

# Локализованные электронные состояния в сплошном спектре монослоя Cu (001)

© Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин

Физико-технический институт УрО РАН,  
Ижевск, Россия

E-mail: wolf@otf.fti.udmurtia.su

(Поступила в Редакцию 8 февраля 2010 г.  
В окончательной редакции 12 мая 2010 г.)

Впервые представлены результаты расчета электронных зон связанных состояний (001) ГЦК-монослоя меди, пересекающих границу сплошного спектра. Вычисления проводились в локальном приближении для обмена и корреляции с помощью пленочного варианта метода функции Грина. Исследована симметрия электронных состояний в окрестности границы сплошного спектра. Найдено, что в направлении  $\bar{\Sigma}$  двумерной зоны Бриллюэна в (001) Cu-монослое существуют связанные состояния, погруженные в континуум делокализованных состояний сплошного спектра. В направлениях  $\bar{\Delta}$  и  $\bar{Y}$  после пересечения границы сплошного спектра зоны связанных состояний превращаются в резонансные состояния.

## 1. Введение

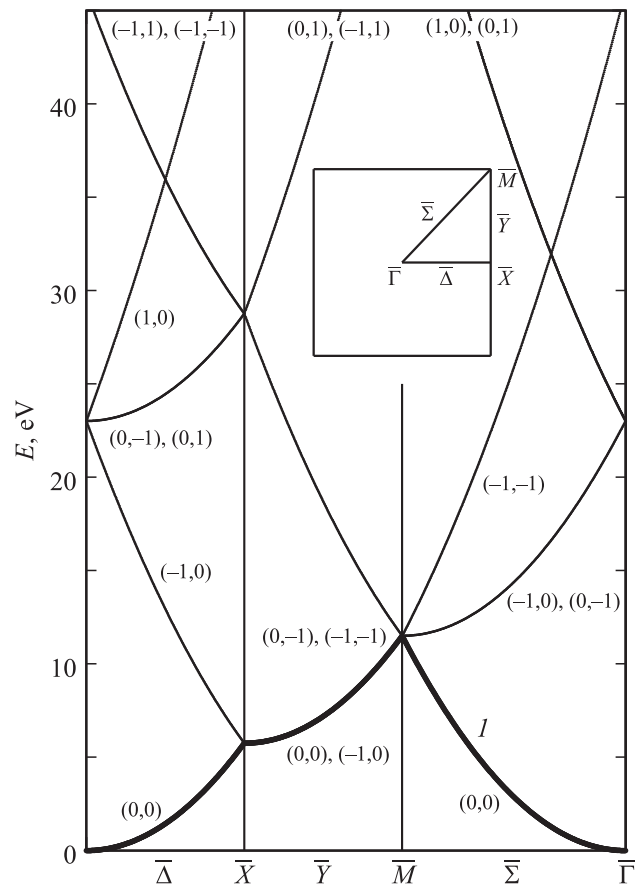
Электронная структура ограниченных, в частности квантово-размерных, кристаллов, которая в свете современного развития нанотехнологий имеет не только чисто научное, но и прикладное значение, обладает рядом качественных отличий от электронной структуры объемного, неограниченного кристалла. Так, например, в электронном спектре планарно-ограниченного кристалла при энергиях выше границы сплошного спектра  $E = k^2$  ( $\mathbf{k}$  — двумерный, параллельный плоскости квазиимпульс) [1] существует континуум делокализованных состояний сплошного спектра.<sup>1</sup> Граница сплошного спектра (001) ГЦК-пленки показана на рис. 1 линией  $I$ .

Вопрос о структуре состояний сплошного спектра, его отличии от состояний в сильно упрощенной модели свободных электронов исследован сравнительно мало. Вместе с тем основанная на этих приближениях „фазовая“ модель [2,3] и ее полуэмпирические модификации [4–6] сегодня являются практически единственным средством интерпретации экспериментальных данных по структуре электронных состояний выше границы сплошного спектра.

На нетривиальный характер электронных состояний сплошного спектра ограниченных кристаллов указывалось еще в работах [1,7,8]. Значительный интерес представляет существование в планарно-ограниченных кристаллах зон резонансных состояний с энергиями выше границы сплошного спектра [1,9–13]. В приближении упругого рассеяния эти резонансные состояния отвечают комплексным „энергиям“  $E_R(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) - i\Gamma(\mathbf{k})$ , где  $\mathbf{k}$  — двумерный квазиимпульс, а  $\Gamma(\mathbf{k}) \geq 0$ .

