

07

©1995

## ОГРАНИЧЕНИЕ ГЛУБИНЫ РЕЗКОСТИ АХРОМАТИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТЬЮ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ И ЕГО РАЗМЕРАМИ

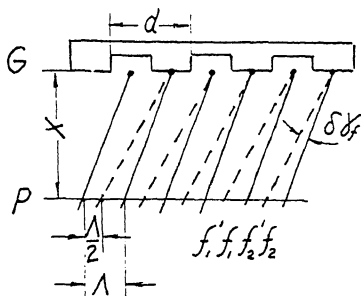
*Ю.Н.Денисюк, О.Г.Варягина*

Проблема ахроматизации картины интерференции представляет существенный интерес для решения ряда задач, возникающих в голографии, литографии, а также при записи в некогерентном свете изображений трехмерных объектов с помощью так называемых селектограмм. В таких случаях ахроматизованная интерференционная картина формируется посредством расщепления излучения источника с помощью дифракционных решеток [1-3]. Одним из наиболее существенных параметров этой картины является протяженность области ее существования. В частности, в случае записи селектограммы ограничение глубины записи приводит к уменьшению разрешения восстановленного изображения. Далее в этой связи рассмотрена зависимость глубины этой области от ширины спектра источника излучения и его размеров. Схема записи так называемой безопорной селектограммы приведена на рис. 1 [3]. Излучение объекта  $O$  расщепляется с помощью дифракционной решетки  $G$  на две компоненты (+1 и -1 порядки); при этом предполагается, что решетка выполнена таким образом, что нулевой порядок подавлен (фазовая решетка с разностью оптического хода между штрихами  $\frac{\lambda}{2}$ ). В результате интерференции образованных решеткой компонент возникает стоячая волна, которая регистрируется в объемной среде  $V$ . Покажем, что в этом случае излучение осевой точки  $P_0$  создает интерференционную картину, которая ахроматизирована в безграничном диапазоне длин волн и простирается на безграничную глубину.

Угол дифракции лучей на решетке  $R$  определяется известным уравнением

$$\sin \gamma_0 = \pm \frac{\lambda}{d}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения,  $d$  — пространственный период решетки,  $\gamma_0$  — угол отклонения дифрагированного лу-



**Рис. 1.** К рассмотрению процессов формирования и трансформаций ахроматизированной картины интерференции, возникающей после дифракционной решетки.  $G$  — дифракционная решетка;  $d$  — пространственный период решетки;  $O$  — объект;  $\bar{l}_1$  — луч, падающий на решетку;  $\bar{l}_2$  и  $\bar{l}_3$  — лучи, дифрагированные решеткой;  $f$  — поверхность пучностей стоячей волны;  $\Lambda$  — пространственный период стоячей волны для случая нормального падения света на решетку;  $V$  — объемная светочувствительная среда, в которой записывается селектограмма.

ча от нормали. В случае нормального падения лучей на решетку пространственный период  $\Lambda$  стоячей волны, возникающей в результате интерференции этих лучей, определяется формулой для расстояния между интерференционными полосами

$$\lambda = 2\Lambda \sin \gamma_0. \quad (2)$$

Подставляя значение  $\gamma_0$  из выражения (1) в формулу (2), получим

$$\Lambda = \frac{d}{2}. \quad (3)$$

Тот факт, что пространственный период стоячей волны  $\Lambda$  не зависит от длины волны, означает, что картина интерференции в этом случае ахроматизирована для безгранично широкого спектра излучения. Рассмотрим случай, когда картина интерференции образуется внеосевой точкой объекта ( $P_1$  на рис. 1) и покажем, что при этом появляется хроматизм, который ограничивает глубину существования интерференционной картины. Рассмотрим с этой целью процесс дифракции луча  $\bar{l}_1$ , падающего из точки  $P_1$  на решетку  $G$  под углом  $\gamma_1$ . Угол дифракции  $\gamma_2$  луча  $\bar{l}_2$ , соответствующего первому порядку дифракции, определяется соотношением

$$\sin \gamma_2 = \frac{\lambda}{d} - \sin \gamma_1. \quad (4)$$

Угол дифракции  $\gamma_3$  луча  $\bar{l}_3$ , соответствующего минус первому порядку, определяется формулой

$$\sin \gamma_3 = \frac{\lambda}{d} + \sin \gamma_1. \quad (5)$$

В результате интерференции лучей  $\bar{l}_2$  и  $\bar{l}_3$  возникает стоячая волна, поверхности пучностей которой  $f$  направлены вдоль биссектрисы угла, составленного лучами  $\bar{l}_2$  и  $\bar{l}_3$ . Как следует из рис. 1, угол между нормалью  $n$  к решетке  $R$  и направлением поверхностей пучностей  $f$  определяется следующим соотношением:

