01;03;04

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГРАНИЦЫ ПОСЛЕИСКРОВОГО КАНАЛА, ИЗОБАРИЧЕСКИ ОХЛАЖДАЕМОГО ИЗЛУЧЕНИЕМ

М.Н.Шнейдер

1. Известно, что в остывающем послеискровом канале развивается турбулентное движение газа, осуществляющее перенос тепла значительно интенсивнее, чем молекулярная теплопроводность, и, следовательно, скорости охлаждения канала и его расширения резко возрастают. Такой режим остывания реализуется, в частности, после прерывания мощных искровых разрядов, импульсных дуг [1–3] и лазерных искр [3,4]. В связи с многочисленными практическими применениями таких разрядов выяснение причин зарождения турбулентности в остывающем канале и динамики ее характеристик представляет несомненный интерес. На шлирен-фотографиях к моменту времени после начала охлаждения $\tau \sim 10^{-4}$ с отчетливо видно зарождающуюся неустойчивость на границе канала с характерным масштабом, заметно меньшим радиуса, и лишь затем развиваются более крупномасштабные вихревые движения [2,3]. Согласно результатам численных расчетов развития искрового разряда (см., например, [5,6]), давление в остывающем канале становится практически равным внешнему, когда температура газа в нем еще высока: $T \gtrsim 10^4$ K. Дальнейшее снижение температуры приводит к перепаду давления между внешней и внутренней областями, приводящему к течению газа в остывающий объем. Если скорости возникающих течений значительно ниже соответствующих скоростей звука, то остывание канала можно рассматривать как изобарический процесс. При изобарическом охлаждении плотность газа растет под влиянием двух факторов: уменьшения объема в результате движения границы, разделяющей холодный и горячий газы, и вследствие увеличения массы остывающего газа. В работе [7] рассмотрен предельный случай, когда масса газа в сжимающемся канале не меняется. При этом, вследствие торможения радиального потока газа при его движении к центру, на границе выполнены условия для развития неустойчивости Рэлея–Тейлора. В настоящей работе на примере другого предельного случая, когда плотность растет только в результате притока массы, показана возможность развития наблюдаемой на опыте мелкомасштабной неустойчивости, связанная с течением газа

внутрь остывающего объема через границу, представляющую собой гидродинамический разрыв конечной толщины с нестационарными краевыми условиями. Получены критерии развития рэлей–тейлоровской неустойчивости для обоих предельных случаев.

2. Рассмотрим остывающий цилиндрический послеискровой канал. Горячий газ в нем отделен от холодного воздуха переходным слоем, в котором все параметры монотонно изменяются до соответствующих значений внешней среды. Так как нас интересуют лишь качественные закономерности и количественные оценки, все макроскопические параметры газа полагаются однородными внутри канала и считается справедливым уравнение состояния идеального газа

$$p = R\rho T \approx R\rho_\infty T_\infty = p_\infty, \tag{1}$$

где R — универсальная газовая постоянная; ρ, T — плотность и температура газа в канале. Здесь и далее индекс "∞" относится к параметрам невозмущенного газа. Мы не будем рассматривать детальную структуру переходной области, через которую осуществляется перенос газа и энергии, полагая ее толщину известной величиной $\delta r \ll r_0$, определяемой предшествующей эволюцией разряда; r_0 — начальный радиус изобарической стадии охлаждения.

При остывании послеискрового канала с достаточно высокой температурой газа ($T > 10^4$ K) преобладает вынос энергии излучением и уравнение баланса тепловой энергии имеет вид

$$c_p\rho dT/dt = -\Phi(T), \qquad c_p \approx \text{const}, \tag{2}$$

где $\Phi(T)$ — мощность лучистых потерь энергии из единицы объема.

Из уравнения непрерывности следует скорость изменения плотности газа в канале

$$d\rho/dt \equiv \dot{\rho} = -\rho\dot{V}/V - \phi_s \rho \mathbf{u} d\mathbf{S}/V, \tag{3}$$

где S и V — мгновенные объем и площадь боковой поверхности канала; первый член в правой части связан с изменением объема, второй — с потоком массы через границу.