В работе [14] показано, что в пленках кубических кристаллов для электронных состояний определенной кристаллической симметрии, лежащих выше границы

сплошного спектра, но ниже порога появления незеркального луча,  $\Gamma(\mathbf{k}) = 0$ . Таким образом, возможно существование локализованных в пленке состояний, погруженных в континуум делокализованных состояний.



**Рис. 1.** Пороговые энергии (001) ГЦК-пленки.  $I$  — граница сплошного спектра  $E = k^2$ . На вставке приведена зона Бриллюэна рассматриваемой пленки с указанием направлений, в которых представлены пороговые энергии.

<sup>1</sup> В формулах использована атомная система единиц с энергией в Ry. Энергия отсчитана от значения кристаллического потенциала при бесконечном удалении от поверхности пленки в вакуум („вакуумный ноль“ кристаллического потенциала).

Интерференция этих связанных и распространяющихся состояний является причиной возникновения резонансов Фано [14,15]. Изучение Фано-резонансов, с одной стороны, дает важную информацию о геометрии и потенциале системы, влиянии пространственного конфайнмента электронов на характер возбужденных состояний, а с другой — открывает новые возможности в создании приборов квантовой электроники [16,17].

В настоящей работе в подходе теории функционала электронной плотности рассчитаны электронные состояния в окрестности границы сплошного спектра (001) ГЦК-монослоя меди. Анализ полученных результатов позволил выявить зоны связанных и резонансных состояний в континууме состояний сплошного спектра этой пленки.

## 2. Связанные состояния в сплошном спектре кристаллической пленки

В работе [14] показано, что вблизи границы сплошного спектра условием существования связанных, затухающих при удалении в вакуум электронных состояний является равенство нулю интеграла по элементарной ячейке пленки<sup>2</sup>:

$$\int_{\Omega} \exp(i(\mathbf{k}, \pm k_z)\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) \Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E) d\mathbf{r} = 0, \quad (1)$$

где  $E$  — энергия,  $k_z = \sqrt{E - k^2}$ ,  $V(\mathbf{r})$  — кристаллический потенциал, а  $\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E)$  — волновая функция однородного уравнения Липпмана–Швингера, преобразующаяся по  $j$ -му неприводимому представлению группы волнового вектора  $\mathbf{k}$ .

В силу инвариантности  $V(\mathbf{r})$  — относительно преобразований симметрии рассматриваемой пленки условие (1) означает, что

$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)} [\exp(i(\mathbf{k}, \pm k_z)\mathbf{r})] = 0, \quad (2)$$

где  $\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)}$  — проекционный оператор для  $j$ -го неприводимого представления [18] группы волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Так как далеко от поверхности, где  $V(\mathbf{r}) = 0$ , в разложении по векторам обратной решетки пленки функция  $\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E)$  имеет вид

$$\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E) = \hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)} \sum_{\mu} c_{\mu} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{K}_{\mu}, \sqrt{E - (\mathbf{k} + \mathbf{K}_{\mu})^2})\mathbf{r}}, \quad (3)$$

условие (2) означает отсутствие в этом разложении слагаемого с  $\mathbf{K}_{\mu} = 0$ . Тогда при  $k^2 < E < (\mathbf{k} + \mathbf{K}_{\mu})^2$   $\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E)$  экспоненциально убывает с ростом  $|z|$ , оставаясь функцией связанного по  $z$  состояния и выше границы сплошного спектра, задаваемой параболоидом  $E = k^2$ .