$$\gamma_f = \frac{\gamma_3 - \gamma_2}{2}. \quad (6)$$

Покажем, что угол  $\gamma_f$  зависит в этом случае от длины волны, т. е. появляется хроматизм. Найдем приращение угла  $\gamma_f$  в зависимости от приращения углов  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ , продифференцировав выражение (6):

$$\delta\gamma_f = \frac{1}{2}(\delta\gamma_3 - \delta\gamma_2). \quad (7)$$

Значения приращений  $\delta\gamma_3$  и  $\delta\gamma_2$  при изменении длины волны  $\lambda$  определим, дифференцируя выражения (4) и (5):

$$\delta\gamma_2 = \frac{\delta\lambda}{d \cos \gamma_2}, \quad (8)$$

$$\delta\gamma_3 = \frac{\delta\lambda}{d \cos \gamma_3}. \quad (9)$$

Из формул (7)–(9) следует, что направление поверхностей пучностей зависит в этом случае от длины волны, так как приращения  $\delta\gamma_2$  и  $\delta\gamma_3$  не равны друг другу. При этом, поскольку в соответствии с (4) и (5)  $\gamma_3 > \gamma_2$ , то, как это следует из выражений (8) и (9),  $\delta\gamma_3 > \delta\gamma_2$ . Таким образом, оказывается, что при увеличении длины волны поверхность пучностей поворачивается на угол  $\delta\gamma_f$  из положения  $f$  в положение  $f'$  в направлении отклонения луча от нормали  $n$  к поверхности решетки  $R$ . Определим величину этого поворота.

Подставим значения  $\delta\gamma_2$  и  $\delta\gamma_3$  из выражений (8) и (9) в выражение (7)

$$\delta\gamma_f = \frac{1}{2} \frac{\delta\lambda}{d} \left( \frac{1}{\cos \gamma_3} - \frac{1}{\cos \gamma_2} \right). \quad (10)$$

Ограничим дальнейшее рассмотрение случаем параксиальных углов  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ , когда угол падения света на решетку  $\gamma_1$  мал, а пространственный период решетки достаточно велик. Учитывая, что в этом случае  $\cos \gamma \approx \sqrt{1 - \gamma^2}$ ,  $\sqrt{1 - \gamma^2} \approx 1 - \frac{\gamma^2}{2}$ , а  $\frac{1}{1 - \frac{\gamma^2}{2}} = 1 + \frac{\gamma^2}{2}$ , формулу (10) можно записать в виде

$$\delta\gamma_f \approx \frac{\delta\lambda}{4d} (\gamma_3 - \gamma_2)(\gamma_3 + \gamma_2). \quad (11)$$

Подставляя в формулу (11) значения  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  из формул (4) и (5) и учитывая при этом малость углов  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ , найдем значение угла поворота  $\delta\gamma_f$  поверхности пучностей в зависимости от изменения длины волны

$$\delta\gamma_f = \frac{\lambda \cdot \gamma_1}{d^2} \delta\lambda. \quad (12)$$

Рассмотрим теперь влияние хроматизма на глубину существования интерференционной картины за дифракционной решеткой. На поверхности дифракционной решетки интерференционные картины для всех длин волн совпадают, так как на этой поверхности разность хода дифрагированных на решетке лучей равна нулю. По мере отступления от поверхности решетки поверхности пучностей стоячей волны, образованной излучением с длиной волны  $\lambda$  ( $f_1, f_2$  на рис. 2), сдвигаются относительно поверхностей пучностей

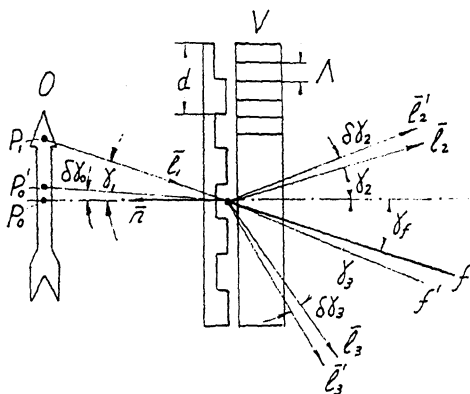


Рис. 2. К рассмотрению глубины ахроматизированной интерференционной картины, возникающей за дифракционной решеткой.  $G$  — дифракционная решетка;  $f_1, f_2, f_3 \dots$  — поверхности пучностей исходной стоячей волны;  $f'_1, f'_2, f'_3$  — поверхности пучностей стоячей волны, повернутой в результате спектрального или пространственного сдвига источника излучения;  $x$  — глубина картины стоячих волн.

