

## ДИФРАКЦИОННАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПСЕВДОГЛУБОКИХ ГОЛОГРАММ С РЕАЛЬНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ГЛУБИНОЙ ЗАПИСИ

© С.Я.Горелик, И.М.Нагибина

В опубликованных ранее работах, посвященных псевдоглубоким голограммам (например, [1,2]), значение дифракционной эффективности таких голограмм рассчитывалось в основном применительно к решеткам, полученным на тонких фотоматериалах. В то же время использование объемных регистрирующих сред позволяет увеличить значение дифракционной эффективности таких голограмм. Результаты предварительных экспериментов [3] свидетельствуют о том, что дифракционные свойства объемных наклонных решеток могут быть описаны в рамках теорий, разработанных для голограмм, записанных на вертикально расположенных фотопластинках. В настоящей работе свойства наклонных решеток рассматриваются в приближении теории связанных волн, которая дает достаточно точную картину дифракции на объемных периодических структурах [4].

Пусть в объеме светочувствительного материала имеет место интерференция двух плоских волн — объектной  $S$  и референтной  $R$ , нормали к волновым фронтам которых лежат в горизонтальной плоскости  $YOZ$ , а комплексные амплитуды описываются функциями

$$S = \exp\{-j\sigma_0 x\}; \quad R = \exp\{-j\rho_0 x\}, \quad (1)$$

где векторы  $\sigma_0$  и  $\rho_0$  могут быть представлены в виде  $\sigma_0 = (0, \sigma_y, \sigma_t)$ ;  $\rho_0 = (0, \rho_y, \rho_z)$ ; радиус-вектор  $x = (x, y, z)$ ;  $|\sigma_0| = |\rho_0| = 2\pi n/\lambda$ ;  $\lambda$  — длина волны в вакууме;  $n$  — показатель преломления регистрирующей среды. В результате регистрации результата интерференции волн (1) величины диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  и/или проводимости  $\sigma$  светочувствительной среды оказываются пространственно модулированными:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \cos(\mathbf{K}x), \quad (2)$$

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \cos(\mathbf{K}x),$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\sigma_1$  — амплитуды модуляции величин  $\varepsilon$  и  $\sigma$ ;  $\varepsilon_0$  и  $\sigma_0$  — средние значения величин  $\varepsilon$  и  $\sigma$ ;  $\mathbf{K}$  — вектор решетки,

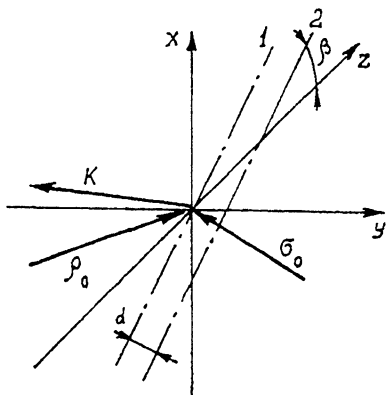


Рис. 1. Схема регистрации результата интерференции двух плоских волн с волновыми векторами  $\rho_0$  и  $\sigma_0$ .  $\mathbf{K}$  — вектор решетки;  $d$  — физическая толщина эмульсии;  $\beta$  — угол наклона регистрирующей среды. Штрихпунктиром показаны следы пересечения передней 1 и задней 2 поверхностей фотоэмульсии с вертикальной плоскостью  $XOZ$ .

определяемый как  $\mathbf{K} = \rho_0 - \sigma_0$ , а сама зарегистрированная решетка занимает область  $x \operatorname{ctg} \beta \leq z \leq x \operatorname{ctg} \beta + d / \sin \beta$ , где  $\beta$  — угол наклона регистрирующей среды с физической толщиной  $d$  по отношению к горизонтальной плоскости (рис. 1).

