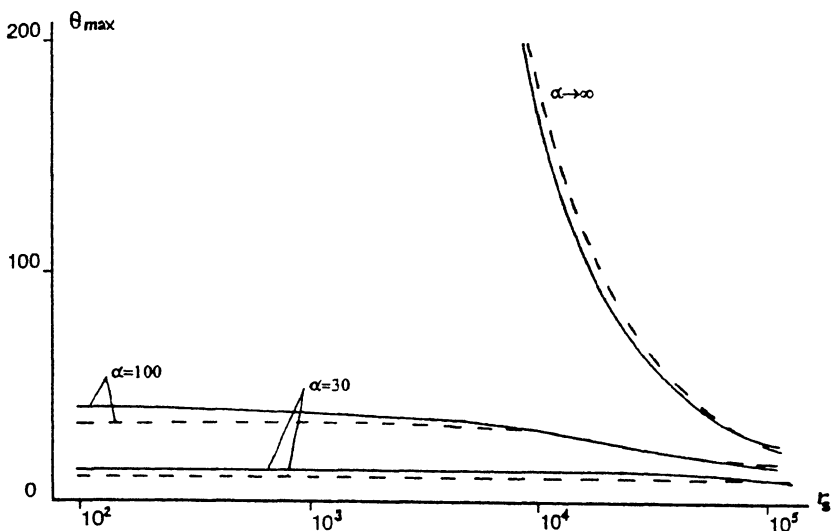


Рис. 1. Максимальная температура обмотки в зависимости от внешнего сопротивления шунта.

Среднее время распространения нормальной зоны может быть оценено по формуле

$$\Delta = \frac{i_s - i_0}{\left(\frac{di}{d\tau}\right)_{\text{cp}}},$$

где в знаменателе стоит средняя скорость уменьшения тока в цепи

$$\left(\frac{di}{d\tau}\right)_{\text{cp}} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{di}{d\tau}\right)_{i=i_0} + \left(\frac{di}{d\tau}\right)_{i=i_s} \right].$$

Эта величина, согласно (2), равна

$$\left(\frac{di}{d\tau}\right)_{\text{cp}} = - [(i_0 + i_s)r_s + 2\xi_0 i_0 + \xi_{\text{cp}} i_s] / (2L).$$

Тогда

$$\Delta = 2L \frac{(i_0 - i_s)}{(i_0 + i_s)r_s + 2\xi_0 i_0 + \xi_{\text{cp}} i_s}. \quad (6)$$

Подставляя (5), (6) в (4), найдем

$$\xi_{\text{cp}} = \frac{1}{2i_s} \left[\sqrt{\xi_1^2 + 8\eta} - 1\xi_1 \right],$$

где

$$\xi_1 = (i_0 + i_s)r_s + 2\xi_0(i_0 - i_s),$$

$$\eta = i_s [\mathcal{L}v(i_0)(i_0 - i_s) + (i_0 + i_0)r_s\xi_0 + 2i_0\xi_0^2].$$

