

01;03

## О ВЛИЯНИИ ПОВЕРХНОСТНО АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

© Д.Ф.Белоножко, С.О.Ширяева, А.И.Григорьев

Влияние поверхностно активных веществ (ПАВ) на закономерности реализации различных типов движений жидкости многократно рассматривалось в связи с многочисленными приложениями возможного эффекта (см., например, [1-4]). Рассматривалось и возможное влияние ПАВ на условия реализации неустойчивости Тонкса-Френкеля [2]. Однако в [2] рассмотрен лишь частный случай нерастворимого ПАВ, образующего на свободной поверхности жидкости сплошную упругую пленку, изгибные движения которой можно описывать уравнениями теории упругости (что, вообще говоря, неочевидно). В нижеследующем рассмотрении будет проведен анализ влияния ПАВ на закономерности развития неустойчивости заряженной поверхности жидкости в рамках решения самосогласованной задачи, когда концентрация на свободной поверхности ПАВ, растворимого в жидкости, определяется естественными процессами диффузии, как это делалось в [1,3,4].

1. Пусть рассматривается задача о расчете спектра капиллярных движений в идеально проводящей жидкости бесконечной глубины с плотностью  $\rho$ , вязкостью  $\nu$ , в которой с концентрацией  $C$  растворено некое поверхностно активное вещество. Вся система находится в поле тяжести  $g$  и в нормальном электростатическом поле. Вследствие диффузии ПАВ будет выходить на поверхность и образует на ней пленку, имеющую в невозмущенном состоянии поверхностную концентрацию  $\Gamma_0$ . Пленка ПАВ считается полностью увлекаемой движением поверхности жидкости. Пусть  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкой поверхности при наличии ПАВ;  $\mu_n$  и  $\mu_p$  — химические потенциалы объемной и поверхностной фаз ПАВ. Принимается, что время релаксации ПАВ между поверхностью и областью объемного раствора, прилегающей к поверхности, мало по сравнению с периодом  $2\pi/\omega_0$  возмущения, которое вызвано волной с частотой  $\omega_0$ . Это означает, что поверхностный и объемный растворы все время находятся в состоянии равновесия. Напряженность электрического поля  $E$  у поверх-

ности жидкости определяется разностью потенциалов между электродами: нижним является сама проводящая жидкость — можно положить потенциал  $\Phi_1 = 0$  ( $z \rightarrow -\infty$ ); и параллельным поверхности жидкости в отсутствие возмущения верхним противоэлектродом, отстоящим от нее на  $b$ , имеющим потенциал  $\Phi_2 = V$ .

Пусть декартова система координат расположена так, чтобы ось  $z$  была направлена вертикально вверх  $\mathbf{n}_z \parallel -\mathbf{g}$  ( $\mathbf{n}_z$  — орт декартовой координаты  $z$ ), а ось  $x$  — по направлению движения плоской капиллярной волны  $\sim \exp(st + ikx)$ . Принимается, что плоскость  $z = 0$  совпадает со свободной невозмущенной поверхностью жидкости ( $s$  — комплексная частота,  $k$  — волновое число,  $t$  — время,  $i$  — мнимая единица). Функция  $\xi(x, t) = \xi_0 \exp(st + ikx)$  описывает малое возмущение равновесной плоской поверхности жидкости, вызванное тепловым капиллярным волновым движением весьма малой ( $\xi_0 \sim (kT/\gamma)^{1/2}$ ) амплитуды;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура;  $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$  — поле скоростей движения жидкости, вызванного возмущением  $\xi(x, t)$ , имеет тот же порядок малости.