Неприводимые представления групп волновых векторов  $\mathbf{k}$ , лежащих вдоль направлений  $\bar{\Delta}$ ,  $\bar{\Sigma}$  и  $\bar{Y}$ ;  $\hat{E}$  — тождественное преобразование,  $\hat{C}_2^{(100)}$ ,  $\hat{C}_2^{(110)}$  и  $\hat{C}_2^{(010)}$  — повороты на угол  $\pi$  вокруг осевой [100], [110] и [010] соответственно;  $\hat{\sigma}_z$ ,  $\hat{\sigma}_{x=y}$  и  $\hat{\sigma}_x$  — отражения в плоскостях  $z = 0$ ,  $x = y$  и  $x = 0$

$\bar{\Delta}$	$\hat{E}$	$\hat{C}_2^{(100)}$	$\hat{\sigma}_z$	$\hat{\sigma}_y$
$\bar{\Sigma}$	$\hat{E}$	$\hat{C}_2^{(110)}$	$\hat{\sigma}_z$	$\hat{\sigma}_{x=y}$
$\bar{Y}$	$\hat{E}$	$\hat{C}_2^{(010)}$	$\hat{\sigma}_z$	$\hat{\sigma}_x$
$\bar{\Delta}_1, \bar{\Sigma}_1, \bar{Y}_1$	1	1	1	1
$\bar{\Delta}_2, \bar{\Sigma}_2, \bar{Y}_2$	1	-1	-1	1
$\bar{\Delta}_3, \bar{\Sigma}_3, \bar{Y}_3$	1	1	-1	-1
$\bar{\Delta}_4, \bar{\Sigma}_4, \bar{Y}_4$	1	-1	1	-1

2.1. Симметрия электронных состояний (001) ГЦК-пленки. Зона Бриллюэна и пороговые энергии  $E_{\mu} = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_{\mu})^2$  для (001) ГЦК-пленки приведены на рис. 1. Заметим, что в направлении  $\bar{Y}$  граница сплошного спектра вырождена:  $E_1 = k^2 = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_{(\bar{1},0)})^2$ . Как следует из дальнейшего рассмотрения, это ведет к невозможности пересечения указанного участка границы зоной связанных состояний. Группы волновых векторов направлений  $\bar{\Delta}$ ,  $\bar{\Sigma}$  и  $\bar{Y}$  изоморфны группе  $C_{2v}$  [19]. Неприводимые представления этой группы приведены в таблице. Проекционный оператор в рассматриваемом случае имеет вид

$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)} = \frac{1}{4} \sum_{\hat{\alpha}_i} d^j(\hat{\alpha}_i) \hat{\alpha}_i, \quad (4)$$

где  $\hat{\alpha}_i$  — преобразование данной группы, а  $d^j(\hat{\alpha}_i)$  — матричный элемент ее  $j$ -го неприводимого представления (см. таблицу). Для векторов  $\mathbf{k}$ , лежащих в направлении  $\bar{\Delta}$ ,

$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(\bar{\Delta}_3)} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{k}_z)\mathbf{r}} = 0, \quad (5)$$

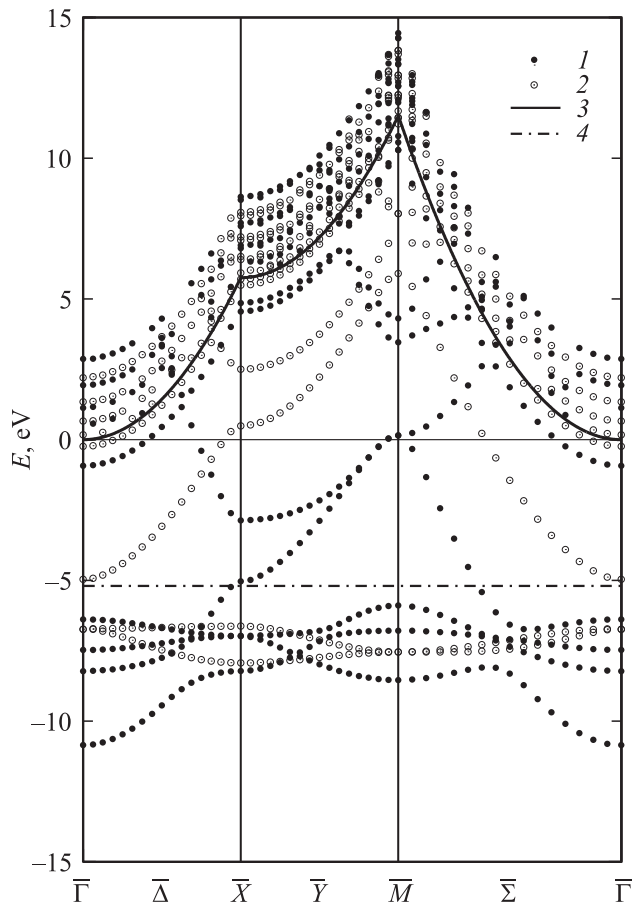
$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(\bar{\Delta}_4)} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{k}_z)\mathbf{r}} = 0. \quad (6)$$

