Письма в ЖТФ, том 22, вып. 15 12 августа 1996 г.

01;10;12

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© *Ю.К.Голиков, Е.Ю.Флегонтова*

Описан математический метод восстановления энергетического спектра точечного источника в плоском электростатическом зеркале из зависимости интегрального сигнала на коллекторе конечного размера от величины напряженности поля. Считается, что угловой спектр источника известен и описывается гладкой функцией. Получено интегральное уравнение, решение которого в квадратурах дает искомый энергетический спектр.

Введение

Применение компьютерной техники в электронной спектроскопии значительно обогащает возможности энергоанализирующих систем и позволяет ввести новые способы обработки информации, доставляемой собственно энергоанализатором. В частности, повышение светосилы может быть достигнуто за счет интегрального принципа разделения потоков по энергиям в электрических полях различной геометрии, но восстановление спектральной плотности по результатам измерения разделенных потоков требует решения возникающих интегральных уравнений.

Ниже описан один из возможных способов энергоанализа, связанный с разделением потоков в плоском электростатическом зеркале. Он относится к группе методов, основанных на дифференцировании интегрального тока заряженных частиц отражающим электродом [1,2]. Достоинством описываемого метода, как и любого интегрального метода, является сравнительно большая величина обрабатываемого сигнала. Обычно при использовании подобных методов на точность измерения влияет ширина зоны захвата частиц отражающим электродом, зависящая от размера и конфигурации ячеек сетки. В нашем случае отсекание потока происходит не в области отражающего электрода, а в области коллектора, имеющего сплошную резкую границу. Такая смена рабочей области позволяет не только избежать погрешностей, связанных с зоной захвата, но и увеличить дисперсию. Предполагается, что распределение частиц в потоке по углам известно и не связано с распределением по энергиям. Оно полностью учитывается в процедуре обработки и не вносит погрешностей в измерение. На функцию распределения по углам не накладывается ограничений, кроме "разумных", а именно: она должна быть симметрична относительно перпендикуляра к плоскости источника, непрерывна и дифференцируема. Предположений относительно ее конкретного вида не делается. Математический смысл процедуры восстановления энергетического спектра заключается в решении интегрального уравнения, связывающего суммарный ток с функцией распределения частиц по углам и энергиям. Это уравнение решается, и его решение получено в квадратурах, что и позволяет теоретически обосновать новый эффективный способ применения классического однородного электростатического поля в энергоанализе.

Постановка задачи. Поток заряженных частиц, испускаемых точечным источником, отклоняется в однородном электрическом поле с регулируемой напряженностью, а затем частично попадает на коллектор конечного размера. Распределение по энергиям в потоке восстанавливается из зависимости суммарного тока через коллектор от напряженности поля. Выберем систему координат так, чтобы ось OY совпадала по направлению с напряженностью поля. В точке $(0;0)$ поместим точечный источник заряженных частиц. Пусть коллектор расположен вдоль оси OX, причем его левый край совмещен с источником, а правый находится в точке с координатами $(a;0)$ (рис. 1). Описанная система двумерна (источник — линия), однако приведенный ниже математический аппарат остается верным для осесимметричного случая. Найдем точку пересечения с осью OX для траектории частицы с энергией $\mathcal{E}$ (в электронвольтах), вылетевшей из источника под углом ϑ к оси Y:

$$y = 0, \qquad x = \frac{2\mathcal{E}}{qE} \sin 2\vartheta, \tag{1}$$

где q — заряд (Кл), m — масса (кг), E — величина напряженности поля (В/м). Условие попадания частицы на коллектор запишется в виде

$$\frac{2\mathcal{E}}{qE} \sin 2\vartheta < a. \tag{2}$$

Из уравнения (2) видно, что частицы с энергиями $\mathcal{E} < aqE/2$ попадают на коллектор независимо от угла их вылета из источника, а при бо́льших энергиях на коллектор попадают частицы, вылетевшие в диапазоне углов

$$\vartheta \in \left[0; \frac{1}{2} \arcsin(aqE/2\mathcal{E})\right] \cup \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin(aqE/2\mathcal{E}); \frac{\pi}{2}\right]. \tag{3}$$

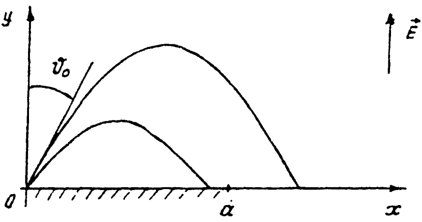

Рис. 1.