Распространение электромагнитной волны в полученной структуре описывается скалярным волновым уравнением

$$\nabla^2 E(x, y, z) + k^2 E(x, y, z) = 0, \quad (3)$$

где  $E(x, y, z)$  — комплексная амплитуда электромагнитной волны, а  $k$  — комплексная константа распространения, связанная с величинами  $\epsilon$  и  $\sigma$  соотношением  $k^2 = (\omega^2/c^2)\epsilon - j\mu\omega\sigma$ , где  $c$  — скорость света в вакууме, а  $\mu$  — магнитная проницаемость среды.

Пусть на стадии восстановления решетка освещается волной с комплексной амплитудой  $R' = R(z) \exp\{-j\rho x\}$ , нормаль к волновому фронту которой лежит в плоскости  $YOZ$ , а направление распространения и длина волны в общем случае отличаются от имевших место при записи. Распространяясь в решетке, эта волна восстанавливает волну с комплексной амплитудой  $S' = S(z) \exp\{-j\sigma x\}$ , вектор  $\sigma$  которой в соответствии с вышеизложенным определяется разностью векторов  $\rho$  и  $\mathbf{K}$ .

Таким образом, общее электромагнитное поле в среде является суперпозицией двух волн — восстанавливающей и

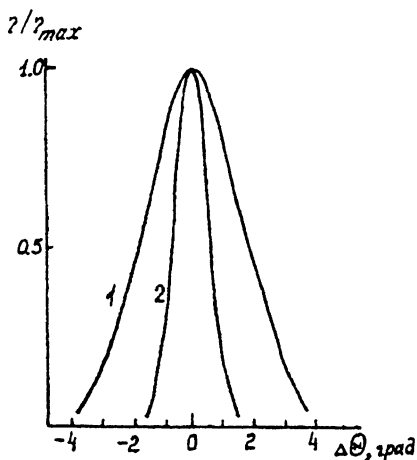


Рис. 2. Зависимость относительной дифракционной эффективности  $\eta/\eta_{\max}$  классической 1 и наклонной 2 объемных голографических решеток, записанных на пленке "Omni-dex", при изменении направления распространения восстанавливающей волны на угол  $\Delta\theta$  в горизонтальной плоскости.

восстанавливаемой. Решая с учетом этого волновое уравнение (3), пренебрегая волнами, распространяющимися в направлениях  $\rho + K$  и  $\sigma - K$ , а также значениями производных второго порядка и приравнивая к нулю множители при экспонентах с равными показателями, получаем следующую систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$c_R R(z)' + \alpha R(z) = -j\kappa S(z), \quad (4)$$

$$c_S S(z)' + \left( \alpha + j \frac{\rho^2 - \sigma^2}{2|\rho|} \right) S(z) = -j\kappa R(z),$$

где штрихи обозначают дифференцирование по  $z$ ;  $\kappa$  — переменная, описывающая связь между восстанавливающей и восстанавливаемой волнами;  $\alpha$  — средняя постоянная поглощения [4] и введены обозначения  $c_R = \rho_z/|\rho|$  и  $c_S = \sigma_z/|\rho|$ .

Решение этой системы имеет вид

$$R(z) = r_1 \exp\{\gamma_1 z\} + r_2 \exp\{\gamma_2 z\}, \quad (5)$$

$$S(z) = S_1 \exp\{\gamma_1 z\} + S_2 \exp\{\gamma_2 z\},$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — корни характеристического уравнения системы (4), а  $r_i$  и  $s_i$ ,  $i = 1, 2$  — неопределенные коэффициенты.