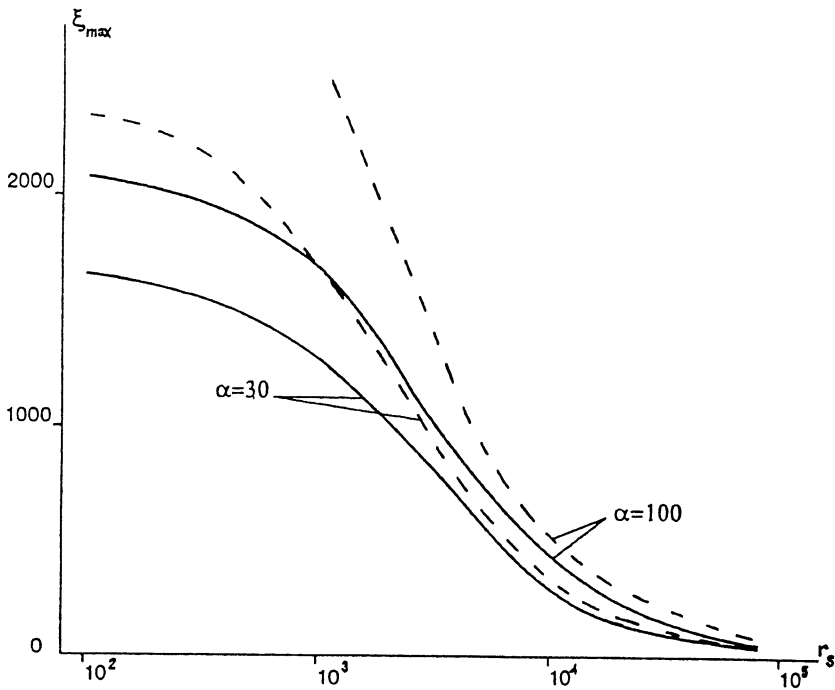


Рис. 2. Влияние сопротивления шунта на протяженность провода, находящегося в нормальном состоянии.

Опуская промежуточные преобразования, нетрудно получить, что в предельном случае $\alpha \rightarrow \infty$ выражения для ξ_{cp} и θ_{max} равны

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \theta_{max} = \theta_1 + \mathcal{L} \frac{i_0^2}{2(r_s + r_w)}, \quad \xi_{cp} = 2 \left[\xi_0 + \frac{\mathcal{L}v(i_0)}{(r_s + 2\xi_0)} \right]. \quad (7)$$

На рис. 1, 2 изображены максимальная температура нагрева обмотки и протяженность нормальной зоны как функции сопротивления шунта при различных значениях параметра стабильности α . Расчет проводился при $\mathcal{L} = 10^7$, $i_0 = 0.65$, $\xi_0 = 10$ согласно рассмотренной выше модели (пунктирные линии), а также с помощью численного решения более полной системы уравнений [9] (сплошные линии). Удовлетворительное совпадение результатов численного расчета с соответствующими аналитическими вычислениями позволяют с хорошей степенью точности использовать записанные выражения для оценки температуры СМС, до которой она нагреется в результате необратимого процесса распространения нормальной зоны. При этом

отметим, что записанная выше оценка нормального сопротивления охлаждаемых обмоток завышена. Поэтому значения θ_{\max} , вычисленные по упрощенной модели, оказываются заниженными. И наоборот, в случае отсутствия охлаждения оценка (7) для θ_{\max} является завышенной. Приведенные кривые также показывают существенное уменьшение протяженности провода, перешедшего в нормальное состояние, при увеличении сопротивления шунта. Это необходимо учитывать при проведении вычислений, поскольку значения r_w , заданные без учета особенностей распространения нормальной зоны по обмотке, будут искажать расчетные параметры электродинамических характеристик переходного процесса.

Таким образом, полученные результаты позволяют не только эффективно оценить максимальную температуру СМС при ее переходе в нормальное состояние в широком диапазоне изменения исходных параметров схемы защиты, но и демонстрируют существование характерного значения нормального сопротивления обмотки, которое должно быть принято во внимание при выполнении соответствующих расчетов. Для охлаждаемых обмоток ее величина ниже сопротивления СМС, вычисленного в предположении ее полного перехода в нормальное состояние. Поэтому задание в модели мгновенного перехода значения полного сопротивления обмотки будет занижать расчетные значения ее максимальной температуры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №96-02-16122).

Список литературы

- [1] Уилсон М. Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [2] Андрианов В.В., Баев В.П., Париж М.Б., Ушомирский М.С. // Препринт ИВТАН № 4-120. М., 1983. 28 с.
- [3] Карасик В.Р., Криволицкая Н.В., Русинов А.И. // Труды ФИАН. 1980. Т. 121. С. 52-75.
- [4] Intichar L. // IEEE Trans. on Mag. 1981. V. 17. N 5. P. 1811-1814.
- [5] Giazynski D. // IEEE Trans. on Mag. 1983. V. 19. N 3. P. 700-703.
- [7] Сухой В.В., Гусев А.А. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Общая и ядерная физика. 1984. В. 3(28). С. 21-28.
- [8] Романовский В.Р. // Изв. АН СССР. 1986. № 1. С. 104-109.
- [9] Романовский В.Р. // ДАН СССР. 1987. Т. 292. № 1. С. 93-96.
- [10] Maddock B.J., James G.B., Norris W.T. // Cryogenics. 1969. V. 9. N 8. P. 261-273.
- [11] Turck B. // Cryogenics. 1980. V. 20. N 3. P. 146-150.

Российский научный центр
"Курчатовский институт"
Москва

Поступило в Редакцию
16 июля 1996 г.