01;06;09

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА НА РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОНОВ С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ПОЛЕМ В ДВУХБАРЬЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

А.Б.Пашковский

При изучении прохождения электронов через квантово-размерные структуры возникает целый ряд задач, требующих самосогласованного решения уравнения Шредингера и Пуассона. В данной работе вниманию читателей предлагается редкий случай, когда такое решение может быть найдено аналитически — случай резонансного взаимодействия электронов с высокочастотным (ВЧ) полем в двухбарьерных структурах.

Пусть электроны с энергией ε движутся слева направо через простейшую симметричную двухбарьерную структуру толщиной a с тонкими (δ-образными) барьерами [1,2] в отсутствие постоянного электрического поля. Однородное электрическое поле в структуре изменяется во времени по закону $E(t) = E\cdot(e^{i\omega t}+e^{-i\omega t})$. Тогда нестационарное уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \alpha\delta(x)\psi + a\delta(x-a)\psi + H(x,t)\psi,$$
$$H(x,t) = -qE\cdot\Big[x\Big(\theta(x)-\theta(x-a)\Big)+a\theta(x-a)\Big]\times$$
$$\times\left(e^{i\omega t}+e^{-i\omega t}\right)+q\varphi[x,\psi]. \quad (1)$$

Здесь q, m^* — заряд и масса электрона, $\alpha = \varphi_b b$, где φ_b, b — высота и толщина барьера, $\theta(x)$ — единичная функция, $\varphi[x,\psi]$ — изменение потенциала, связанное с пространственным зарядом. Решение уравнения (1) с возмущением $H(x,t) = V_-(x)e^{i\omega t}+V_+(x)e^{-i\omega t}$ можно искать в виде [3]: $\psi=\psi_0+\psi_1=\psi_0(x)\cdot e^{-i\omega_0 t}+\psi_+(x)\cdot e^{-i(\omega_0+\omega)t}+\psi_-(x)\cdot e^{-i(\omega_0-\omega)t}$, где ψ_0 — решение невозмущенной задачи, $\omega_0=\varepsilon/\hbar$. Функции $\psi_\pm$ для данной структуры записываются как

$$\psi_\pm(x) = \begin{cases} D_\pm\exp[-ik_\pm x], & x<0,\\ A_\pm\sin(k_\pm x)+B_\pm\cos(k_\pm x)+\chi_\pm(x), & 0<x<a,\\ C_\pm\exp[ik_\pm(x-a)]+P_\pm\exp[ik(x-a)], & x>a,\end{cases} \quad (2)$$

где $k = (2m^*\varepsilon/\hbar^2)^{1/2}$, $k_\pm = (2m^*(\omega_0 \pm \omega)/\hbar)^{1/2}$, $P_\pm = \pm\frac{V(a)}{\hbar\omega} \times$ $\times\ \psi_0(a)$, а $\chi_\pm(x)$ — соответствующие частные решения уравнения (1) [3].

Предположим, что возмущению $V_\pm(x) = -qEx/2$ соответствует изменение концентрации $n_E\xi(x)\cdot\cos(\omega t+\beta_1)$, а $V_\pm(x) = -\frac{q^2N}{2\varkappa}\int\int\xi(x'')dx'dx''$ (где $\varkappa$ — диэлектрическая проницаемость, N — нормировочная константа) соответствует изменение концентрации $n_\varphi\xi(x)\cdot\cos(\omega t+\beta_2)$. Обозначим через $n_q\xi(x)\cdot\cos(\omega t+\gamma)$ изменение концентрации, связанное только с пространственным зарядом. Для него можно получить уравнение

$$n_q\cos(\omega t+\gamma) = \frac{n_q n - \varphi}{N}\cos(\omega t+\beta_2+\gamma)+\frac{n_E n_\varphi}{N}\cos(\omega t+\beta_1+\beta_2), \tag{3}$$

из которого можно определить значения n_q и γ и далее найти волновые функции электронов $\psi = \psi_0+\psi_1 = \psi_0+\psi_1(E)+$ $+\ \psi_1(\varphi(n(t)))$.

Система уравнений для определения коэффициентов $A_\pm$, $B_\pm$, $C_\pm$, $D_\pm$ волновой функции (2) в матричной форме имеет вид ($y = 2m^*\alpha/\hbar^2$):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ ik_\pm - y & k_\pm & 0 & 0 \\ 0 & \sin(k_{\pm a}) & \cos(k_{\pm a}) & -1 \\ 0 & -k_\pm\cos(k_{\pm a}) & k_\pm\sin(k_\pm a) ik_\pm - y & \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} D_\pm \\ A_\pm \\ B_\pm \\ C_\pm \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_\pm(0) \\ -\chi'_\pm(0) \\ P_\pm - \chi_\pm(a) \\ (ik_\pm - y)P_\pm + \chi'_\pm(a) \end{pmatrix} \tag{4}$$