картины, образованной излучением с длиной волны  $\lambda + \delta\lambda$  ( $f'_1, f'_2$  на рис. 2). Контраст стоячей волны обращается в ноль на некотором расстоянии  $x$  от поверхности решетки  $G$  в плоскости  $P$ , где пучности картины, соответствующей длине волны  $\lambda + \delta\lambda$ , совпадают с углами картины, соответствующей длине волны  $\lambda$ . Расстояние  $x$  и является глубиной существования интерференционной картины. Из рис. 2 видно, что с учетом того, что  $\delta\gamma_f$  очень мал, а угол  $\gamma_f$  лежит в пределах параксиальных углов, расстояние  $x$ , в пределах которого может быть записана селектограмма, можно определить как

$$x = \frac{\Lambda}{2} \frac{1}{\delta\gamma_f}. \quad (13)$$

Подставив в формулу (13) значение  $\delta\gamma_f$  из формулы (12) и значение  $\Lambda$  из формулы (3), получим выражение для глубины интерференционной картины, образованной излучением с шириной спектра  $\delta\lambda$ :

$$x = \frac{d^3}{4\lambda\gamma_1\delta\lambda}. \quad (14)$$

Выражение (13) позволяет также оценить ограничение глубины интерференционной картины, обусловленное тем, что источник излучения не является точкой, а имеет некоторые конечные размеры.

Ограничим рассмотрение этого эффекта случаем, когда излучение падает по нормали к решетке (например, из точки  $P_0$ , рис. 1). Поверхность пучностей, направление которой совпадает с биссектрисой угла между дифрагированными лучами, при этом направлена вдоль луча, падающего на решетку. Предположим, что источник простирается от точки  $P_0$  до точки  $P'_0$  (рис. 1). Излучение, испущенное точкой  $P'_0$ , образует стоячую волну, поверхности пучностей которой с высокой точностью также совпадают с направлением луча, испущенного точкой  $P'_0$ , т. е. угол между двумя системами поверхностей пучностей  $\delta\gamma_f$  совпадает в этом случае с угловым размером источника  $\delta\gamma_0$ :

$$\delta\gamma_f = \delta\gamma_0. \quad (15)$$

Подставляя в выражение (13) значение  $\delta\gamma_f$  из формулы (15), а также значение  $\Lambda$  из формулы (3), найдем зависимость глубины интерференционной картины от углового размера источника излучения

$$x = \frac{d}{4} \frac{1}{\delta\gamma_0}. \quad (16)$$

Рассмотрим на примере значение глубины ахроматизированной интерференционной картины для различных значений ширины спектра источника излучения и его угловых размеров. Предположим, что источник излучения характеризуется длиной волны  $\lambda = 0.5$  мкм, шириной спектра  $\delta\lambda = 0.05$  мкм, а также периодом решетки  $d = 4$  мкм. Угол падения света на решетку  $\gamma_1$  выберем равным половине угла дифракции на решетке  $\gamma_0$ , т. е.  $\gamma = \frac{\lambda}{2d}$  (см. формулу (1)). Подставляя эти значения в формулу (12), найдем, что при этих условиях угол поворота поверхности пучностей  $\delta\gamma_f \approx 2 \cdot 10^{-4}$ . Подставляя полученное значение  $\delta\gamma_f$  в формулу (13), определим глубину картины стоячих волн  $x = 5$  мм. Из формулы (15) следует, что для достижения такой глубины интерференционной картины угловой размер источника  $\delta\gamma_0$  должен быть не больше  $2 \times 10^{-4}$ .

Данный пример показывает, что глубина ахроматизированной интерференционной картины в основном ограничивается конечностью размеров источника, а требования к степени монохроматичности излучения значительно менее жесткие.

Указанные особенности рассмотренного метода ахроматизации интерференционной картины делают его пригодным для записи информации с помощью фемтосекундных лазеров, излучение которых характеризуется высокой степенью направленности при достаточно широком спектре.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 95-02-03887-а) и Международного научного фонда (грант NU 4300).

### Список литературы

- [1] *Leith E.N., Chang B.J.* // *Appl. Opt.* 1973. V. 12. P. 1957–1963.
- [2] *Yen A., Anderson E.N., Chanbari R.A.* et al. // *Appl. Opt.* 1992. V. 31. P. 4540–4545.
- [3] *Denisyuk Yu.N.* // *Practical Holography IX* Stephen Benton Editor Proceedings SPIE 2406. 1995. P. 65–73.

Физико-технический институт  
им. А.Ф.Иоффе РАН  
С.-Петербург

Поступило в Редакцию  
25 октября 1995 г.