3. Рассмотрим первый предельный случай, изученный в [7], когда излучение свободно уходит из канала без поглощения в прилегающих областях холодного газа. Так как мы не учитываем выноса тепла молекулярной теплопроводностью, газ в переходной области не прогревается и, следовательно, отсутствует второй член в правой части уравнения (3), т. е. в неинерциальной системе отсчета, связанной с движущейся границей, газ покоится. В этом случае из (1) и

(3) получим закон движения границы (направление к центру канала считается отрицательным)

$$\dot{r} = -(r/2)d\ln\rho/dt \doteq (r/2)d\ln T/dt. \qquad (4)$$

В неинерциальной системе отсчета, связанной с ускоренно движущейся границей, на газ в прогревном слое действует сила инерции, которой соответствует эффективное ускорение g_{eff}. С учетом (1), (2) и (4) проекция g_{eff} на радиальное направление равна

$$g_{eff} = -d^2r/dt^2 \approx (r/2)\left[\frac{\Phi(T)}{\rho_\infty T_\infty c_p}\right]^2 \left[(1/2 - d\ln\Phi/d\ln T)\right]. \qquad (5)$$

В переходном слое на границе канала возможно развитие рэлей-тейлоровской неустойчивости, когда выполнено $g_{eff}\nabla\rho_s < 0$ [8], т. е. g_{eff} направлено к центру канала. Здесь и далее индексом "s" отмечены величины в переходном слое. Таким образом, из (5) следует, что в прогревном слое при условии

$$d\ln\Phi/d\ln T > 1/2 \quad \text{или} \quad d\Phi/dT > \Phi/2T \qquad (6)$$

может иметь место рэлей-тейлоровская неустойчивость (граница движется с замедлением: $d^2r/dt^2 > 0$, $g_{eff} < 0$) с инкрементом [8]

$$\Omega_1 = \left[|g_{eff}|k\frac{\rho_\infty - \rho}{\rho_\infty + \rho}\right]^{1/2} \approx \frac{\Phi(T)}{\rho_\infty T_\infty c_p}\left[k(r/2)\left(\frac{d\ln\Phi}{d\ln T} - \frac{1}{2}\right)\right]^{1/2},$$

$$r \approx r_0. \qquad (7)$$

Инкремент неустойчивости, подобный (7), впервые был получен в работе [7]. Однако в [7] не учитывалось, что даже при убывающей с падением температуры функции $\Phi(T)$ возможно ускоренное движение границы канала ($d^2r/dt^2 < 0$), когда развитие рэлей–тейлоровской неустойчивости подавлено.

4. Часть излучения, выходящего из канала, всегда поглощается в прогревном слое на его границе. В холодном воздухе, например, эффективно поглощается ультрафиолетовая составляющая спектра (см., например, [9]). Энергия поглощенного излучения расходуется на диссоциацию молекул, фотоионизацию и т. п., в итоге превращаясь в тепло, прогревающее газ в пограничной области. Прогревает газ и не учтенный нами теплопроводный поток тепла из нагретого объема. При этом, вследствие небольшого перепада давления, неизбежно появляется поток газа через границу.

Предположим, что плотность газа в канале растет только в результате притока массы через границу. В этом случае из (3) и (1) получим

$$u_2(r_0,t) = -(r_0/2)d\ln\rho/dt = (r_0/2)d\ln T/dt, \tag{8}$$

где u_2 — нормальная к поверхности скорость течения прогретого газа в канал. При конечной толщине переходной области скорость потока холодного газа $u_1(r_0+\delta r, t)$ через внешнюю сторону границы связана с $u_2(r_0,t)$ уравнением непрерывности в прогревном слое. Интегрируя по толщине переходной области $\delta r \approx \mathrm{const}$ (за характерное время развития гидродинамической неустойчивости τ, граница канала практически не размывается диффузией тепла и газа) одномерное уравнение непрерывности, с учетом направления скорости потока газа, получим в приближении $\delta r/r_0 \ll 1$:

$$\rho_\infty u_1 - \rho u_2 = -\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\delta r}\rho_s dr, \qquad \int\limits_{\delta r} \equiv \int\limits_{r_0}^{r_0+\delta r}. \tag{9}$$