Известно, что ДБРТС коэффициент прохождения имеет выраженный резонансный характер и равен 1, при k, являющимися корнями трансцендентного уравнения [4]:

$$\operatorname{tg} ka = -\frac{k\hbar^2}{\alpha m^*} = -\frac{2k}{y}. \tag{5}$$

Пусть моноэнергетический поток электронов проходит через резонансный уровень с номером K, а частота электрического поля соответствует переходам на резонансный уровень с номером L. При этом для достаточно мощных барьеров ($y \gg k_\pm$) определитель системы (4) становится мал: $\Delta \approx 2ik^2(-1)^{L+1}$. Рассчитав значения f в (4) при $V_\pm(x) = -qEx$ (см. [2]) и оставляя члены с максимальной степенью y, находим:

$$D_- \approx \frac{qE}{2ik_\pm m^*\omega^2}(ik+y)(ik_\pm - y)\times$$

$$\times\Big[\cos(k_\pm a) - \cos(ka)\Big]n^{1/2}(-1)^{L+1}, \qquad (6)$$

$$C_- \approx \frac{qE}{2ik_\pm m^*\omega^2}(ik+y)(ik_\pm - y)\times$$

$$\times\Big[\cos(k_\pm a)\cdot\cos(ka) - 1\Big]n^{1/2}(-1)^{L+1}. \qquad (7)$$

Рассчитанная без учета пространственного заряда активная проводимость ДБРТС [3] и возмущение концентрации электронов равны:

$$\sigma_E \approx -\frac{8q^2m^*\alpha^4 n}{\pi L\hbar^6\omega^3}\cdot\Big[1-(-1)^{K-L}\Big], \qquad (8)$$

$$\Delta n(E) \approx \frac{qEy^4n}{m^*\omega^2k_-^2k}2\cdot\sin(\omega t)\cdot\sin(kx)\cdot\sin(k_-x). \qquad (9)$$

Согласно (9) концентрации электронов отстает на $3\pi/2$ от изменения поля ($\beta_1 = -3\pi/2$) и на $\pi/2$ от изменения потенциала.

Для возмущения, соответствующего изменению концентрации вида $N\cdot\sin(kx)\cdot\sin(k_-x)$, с учетом того, что в ДБРТС с тонкими и высокими барьерами $k \approx Kk_1$, $k_- \approx Lk_1$, $\omega \approx (K^2-L^2)\omega_1$ (k_1 — волновой вектор первого резонансного уровня, $\omega_1 = \varepsilon_1/\hbar$), введя обозначение $V = q^2N/\varkappa k_1^2$, находим частное решение (1) [5]:

$$\chi_- = -\frac{2KL}{(K^2-L^2)^2}\frac{V}{\hbar\omega}\psi_0 - \frac{V}{8\hbar\omega_1(K-L)^2KL}\times$$

$$\times\Big\{\psi_0 kx\cdot\sin(K-L)k_1x +$$

$$+\Big[x\psi_0' + \frac{L}{K-L}\psi_0\Big]\cdot\cos(K-L)k_1x\Big\} -$$

$$-\frac{V}{8\hbar\omega_1(K+L)^2KL}\cdot\Big\{\psi_0 kx\cdot\sin(K+L)k_1x +$$

$$+\Big[x\psi_0' + \frac{L}{K+L}\psi_0\Big]\cdot\cos(K+L)k_1x\Big\}. \qquad (10)$$

Далее, рассчитав функции f в (4), получаем

$$D_-(V) \approx (-1)^L C_-(V) \approx \frac{1}{2ik_-} \cdot \frac{Va(K^2+L^2)}{4\hbar\omega(K+L)^2 KL} y^2 n^{1/2}, \quad (11)$$

$$\Delta n(V) \approx \frac{Vay^4}{\hbar\omega k k_-^2} \cdot \frac{(k^2+L^2)}{4KL(K+L)^2} \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(kx) \cdot \sin(k_- x). \quad (12)$$

Из (12) видно, что изменение концентрации электронов, вызванное потенциалом пространственного заряда, отстает от него на $\pi/2(\beta_2 = -\pi/2)$ и, как и предполагалось, имеет ту же форму, что и изменение концентрации, связанное с однородным электрическим полем. Из (9), (12) для коэффициентов n_E и n_φ в уравнении (3) имеем

$$n_E = -\frac{qEy^4 n}{m^* \omega^2 k_-^2 k}, \quad n_\varphi = \frac{q^2 N}{\varkappa k_1^2} \frac{ay^4 n}{\hbar\omega k_-^2 k} \frac{(K^2+L^2)}{8KL(K+L)^2}. \quad (13)$$

Решив (3) и введя обозначения

$$\zeta = \frac{|\sigma_E|}{\varkappa\omega}, \quad \alpha_{KL} = \frac{\pi^2(K^2+L^2)\cdot(K^2-L^2)^2}{64K^2L^2}, \quad (14)$$

можно получить

$$D_- = D_-(E) \cdot \left\{ \frac{1}{1+\alpha_{KL}^2\zeta^2} - i\frac{\alpha_{KL}\zeta}{1+\alpha_{KL}^2\zeta^2} \right\}, \quad (15)$$

