

01;09

БИФУРКАЦИИ И ХАОС В КАСКАДНОМ ГЕНЕРАТОРЕ С ФИЛЬТРОМ В ЦЕПИ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

© Э.В.Кальянов

Хаотическое поведение динамических систем в последнее время привлекает внимание многих исследователей в различных областях знаний [1-4]. Для генерирования хаотических колебаний на сверхвысоких частотах особый интерес представляют генераторы с запаздывающей обратной связью [5-10]. Наиболее эффективным генератором с запаздыванием, обеспечивающим генерацию динамического шума с относительно высоким коэффициентом полезного действия, является каскадный генератор [11,12], состоящий из двух замкнутых в кольцо широкополосных усилителей, когда часть колебаний с выходного (второго) усилителя подается через направленный ответвитель на вход другого (первого) усилителя. При этом усилители должны иметь задержку сигнала и амплитудные характеристики (по крайней мере, первый усилитель) с падающим участком. Второй усилитель целесообразно выбирать более мощным, чем первый.

Практическую значимость представляет каскадный генератор, подобный предложенному в [11], но с фильтром в кольце обратной связи, с помощью которого можно управлять спектром генерируемых колебаний. Происходящие процессы в таком генераторе весьма сложны. Их теоретические исследования в каскадном варианте с фильтром до сих пор не проводились и представляют значительный интерес. В настоящей работе приведены уравнения каскадного генератора с фильтром и рассмотрены некоторые результаты численного анализа.

Будем считать, что каскадный генератор состоит из замкнутых в кольцо двух усилителей, фильтра второго порядка и направленного ответвителя. При этом каждый (i -й) усилитель содержит линию задержки, фильтр первого порядка и нелинейный усилительный элемент с характеристикой в виде унимодальной функции

$$y_i = G_i z_i \exp(-z_i^{n_i}), \quad (1)$$

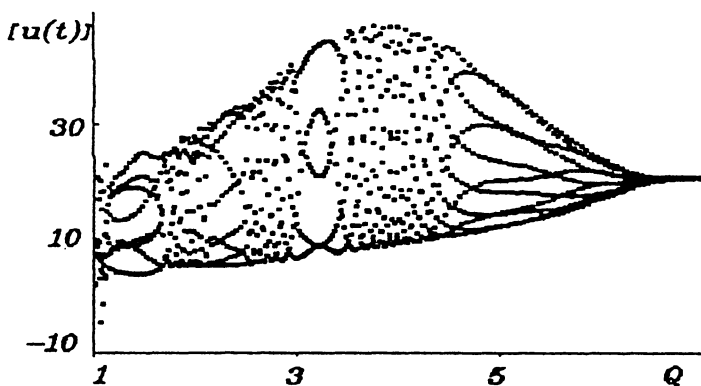


Рис. 1. Изменение максимальных значений колебательного процесса в зависимости от добротности фильтра.

где $i = 1, 2$, G_i — параметр усиления, n_i — параметр нелинейности, z_i , y_i — колебательные процессы на входе и выходе нелинейного элемента ($z_i = z_i(t)$, $y_i = y_i(t)$).

Полагая, что часть сигнала с выходного ($i = 2$) усилителя подается с помощью направленного ответвителя на вход первого ($i = 1$) усилителя, а фильтр второго порядка находится между усилителями, можно с учетом (1) получить

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} + 2s\dot{x} + \omega^2 x &= \omega^2 y_1, \\
 p_1 \dot{z}_1 + z_1 &= d y_2(t - T_1), \\
 p_2 \dot{z}_2 + z_2 &= x(t - T_2), \\
 u &= (1 - d)y_2,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где x — колебательный процесс на выходе фильтра второго порядка, u — колебательный процесс на выходе генератора (после направленного ответвителя), p_i — постоянная времени фильтра первого порядка i -го усилителя, T_i — запаздывание сигнала в i -м усилителе, $s = (\omega/Q)$, ω , Q — собственная частота и добротность фильтра второго порядка, d — коэффициент отвлечения направленного ответвителя. Точкой обозначено дифференцирование по времени t . При этом $x = x(t)$, $u = u(t)$.

При решении системы нелинейных дифференциальных уравнений (2), описывающей колебательные процессы в каскадном генераторе с фильтром, параметры G_i , n_i и d выбраны так, что в первом каскаде (первом усилителе) использовался падающий участок амплитудной характеристики (1), а во втором — нарастающий ее участок.

На рис. 1 приведена бифуркационная диаграмма, показывающая изменение максимальных значений колебательного процесса $u(t)$ (обозначены $[u(t)]$) в зависимости от добротности фильтра второго порядка при $G_1 = 2$, $G_2 = 50$, $n_1 = n_2 = 4$, $d = 0.1$, $p_1 = p_2 = 0.25$, $T_1 = 3$, $T_2 = 2$, $\omega = 2$. Диаграмма получена при увеличении добротности от 1 до 10.