Обозначим угловой спектр источника, который считаем известным, $g(\vartheta)$, а неизвестный энергетический спектр источника — $\varphi(\mathcal{E})$. Введем новую переменную $z = aq\boldsymbol{E}/2$, имеющую размерность энергии. Интегрируя по углам и энергиям, запишем суммарный ток заряженных частиц через коллектор:

$$I(z) = \int_0^z \varphi(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \int_0^{\pi/2} g(\vartheta) d\vartheta +$$

$$+ \int_z^\infty d\mathcal{E} \varphi(\mathcal{E}) \left(\int_0^{\frac{1}{2}\arcsin z} g(\vartheta) d\vartheta + \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arcsin z}^{\frac{\pi}{2}} g(\vartheta) d\vartheta \right). \quad (4)$$

Уравнение (4) служит исходным для дальнейшей процедуры восстановления энергетического спектра по экспериментально измеренной функции $I(z)$.

Математическая процедура восстановления энергетического спектра. Взяв в уравнении (4) внутренние интегралы от известной функции распределения по углам $g(\varphi)$, а затем продифференцировав по z, приведя подобные и вводя обозначение

$$J(z) = dI(z)/dz, \quad (5)$$

получаем

$$J(z) = \int_z^\infty \varphi(\mathcal{E}) \frac{g\left(\frac{1}{2}\arcsin\frac{z}{\mathcal{E}}\right) + g\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arcsin\frac{z}{\mathcal{E}}\right)}{2\sqrt{1 - z^2/\mathcal{E}^2}} \cdot \frac{d\mathcal{E}}{\mathcal{E}}. \quad (6)$$

Перейдем к новым переменным $t = \ln\mathcal{E}$, $x = \ln z$ и обозначим

$$f(x) = J(e^x), \qquad \psi(t) = \varphi(e^t),$$

$$K(t-x) = \frac{g\left(\frac{1}{2}\arcsin e^{-(t-x)}\right) + g\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arcsin e^{-(t-x)}\right)}{2\sqrt{1-e^{-2(t-x)}}}. \quad (7)$$

Тогда уравнение (6) принимает вид:

$$f(x) = \int_x^\infty K(t-x)\cdot\psi(t)dt. \quad (8)$$

Это уравнение типа свертки. Можно показать (см. [3]), что для Фурье-образов, входящих в это уравнение функций, верно соотношение

$$A_\psi(\omega) = A_f(\omega)/A_K(\omega). \quad (9)$$

Везде предполагалось, что функции $\psi(x)$, $f(x)$, $K(x)$ принадлежат пространству L_2 [4] и над ними можно производить прямое и обратное преобразование Фурье. Сделав обратное преобразование Фурье левой и правой частей уравнения (9), выпишем окончательный результат:

$$\psi(x) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{A_f(\omega)}{A_K(\omega)}\cos\omega x d\omega, \quad (10)$$

где $\psi(\ln\mathcal{E}) = \varphi(\mathcal{E})$ — искомый энергетический спектр.

Возможен и другой выбор коллектора, не требующий принципиального изменения описанной выше процедуры. Можно взять в качестве колектора плоскость с отверстием радиуса a, в центре которого расположен источник. При этом меняется знак перед интегралом в формуле (6).

Заключение

Приведем алгоритм математического восстановления энергетического спектра точечного источника по измерениям полного тока на коллекторе, совмещенном с катодной пластиной плоского конденсатора. Угловой спектр источника считается заданным и допускающим математическое описание в классе дифференцируемых функций. В осесимметричном случае описаны два типа коллекторов: диск ограниченного радиуса и диафрагма с источником в центре. Искомый энергетический спектр получен в квадратурах.

Список литературы

[1] *Козлов И. Г.* Методы энергетического анализа электронных потоков. М.: Атомиздат, 1971. С. 190.

[2] *Козлов И.Г.* Современные проблемы электронной спектроскопии (электронные спектрометры и их применение). М.: Атомиздат, 1978. С. 248.

[3] *Хиршман И.И., Уиддер Д.В.* Преобразования типа свертки. М.: Иностр. литература, 1958. С. 312.

[4] *Сёкефальви-Надь Б., Фояш Ч.* Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве. М.: Мир, 1970. С. 431.

Поступило в Редакцию
24 апреля 1996 г.