Поскольку в остывающем канале выполнено $\dot\rho \equiv d\rho/dt > 0$ и $\rho_s(r,t) \sim T_s^{-1}(r,t)$ — монотонная функция в слое, из (9) следует, что $\rho_\infty|u_1| > \rho|u_2|$ и на единице длины канала в слое идет накопление массы со скоростью $\delta\dot M \approx \pi r_0\dot\rho\delta r$. Аналогично, интегрируя по δr одномерное уравнение сохранения импульса, получим

$$(p_1+\rho_\infty u_1^2) - (p_2+\rho u_2^2) = -\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\delta r}\rho_s u_s dr, \tag{10}$$

где, согласно уравнению Бернулли, $p_1 = p_\infty - \rho_\infty u_1^2/2$. Из уравнения (10) следует, что если полные потоки импульса по обе стороны границы канала не равны, то на слой газа в переходной области действует не скомпенсированная сила. Знак правой части (10) определяет направление действия этой силы и (направленного в противоположную сторону) эффективного ускорения в слое

$$\mathbf{g}_{\text{eff}} = -\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\delta r}\rho_s \mathbf{u}_s dr \Big/ \int\limits_{\delta r}\rho_s dr, \tag{11}$$

обусловленного силой инерции. С учетом (1), (2), (8) и (9) из (11) получим оценку для проекции $\mathbf{g}_{\text{eff}}$ на радиальное направление

$$\mathbf{g}_{\text{eff}} \sim r_0(d^2\rho/dt^2)/\rho_\infty \approx r_0(\rho/\rho_\infty)\left[\frac{\Phi(T)}{\rho_\infty T_\infty c_p}\right]^2 \times$$
$$\times(1 - d\ln\Phi/d\ln T). \tag{12}$$

Из (12) следует, что в прогревном слое возможно развитие рэлей-тейлоровской неустойчивости ($g_{\text{eff}} < 0$) с инкрементом

$$\Omega_2 \approx \frac{\Phi(T)}{\rho_\infty T_\infty c_p}\left[k r_0 (T_\infty/T)\left(\frac{d\ln\Phi}{d\ln T} - 1\right)\right]^{1/2} \tag{13}$$

при условии

$$d\ln\Phi/d\ln T > 1 \qquad \text{или} \qquad d\Phi/dT > \Phi/T, \tag{14}$$

т. е. когда при снижении температуры функция $\Phi(T)$ убывает быстрее, чем по линейному закону.

Для длины возмущения $\delta r < 2\pi k \lesssim r_0$ типичных параметров послеискрового канала в воздухе при $p_\infty = 1$ атм: $r_0 \sim 1$ см, $T \sim (1.1-1.5)\cdot 10^4$ K; используя соответствующие значения $\Phi(T)$ и c_p [10], из (7) и (13) получим $\tau \sim \Omega_{1,2}^{-1} \sim$ $\sim 10^{-4}$ с.

В действительности на опыте реализуется промежуточный случай, который можно учесть, рассматривая течение газа через прогревной слой в неинерциальной системе отсчета, движущейся вместе с границей. Рассматриваемые в работе оба механизма: связанный с замедленным движением границы и потоком газа через нее, взаимно дополняют друг друга и не зависят от геометрии остывающего объема.

Список литературы

[1] *Бельков Е.П.* // ЖТФ. 1971. Т. 41. № 8. С. 1678–1681.

[2] *Picone J.M., Boris J.P., Greig J.R., Raleigh M., Fernsler R.F.* // J. Atm. Sci. 1981. V. 38. P. 2056–2062.

[3] *Greig J.R., Pechacek R.E., Raleigh M.* // Phys. Fluids. 1985. V. 28. P. 2056-2064.

[4] *Кабанов С.Н., Маслова Л.И., Тархова Т.И., Трухин В.А., № 6. С. 37–41.*

[5] *Plooster M.N.* // Phys. Fluids. 1971. V. 14. N 10. P. 2111–2123.

[6] *Paxton A.H., Gardner R.L., Baker L.* // Phys. Fluids. 1986. V. 29. P. 2736–2741.

[7] *Абрамов Ю.Ю., Азизов Э.А., Солодовников С.Г.* // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 9. С. 1128–1130.

[8] *Taylor G.* // Proc. Roy. Soc. (London). 1950. V. A201. P. 192–196.

[9] *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.

[10] *Дресвин С.В.* Основы теории и расчета высокочастотных плазмотронов. Л.: Энергоатомиздат, 1991.

Высоковольтный
научно-исследовательский центр
Истра

Поступило в Редакцию
14 июня 1995 г.