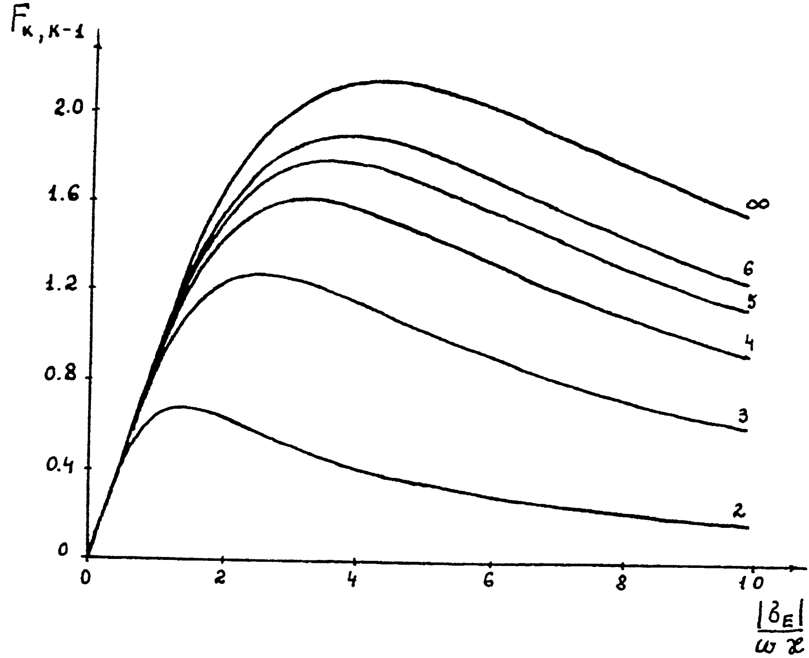
$$\varphi = -aE \cdot \left\{ \frac{1+(\alpha_{KL}^2-\alpha_{KL})\zeta^2}{1+\alpha_{KL}^2\zeta^2} - i\frac{\zeta}{1+\alpha_{KL}^2\zeta^2} \right\}. \quad (16)$$

Откуда для удельной активной проводимости G, вычисляемой по отношению к амплитуде приложенного к структуре переменного напряжения [2,3], учитывая, что $|C_-| = |D_-|$, находим:

$$G = \frac{\sigma_E}{a} \cdot \frac{1+\alpha_{KL}^2\zeta^2}{1+(1+2\alpha_{KL}^2-2\alpha_{KL})\zeta^2+\alpha_{KL}^2(1-\alpha_{KL})^2\zeta^4} \quad (17)$$

или

$$G = -\frac{\omega\varkappa}{a} \cdot \frac{\zeta+\alpha_{KL}^2\zeta^3}{1+(1+2\alpha_{KL}^2-2\alpha_{KL})\zeta^2+\alpha_{KL}^2(1-\alpha_{KL})^2\zeta^4} = -\frac{\omega\varkappa}{a} \cdot F_{KL}(\zeta). \quad (18)$$



Зависимость функции $F_{K,K-1}$ от параметра $|\sigma_E|/\omega\varkappa$. Цифрами обозначены номера резонансных уровней, с которых совершаются переходы.

Зависимости $F_{K,K-1}(\zeta)$ приведены на рисунке. Видно, что при резонансных переходах величина активной проводимости ДБРТС имеет максимум, который тем больше, чем больше номер уровня. При этом рост максимальной величины проводимости с увеличением номера уровня замедляется. Так, $(F_{32})_{\max}/(F_{21})_{\max} \approx 2$, а максимально возможное значение проводимости при $K \to \infty$ $|G_{\max}| \approx 2.14 \cdot \omega\varkappa/a$ (соответствующее значение $|\sigma_E| \approx 4.3 \cdot \omega\varkappa$). При $\zeta < 0.7 \cdot \zeta_{\max}$ пространственный заряд слабо влияет на вероятность переходов между уровнями (здесь $\zeta_{\max}$) — значение аргумента, при котором значение соответствующей функции $F_{K,K}(\zeta)$ — максимально. При дальнейшем увеличении параметра $|\sigma_E|/\omega\varkappa$ пространственный заряд вначале ограничивает вероятность переходов, а затем приводит к ее уменьшению.

Анализ выражения (18) показывает, что динамический пространственный заряд резко ограничивает вероятность переходов с изменением номера уровня больше чем на единицу. Так, при $K \to \infty$ максимальное значение функции $F_{K,K-1}$ более чем в 40 раз превосходит максимальное значение $F_{K,K-3}$.

Автор благодарен Е.И. Голанту и А.С. Тагеру за внимание к работе и полезные замечания.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 94–02–04449) и Научного совета по программе "Физика твердотельных наноструктур" (проект № 1–050).

Список литературы

[1] *Пашковский А.Б.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 17. С. 7–11.
[2] *Голант Е.И., Пашковский А.Б.* // ФТП. 1994. Т. 28. В. 6. С. 954–962.
[3] *Пашковский А.Б.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 17. С. 1–6.
[4] *Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И.* Задачи по квантовой механике.М.: Наука, 1981. С. 172.
[5] *Густер Р.С., Янпольский Я.Р.* Дифференциальные уравнения. М.: Физматгиз, 1962. С. 196.

НИИ "Исток"
Фрязино

Поступило в Редакцию
3 июля 1995 г.