Письма в ЖТФ, том 21, вып. 24 26 декабря 1995 г.

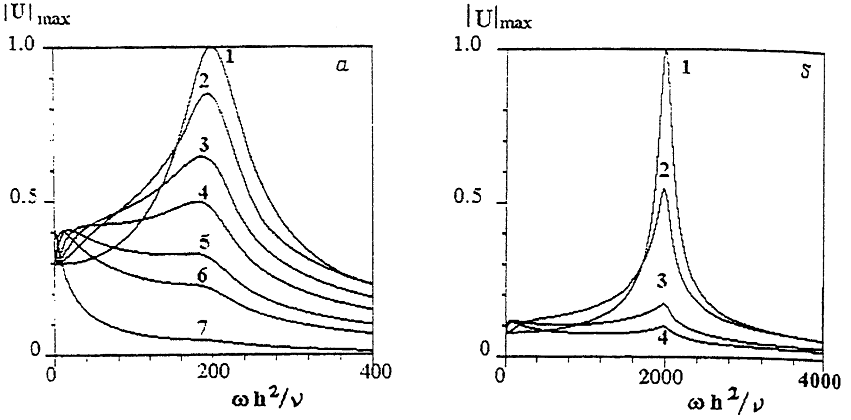
01;03;05.3

ВЛИЯНИЕ СИЛЫ КОРИОЛИСА И ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ НА КОНВЕКЦИЮ РАСПЛАВА ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ КРИСТАЛЛОВ В ЦЕНТРИФУГЕ

А.М.Свешников, В.С.Юферев

В работах [1–3] было показано, что в условиях орбитального полета реакция жидкости на совместное действие силы Кориолиса и гармонической модуляции силы тяжести может иметь резонансный характер. В частности, если сила Кориолиса вызывается вращением спутника вокруг Земли, то при достаточно малых числах Экмана $Ek = \Omega l^2/\nu \leqslant 0.05$, где Ω — угловая скорость вращения, l — характерный размер области, занятой жидкостью, а ν — кинематическая вязкость, максимум амплитуды конвективной скорости достигается на частоте модуляции, равной удвоенной угловой скорости вращения орбитальной станции. Вместе с тем указанное явление может возникать и в земных условиях, если вращение жидкости сопровождается разного рода вибрациями или временны́ми вариациями каких-либо других параметров немеханической природы: температуры, концентрации и т. д. Например, при выращивании кристаллов из расплава в центрифуге благодаря достаточно высоким скоростям вращения (~ 1 с$^{-1}$) числа Экмана оказываются весьма малыми, порядка 0.001 и, следовательно, создаются благоприятные условия для возникновения резонанса. Оценка величины резонансного эффекта при конвекции жидкости в центрифуге и является целью настоящей работы.

Как и в работах [2,3], рассмотрим двумерное течение жидкости в средней части плоской тонкой прямоугольной области (ампуле) высотой h. Пусть, как это обычно принято в экспериментах по росту кристаллов в центрифуге, ампула расположена таким образом, чтобы равнодействующая силы тяжести и центробежной силы была направлена вдоль ее оси. Выберем систему координат так, чтобы ось OX была параллельна стенкам ампулы, а ось OZ перпендикулярна им. Положим далее, что температура нижней стенки ($z = 0$) является постоянной и равной T_0, а температура верхней стенки ($z = h$) изменяется во времени по



Зависимость максимума среднеквадратичной скорости конвекции от безразмерной частоты колебаний температуры стенки: *а* — $Ek = 0.01$. Кривые: *1* — $\Pr = 0$; *2* — 0.2; *3* — 0.35; *4* — 0.6; *5* — 1.2; *6* — 2; *7* — 10. *б* — $Ek = 0.002$. Кривые: *1* — $\Pr = 0$; *2* — 0.1; *3* — 0.5; *4* — 1.

гармоническому закону

$$T(h) = T_0 + T_1 \exp(j\omega t).$$

Тогда распределение температуры по высоте будет описываться температурной волной [4]

$$T = T_0 + T_1 \frac{\operatorname{sh}(az)}{\operatorname{sh}a} \exp(j\omega t),$$

где

$$a = \frac{1+j}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\nu}\Pr},$$

z, ω и ν — безразмерные высота, частота и кинематическая вязкость, а Pr — число Прандтля.

В результате для вычисления амплитуд конвективной скорости u_x и u_y получим задачу, аналогичную рассмотренной в [2]:

$$j\omega u_x = \nu u_x'' - c_x + 2\Omega_z u_y - \frac{\operatorname{sh}(az)}{\operatorname{sh}a}, \tag{1}$$

$$j\omega u_y = \nu u_y'' - c_y - 2\Omega_z u_x, \tag{2}$$

$$\text{при} \qquad z = 0; 1 \qquad u_x = u_y = 0.$$

В уравнениях (1)–(2) постоянные c_x, c_y есть компоненты градиента давления, которые определяются из условия равенства нулю расхода жидкости вдоль осей OX и OY.

Необходимо подчеркнуть, что в данной постановке задачи только z компонента вектора угловой скорости вращения центрифуги оказывает влияние на движение расплава. Отметим также, что при $a \to 0$ распределение температуры поперек области становится линейным и задача сводится к задаче, рассмотренной в [3]. С другой стороны, при $a \to \infty$ глубина проникновения возмущения поля температуры в слой жидкости стремится к нулю (скин-эффект) соответственно будет стремиться к нулю и скорость конвекции.

Решение уравнений (1)–(2) легко может быть получено в аналитическом виде, как это было сделано в [1–3]. Результаты расчета максимума среднеквадратической конвективной скорости (осредненной за период) показаны на рис. 1, a, $б$. Как и следовало ожидать, при малых числах Прандтля Pr на частоте, равной удвоенной частоте вращения, возникает такой же резонансный пик, как и в работах [1–2]. С увеличением числа Прандтля высота пика уменьшается, что объясняется ростом значения a и уменьшением толщины температурного скин-слоя, и при $\mathrm{Pr} > 1$ пик практически исчезает. При этом, что явилось весьма неожиданным, максимум конвективной скорости, хотя и переместился в область низких частот, но оказался на частоте, отличной от нуля. Как показал анализ решения, указанная частота пропорциональна $Ek^{-1/2}/\mathrm{Pr}$, а высота пика $\sim Ek/2$.

Таким образом, сила Кориолиса из всего спектра температурных возмущений выделяет возмущения определенной частоты, в то время как действие возмущений других частот подавляется гораздо более интенсивно. Указанный эффект проявляется тем сильнее, чем меньше число Прандтля.

Список литературы

[1] *Юферев В.С.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 18–21.
[2] *Юферев В.С., Колесникова Э.И.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 5. С. 31–34.
[3] *Юферев В.С., Колесникова Э.И.* // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 13. С. 23–29.
[4] *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М., 1952. С. 243.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
С.-Петербург

Поступило в Редакцию
25 октября 1995 г.