Из (2), (5) и (6) и таблицы следует, что в направлении  $\bar{\Delta}$  зоны четных по  $z$  состояний, преобразующиеся по представлению  $\bar{\Delta}_4$ , при пересечении границы сплошного спектра остаются зонами связанных по  $z$  состояний. Такая же ситуация имеет место для нечетных по  $z$  состояний, преобразующихся по представлению  $\bar{\Delta}_3$ . Если зоны, достигающие границы сплошного спектра, отвечают симметрии  $\bar{\Delta}_1$  или  $\bar{\Delta}_2$ , то после пересечения границы они превращаются в резонансные состояния с конечным временем жизни ( $\Gamma \neq 0$ ). Аналогичный анализ для направления  $\bar{\Sigma}$  показывает, что зоны, отстающие зонами связанных состояний после пересечения границы сплошного спектра, отвечают представлениям  $\bar{\Sigma}_3$  и  $\bar{\Sigma}_4$ . В направлении  $\bar{Y}$  из-за наличия операций  $\hat{\alpha}_i$  таких, что  $\hat{\alpha}_i \mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{K}_{(\bar{1},0)}$ , для всех представлений

$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(\bar{Y}_j)} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{k}_z)\mathbf{r}} \neq 0, \quad (7)$$

и, следовательно, любая зона, пересекающая границу сплошного спектра, превращается в зону резонансных состояний.

<sup>2</sup> Полагаем, что поверхности пленки параллельны плоскости  $z = 0$ .



**Рис. 2.** Энергетический спектр (001) ГЦК-монослоя меди. 1 — зоны четных по  $z$  состояний, 2 — зоны нечетных по  $z$  состояний, 3 — граница сплошного спектра, 4 — энергия Ферми.

2.2. Связанные и резонансные состояния (001) монослоя меди. Энергетический спектр электронов (001) ГЦК-монослоя меди рассчитывался в подходе теории функционала электронной плотности методом KKS (Kohn [20], Kar, Soven [21]), являющимся модификацией метода функции Грина (KKR [22]) для случая кристаллической пленки. В отличие от широко используемых линейных методов зонной теории в нем нет проблем, связанных с выбором центров линейризации, зависящих от рассматриваемого энергетического интервала.

При решении уравнений Кона-Шема использовалась пленочная постановка задачи<sup>3</sup>

$$(-\Delta + V(\mathbf{r}))\Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_n(\mathbf{k})\Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (8)$$

$$\Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_m^{(c)}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_m^{(c)}}\Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (9)$$

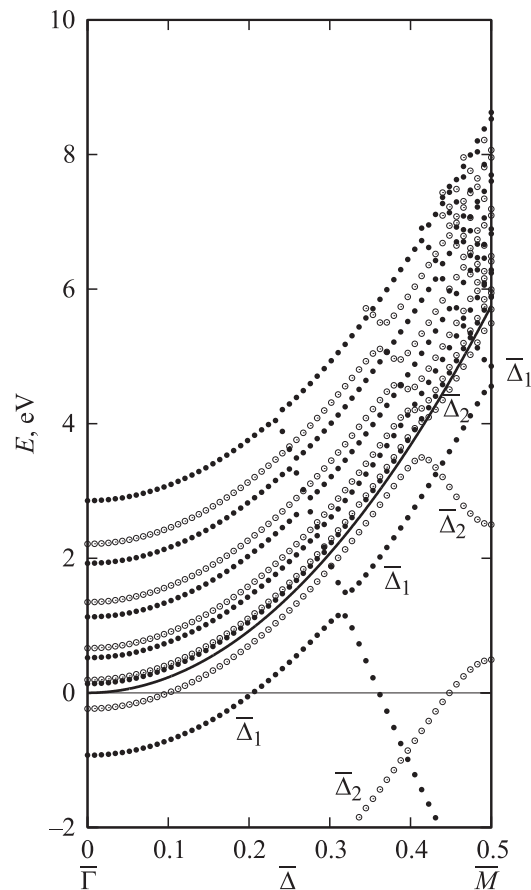
<sup>3</sup> Заметим, что в часто используемой для расчетов электронных состояний пленок модели периодически повторяющихся пленок сплошного спектра нет.