В безразмерных переменных, в которых  $g = \rho = \sigma = 1$ , линеаризованная система уравнений гидродинамики вязкой жидкости (за всеми безразмерными величинами сохраняем прежние обозначения), описывающая движение жидкости в анализируемой системе, имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\nabla P(\mathbf{U}) + \nu \Delta \mathbf{U} + \mathbf{n}; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{U} = 0; \quad (2)$$

$$z \rightarrow \infty: \quad \mathbf{U} = 0; \quad (3)$$

$$z = 0: \quad -\frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t} + U_2 = 0; \quad (4)$$

$$z = 0: \quad \nu(\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{U}) + P_\tau(\xi) = 0; \quad (5)$$

$$z = 0: \quad -P(\mathbf{U}) + \xi + 2\nu \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{U} - P_E(\xi) + P_\sigma(\xi) = 0; \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_i = 0; \quad \mathbf{E}_i = -\nabla \Phi_i; \quad (i = 1, 2); \quad (7)$$

$$z = 0: \quad \Phi_1 = 0; \quad (8)$$

$$z = b: \quad \Phi_2 = V; \quad (9)$$

$$z = 0: \quad \Phi_1 = \Phi_2; \quad (10)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right); \quad (11)$$

$$z = \xi: \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \operatorname{div}(\Gamma \cdot \mathbf{u}_\tau) = D \left( \frac{\partial C}{\partial z} \right) + D_* \left( \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} \right); \quad (12)$$

$$\mu_n(\Gamma) = \mu_p(C); \quad (13)$$

$$P_E(\xi) = W(1 + 2k\xi \operatorname{Cth}(kb)); \quad W = \frac{\varepsilon E_0^2}{4\pi}; \quad E_0 = V/b;$$

$$P_\tau \equiv \tau \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \Gamma} \nabla \Gamma_1; \quad \Gamma_1 = -\frac{\Gamma_0}{s + L\sqrt{D(s + Dk^2)}} \xi; \quad P_\sigma = \sigma(\Gamma_0)k^2 \xi.$$

В выписанных соотношениях (в электрической части задачи) индекс 1 относится к жидкости, индекс 2 к области между верхним электродом и возмущенной жидкой поверхностью.  $P(U)$ ,  $P_\sigma(\xi)$ ,  $P_E(\xi)$  — внутреннее давление в жидкости, лапласовское давление под искаженной волновым движением плоской поверхностью и электростатическое давление соответственно;  $P_\tau(\xi)$  — тангенциальная сила, действующая на единичную площадку, обусловленная изменением величины коэффициента поверхностного натяжения от точки к точке на поверхности при наличии ПАВ;  $\mathbf{n}$  и  $\tau$  — единичные векторы нормали и касательной к свободной поверхности жидкости;  $D_*$  — коэффициент поверхностной диффузии ПАВ. Решая сформулированную задачу методом, подробно описанным в [1], можно получить дисперсионное уравнение для капиллярных движений жидкости в анализируемой системе:

$$\begin{aligned} & -s^2(s + 2\nu k^2)^2 \left\{ s + D_*k^2 + L\sqrt{D(s + Dk^2)} \right\} + \\ & + \omega_0^2 \left\{ \chi_0 k^2 s \left( k - \sqrt{k^2 + s/\nu} \right) - s^2 \left( s + D_*k^2 + L\sqrt{D(s + Dk^2)} \right) \right\} + \\ & + 4\nu^2 k^3 s^2 \left\{ s + D_*k^2 + L\sqrt{D(s + Dk^2)} \right\} \sqrt{k^2 + s/\nu} - \\ & - s^3 \chi_0 k^2 \sqrt{k^2 + s/\nu} = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\omega_0^2 = k^3 + k - Wk^2 \operatorname{cth}(kb); \quad \chi_0 = \frac{\partial \sigma}{\partial \Gamma} \Gamma_0; \quad L = \left( \frac{\partial \mu_n}{\partial \Gamma_0} \right) / \left( \frac{\partial \mu_p}{\partial C_0} \right).$$

Величина  $\chi_0$  имеет смысл упругой постоянной поверхностной пленки ПАВ;  $L$  имеет смысл характерной обратной ливейной длины изменения объемной концентрации ПАВ вблизи поверхности:  $L \sim (\sigma D^2 / \rho g^3)^{-1/4}$ .