Как видно, при малой величине добротности (при $Q < 1.1$) имеет место нерегулярный разброс значений $[u(t)]$, что свидетельствует о хаотическом характере колебаний. С увеличением добротности фильтра возникают сложные бифуркации движений, а не простое уменьшение хаотического разброса значений $[u(t)]$. В интервале $Q \in (1.1, 1.7)$ разброс максимальных отклонений колебательного процесса $u(t)$ становится упорядоченным, в соответствии с чем имеют место регулярные, хотя и очень сложные (восьмитактные), движения. При $Q \in (2.1, 2.4)$ колебания преобразуются в девятитактные, а при $Q \in (2.9, 3.4)$ — в пятитакт-

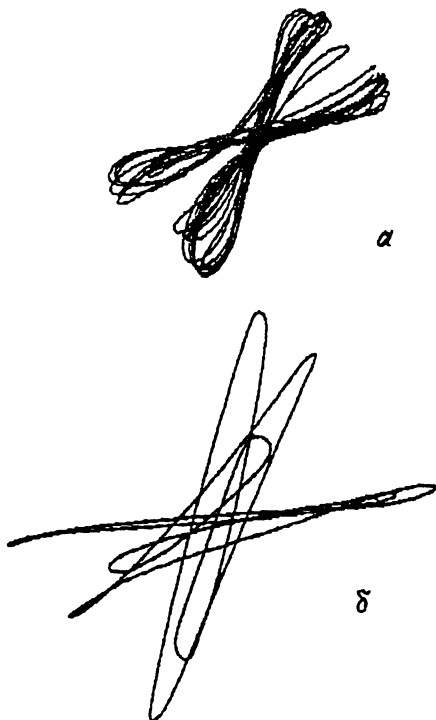


Рис. 2. Проекция аттракторов колебаний при хаотическом (а) и регулярном (б) режимах работы.

ные. При достижении значения $Q = 4.4$ колебания становятся одиннадцатитактными и после ряда бифуркаций трансформируются при $Q > 6.5$ в однитактные.

Следует отметить, что при обратном изменении добротности фильтра второго порядка (при уменьшении Q от 10 до 1) проявляется гистерезис и бифуркационные движения несколько иные. В частности, режим однитактных квазигармонических колебаний, возбуждающихся при $Q = 10$, сохраняется до значения добротности $Q = 5.2$.

Аттракторы колебаний в проекции на плоскость $u(t)$, $u(t - T)$ (при $T = T_1 + T_2$) при двух характерных значениях добротности фильтра иллюстрируются рис. 2. Они получены в интервале времени $t \in (480, 540)$ при тех же значениях остальных параметров, что и на рис. 1. Хаотический аттрактор (рис. 2, а, $Q = 1$) в соответствии с разбросом точек на рис. 1 имеет вид запутанной незамкнутой траектории. Сложный предельный цикл на рис. 2, б отображает пятитактные колебания при $Q = 3.05$.

Сложные колебания являются результатом синхронных и асинхронных взаимодействий нескольких мод, для которых одновременно обеспечиваются условия возбуждения. При этом синхронные взаимодействия являются результатом взаимной синхронизации мод на комбинационных частотах. При снижении добротности фильтра второго порядка условия возбуждения обеспечиваются для большего числа мод и явлению взаимной синхронизации сопутствует процесс изменения периода комбинационных колебаний (удвоение, утроение и др.). В этом случае система выходит из синхронизма и асинхронные движения проявляются как хаотические.

Приведенные результаты численного анализа свидетельствуют о том, что в каскадном генераторе при повышении добротности фильтра, помещенного между усилителями, происходит не простое уменьшение разброса максимальных отклонений хаотического процесса, а изменение структуры колебаний, сопровождающееся их бифуркациями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-02-04300).

Список литературы

- [1] Гарел Д., Гарел О. Колебательные химические реакции. М.: Мир, 1986. 152 с.
- [2] Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 278 с.
- [3] Дмитриев А., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 278 с.

- [4] *Гласс О., Мэки М.* От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.
- [5] *Кислов В.Я., Залогин Н.Н., Мясин Е.А.* // РЭ. 1979. Т. 24. В. 6. С. 1118–1130.
- [6] *Дизтяр В.Б., Старков С.О.* // РЭ. 1982. Т. 27. В. 12. С. 2457–2463.
- [7] *Манькин И.А., Школьников В.Г.* // РЭ. 1984. Т. 29. В. 2. С. 307–313.
- [8] *Калинин В.И.* // РЭ. 1986. Т. 31. В. 6. С. 1247–1249.
- [9] *Кац В.А., Кузнецов С.П.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. В. 12. С. 727–733.
- [10] *Кальянов Э.В.* // РЭ. 1994. Т. 39. В. 12. С. 2014–2025.
- [11] *Мясин Е.А., Кислов В.Я., Богданов Е.В.* Заявка № 964513/19-09 от 31.07.68. А. с. 1125735 МКИ НОЗ В 29/00.
- [12] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 18. С. 68–72.

Институт радиотехники
и электроники РАН
Фрязинская часть

Поступило в Редакцию
9 января 1996 г.