$$\frac{\partial \Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_m^{(c)})}{\partial \mathbf{n}} = -e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_m^{(c)}} \frac{\partial \Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}}, \quad (10)$$

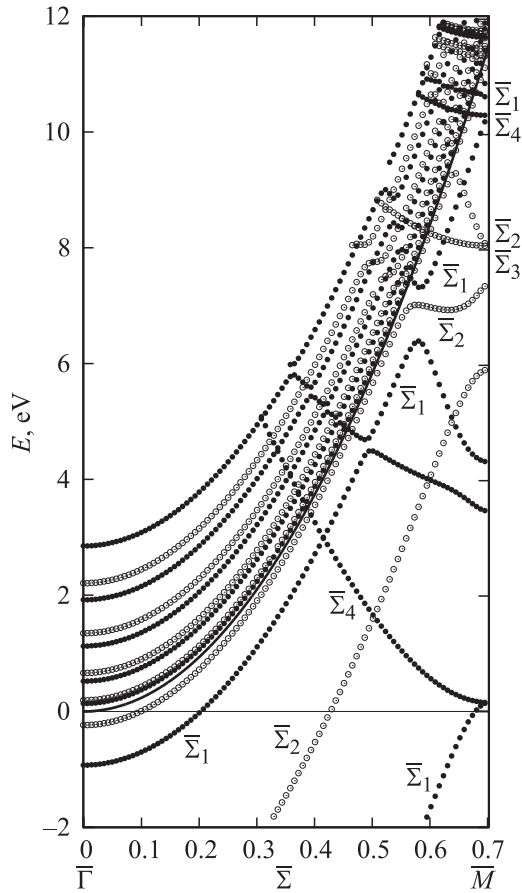
$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = 0. \quad (11)$$

Здесь  $\mathbf{R}_m^{(c)}$  — вектор трансляции, соединяющий сопряженные точки поверхности элементарной ячейки пленки,  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль к ее боковой поверхности,  $V(\mathbf{r}) = V_{\text{coul}}(\mathbf{r}) + V_{\text{xc}}(\mathbf{r})$ , где  $V_{\text{coul}}(\mathbf{r})$  — кулоновский, а  $V_{\text{xc}}(\mathbf{r})$  — обменно-корреляционный вклады в эффективный потенциал  $V(\mathbf{r})$ . Кулоновский вклад находился с помощью решения уравнения Пуассона способом, описанным в работе [23]. Обменно-корреляционный потенциал в приближении локальной плотности вычислялся с помощью интерполяционной формулы Вигнера, справедливой и в случае малых плотностей [24]. Электронная плотность пленки меди строилась на основе суперпозиции атомных плотностей [25] с помощью вариации чисел заполнения  $3d$ - и  $4s$ -орбиталей. В приведенном расчете  $n_{4s} = 1.171$ ,  $n_{3d} = 9.829$ . Постоянная плоской решетки  $A' = A/\sqrt{2}$ , где  $A = 6.8309$  а.е. — постоянная решетки объемной меди.

В работе [9] предложен способ „открытия“ вещественной части энергии резонансных уровней вблизи



**Рис. 3.** Энергетические зоны в окрестности границы сплошного спектра (001) монослоя меди. Направление  $\bar{\Delta}$ ,  $k = \frac{2\pi}{A}(\xi, 0)$ ,  $0 < \xi < 1/2$ . Темные кружки отвечают четным по  $z$  состояниям, светлые — нечетным по  $z$  состояниям.



**Рис. 4.** Энергетические зоны в окрестности границы сплошного спектра (001) монослоя меди. Направление  $\bar{\Sigma}$ .  $k = \frac{2\pi}{A}(\xi, \xi)$ ,  $0 < \xi < 1/2$ . Темные и светлые кружки — то же, что на рис. 3.