При определении амплитуды восстановленной на наклонной решетке волны будем исходить из того, что на первой границе абсолютные значения амплитуд восстанавливающей  $R'$  и восстанавливаемой  $S'$  волн соответственно равны

$$R(x \operatorname{ctg} \beta) = r_1 \exp \{ \gamma_1 x \operatorname{ctg} \beta \} + r_2 \exp \{ \gamma_2 x \operatorname{ctg} \beta \} = 1, \quad (6)$$

$$S(x \operatorname{ctg} \beta) = s_1 \exp \{ \gamma_1 x \operatorname{ctg} \beta \} + s_2 \exp \{ \gamma_2 x \operatorname{ctg} \beta \} = 0.$$

Из второго уравнения системы (6) получим

$$s_1 = -s_2 \exp \{ x \operatorname{ctg} \beta (\gamma_2 - \gamma_1) \}. \quad (7)$$

Подставляя второе уравнение системы (5) с учетом выражения (7) во второе уравнение системы (4) и учитывая первое уравнение системы (6), получаем

$$s_i = \frac{\gamma_1 x}{c_S (\gamma_1 - \gamma_2) \exp \{ \gamma_i x \operatorname{ctg} \beta \}}; \quad i = 1; 2. \quad (8)$$

Тогда на второй границе наклонной голографической решетки амплитуда восстановленной волны определится выражением

$$S(x \operatorname{ctg} \beta + d / \sin) = \frac{j x}{c_S (\gamma_1 - \gamma_2)} \left( e^{\gamma_2 d / \sin \beta} - e^{\gamma_1 d / \sin \beta} \right). \quad (9)$$

Данное выражение совпадает с полученным в [4] для пропускающих голограмм с точностью до множителя  $d \sin \beta$ , описывающего увеличение оптической длины пути в решетке за счет наклона. Из этого следует, что угловая и спектральная селективность наклонной периодической структуры должна возрасти по сравнению с селективностью решетки, зарегистрированной при вертикальном расположении материала с той же физической толщиной эмульсии. Что же касается значения дифракционной эффективности наклонной решетки, определяемой (при единичной амплитуде восстанавливающей волны) как произведение амплитуды (9) на комплексно сопряженную ей величину, то она зависит от тех же параметров, что и для решетки, записанной по классической схеме.

Для проверки полученного результата были проведены эксперименты, в которых классическая и наклонная объемные решетки записывались на фотополимерных пленках фирмы "Du Pont". При этом решетка, пространственная частота которой в воздухе составляла около  $500 \text{ мм}^{-1}$ , регистрировалась в симметричной двухлучевой схеме. Источником излучения служил He-Cd лазер с рабочей длиной

волны  $\lambda = 0.4416$  мкм, а угол наклона фотоматериала  $\beta$  составлял около  $20^\circ$ . Для выполнения условия равенства показателей преломления пленки и окружающего ее пространства при записи и восстановлении наклонной решетки фотоматериал помещался между двумя стеклянными призмами и заливался глицериновой иммерсией [3]. В соответствии с расчетами угловая селективность наклонной решетки должна была превышать угловую селективность вертикальной решетки приблизительно в три раза, что подтверждается результатами, полученными на пленке "Omni-dex" с толщиной светочувствительного слоя 25 мкм (рис. 2). Аналогичные результаты были получены на пленках с толщинами 10, 40 и 60 мкм.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно утверждать, что дифракционные свойства объемных наклонных голографических решеток могут быть описаны в рамках теории связанных волн первого порядка. Дифракционная же эффективность наклонных объемных голограмм, а также их селективные свойства определяются теми же параметрами, что и для классической решетки, с учетом изменения оптической длины пути в эмульсионном слое за счет наклона регистрирующей среды.

#### Список литературы

- [1] Денисюк Ю.Н., Ганжерли Н.М. // ЖТФ. 1990. Т. 60. В. 11. С. 154-161.
- [2] Денисюк Ю.Н., Ганжерли Н.М. // Опт. и спектр. 1993. Т. 75. В. 5. С. 1092-1108.
- [3] Денисюк Ю.Н. и др. // Опт. и спектр. 1995. Т. 78. В. 5. С. 133-135.
- [4] Kogelnik H. // The Bell Syst. Techn. J. 1969. V. 48. N 9. P. 2909-2947.

Поступило в Редакцию  
29 января 1996 г.