Численный анализ дисперсионного уравнения (14) показывает, что кроме обычных капиллярных движений жидкости, реализующихся в отсутствие ПАВ, в рассматриваемой

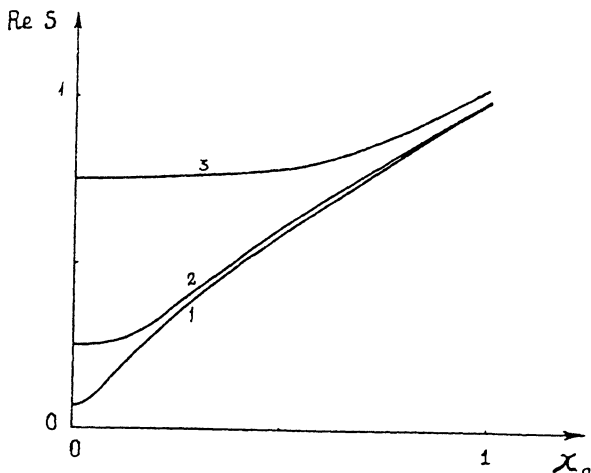


Рис. 1. Зависимости инкремента неустойчивости Тонкса-Френкеля для жидкости, покрытой пленкой ПАВ, от величины безразмерного параметра  $\chi_0$ , имеющего смысл упругой постоянной пленки ПАВ, рассчитанные при  $k = 1$ ;  $\nu = 0.01$ ;  $L = 500$ ;  $D = D_* = 10^{-6}$ : 1 —  $W = 2.1$ ; 2 —  $W = 3$ ; 3 —  $W = 11$ .

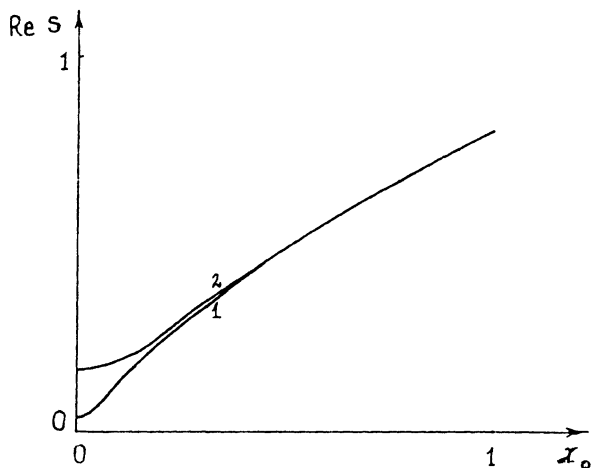


Рис. 2. Зависимость инкремента неустойчивости Тонкса-Френкеля для жидкости, покрытой пленкой ПАВ, от величины безразмерного параметра  $\chi_0$ , имеющего смысл упругой постоянной пленки ПАВ, рассчитанные при  $k = 10$ ;  $\nu = 0.01$ ;  $L = 500$ ;  $D = D_* = 10^{-6}$ : 1 —  $W = 10.2$ ; 2 —  $W = 11$ .

ситуации появляются две дополнительные затухающие волны: одна связана с волновым движением в упругой пленке ПАВ, другая — с потоком ПАВ, диффундирующего к по-

верхности из объема жидкости. Но наиболее интересным новым эффектом является обнаруженное увеличение инкремента неустойчивости Тонкса-Френкеля при наличии на поверхности жидкости ПАВ. На рис. 1-2 приведены зависимости инкремента неустойчивости от параметра  $\chi_0$ , характеризующего упругость пленки ПАВ, для  $k = 1$  и  $k = 10$  при закритических значениях параметра  $W$ , характеризующего давление электрического поля на поверхность жидкости. Физический механизм обнаруженного эффекта заключается в появлении ускоряющих развитие неустойчивости дополнительных (обусловленных неустойчивостью волн Марагони в пленке ПАВ [5]) потоков жидкости к вершинам неустойчивых волн.

### Список литературы

- [1] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.
- [2] Алиев И.Н. // Магнитная гидродинамика. 1988. № 1. С. 140-142.
- [3] Натутин И.Е., Полуэктов П.П., Рубежный Ю.Г. // ЖТФ. 1985. Т. 55. № 2. С. 415-417.
- [4] Рябицкий Е.А. // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 1. С. 3-8.
- [5] Lucaszen J. // J. Trans. Faraday. Soc. 1968. V. 64. N 9. P. 2221-2235.

Ярославский  
государственный  
университет

Поступило в Редакцию  
27 мая 1996 г.