границы сплошного спектра. Этот способ основан на сдвиге границы сплошного спектра путем установления малых симметричных по  $z$  барьеров на большом расстоянии от поверхностей пленки. Энергетический спектр электронов (001) ГЦК-монослоя меди, рассчитанный в таком подходе, представлен на рис. 2. Высоты барьеров, помещенных на расстояниях  $5A$  от поверхностей пленки, составляли  $3\text{ eV}$  относительно вакуумного нуля. Это позволило „открыть“ резонансные зоны на расстоянии до  $3\text{ eV}$  над границей сплошного спектра. Энергетические зоны, лежащие ниже границы сплошного спектра невозмущенной пленки (линия 3 на рис. 2), с точностью  $10^{-3}\text{ eV}$  совпадают с зонами, полученными в расчете при отсутствии барьеров. Наименьшее расстояние между уровнем Ферми (линия 4 на рис. 2) и границей сплошного спектра в отсутствие барьеров (линия 3 на рис. 2) достигается в центре зоны Бриллюэна и равно работе выхода электронов в (001) ГЦК-монослое меди.

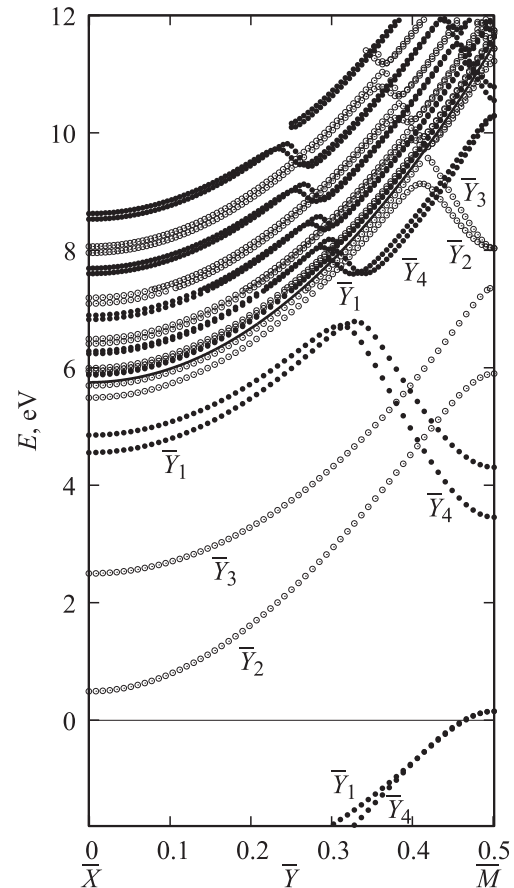
С большим разрешением зоны в окрестности  $E = k^2$  представлены на рис. 3–5. Несмотря на сильную гибридизацию с состояниями, порожденными добавленными барьерами, ясно видны зоны, обусловленные кристал-

лическим потенциалом пленки, пересекающие границу сплошного спектра.

Анализ симметрии волновых функций, полученных в данном расчете, показывает, что в направлении  $\bar{\Delta}$  зоны, пересекающие границу сплошного спектра, отвечают состояниям, преобразующимся по представлениям  $\bar{\Delta}_1$  и  $\bar{\Delta}_3$  (рис. 3). Следовательно, для данного направления связанных состояний в сплошном спектре (001) монослоя меди нет.

В направлении  $\bar{\Sigma}$  состояния четного по  $z$  типа преобразуются по представлениям  $\bar{\Sigma}_1$  и  $\bar{\Sigma}_4$  (рис. 4). Как отмечалось, зоны  $\bar{\Sigma}_4$  симметрии пересекают границу сплошного спектра, оставаясь зонами локализованных по  $z$  состояний. Для состояний нечетного по  $z$ -типа, расположенных вблизи границы сплошного спектра, в (001) ГЦК-монослое меди реализуются зоны симметрии  $\bar{\Sigma}_2$  и  $\bar{\Sigma}_3$  (рис. 4). Зона состояний симметрии  $\bar{\Sigma}_3$  пересекает границу сплошного спектра как зона связанных состояний.

Для полноты картины на рис. 5 приведены резонансные зоны в направлении  $\bar{Y}$ . Как было отмечено, в этом направлении двумерной зоны Бриллюэна все



**Рис. 5.** Энергетические зоны в окрестности границы сплошного спектра (001) монослоя меди. Направление  $\bar{Y}$ .  $k = \frac{2\pi}{A}(1/2, \xi)$ ,  $0 < \xi < 1/2$ . Темные и светлые кружки — то же, что на рис. 3.

энергетические зоны, пересекающие границу сплошного спектра, превращаются в зоны резонансных уровней.

### 3. Заключение

С помощью прямого расчета электронной структуры нами впервые показано существование связанных электронных состояний в континууме состояний сплошного спектра (001) ГЦК-монослоя меди. Найдено, что в монослое меди эти состояния реализуются для векторов  $\mathbf{k}$ , лежащих в направлении  $\bar{\Sigma}$  двумерной зоны Бриллюэна. Для других направлений волнового вектора электрона в (001) Cu-монослое локализованных состояний, погруженных в континуум делокализованных состояний, нет. Такая структура энергетического спектра может влиять на характер физических процессов, зависящих от направления квазиимпульса электрона. Например, наличие при данном  $\mathbf{k}$  связанных состояний в сплошном спектре ведет к появлению резонанса Фано в рассеянии электронного пучка на поверхности пленки. В этом случае в области антирезонансного провала возникает нулевое отражение низкоэнергетических электронов [14].

### Список литературы

- [1] E.G. McRae. *Rev. Mod. Phys.* **51**, 3, 541 (1979).
- [2] N.V. Smith. *Phys. Rev. B* **32**, 3549 (1985).
- [3] N.V. Smith, N.B. Brookes, Y. Chang, P.D. Johnson. *Phys. Rev. B* **49**, 332 (1994).
- [4] A.M. Shikin, D.V. Vjalikh, G.V. Prudnikova, V.K. Adamchuk. *Surf. Sci.* **478**, 135 (2001).
- [5] A.M. Shikin, O. Rader, G.V. Prudnikova, V.K. Adamchuk, W. Gudat. *Phys. Rev. B* **65**, 075403 (2002).
- [6] A.M. Shikin, M.B. Visman, G.G. Vladimirov, V.K. Adamchuk, O. Rader. *Surf. Sci.* **600**, 2681 (2006).
- [7] R.C. Jaklevic, L.C. Davis. *Phys. Rev. B* **26**, 10, 5381 (1982).
- [8] J.I. Gersten, E.G. McRae. *Surf. Sci.* **29**, 483 (1972).
- [9] Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин, А.Е. Павлов, Л.А. Рубцова. *Поверхность* **12**, 24 (1992).
- [10] M.S. Altman. *J. Phys.: Cond. Matter* **17**, S1305 (2005).
- [11] M. Rohleder, W. Berthold, J. Güdde, U. Höfer. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 017401 (2005).
- [12] V. Chis, S. Caravati, G.B. Butti, M.I. Trioni, P. Cabrera-Sanfeliix, A. Arnau, B. Hellsing. *Phys. Rev. B* **76**, 153404 (2007).
- [13] F. Bisio, M. Nývlt, J. Franta, H. Petek, J. Krischner. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 087601 (2006).
- [14] G.V. Wolf, Yu.P. Chuburin. *J. Phys.: Cond. Matter* **21**, 185007 (2009).
- [15] U. Fano. *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
- [16] J. Gröres, D. Goldhaber-Gordon, S. Heemeyer, M.A. Kastner, H. Shtrikman, D. Mahalu, U. Meirav. *Phys. Rev. B* **62**, 2188 (2000).
- [17] J.F. Song, Y. Ochiai, J.P. Bird. *Appl. Phys. Lett.* **82**, 4561 (2003).
- [18] Р. Нокс, А. Голд. *Симметрия в твердом теле*. Наука, М. (1970). 424 с.
- [19] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика*. Наука, М. (1963). 702 с.

- [20] W. Kohn. *Phys. Rev. B* **11**, 10, 3756 (1975).
- [21] N. Kar, P. Soven. *Phys. Rev. B* **11**, 10, 3761 (1975).
- [22] W. Kohn, N. Rostoker. *Phys. Rev.* **94**, 1411 (1954).
- [23] Г.В. Вольф, Л.А. Корепанова. *Поверхность* **4**, 27 (1985).
- [24] J.R. Smith, J.G. Gay, F.J. Arlinghaus. *Phys. Rev. B* **21**, 2201 (1980).
- [25] M. Synek. *Phys. Rev.* **131**, 1572 (1963).