

01;03
©1995

ЭФФЕКТ ПОДАВЛЕНИЯ КАПИЛЛЯРНОГО ВОЛНОВОГО ДВИЖЕНИЯ РЕЛАКСАЦИЕЙ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ

С.О.Ширяева, О.А.Григорьев

Явление релаксации поверхностного натяжения, заключающееся в изменении величины коэффициента поверхностного натяжения на частотах $\geq 10^3$ Гц, более известное под названием эффекта динамического поверхностного натяжения [1,2], до сих пор мало исследовано. В частности, сказанное относится к взаимодействию капиллярных волн и релаксационных, т. е. порождаемых изменением величины коэффициента поверхностного натяжения.

1. Рассмотрим однородно заряженную (с поверхностной плотностью заряда κ) неограниченную плоскую поверхность вязкой (с кинематической вязкостью ν) несжимаемой идеально электропроводной жидкости (с плотностью ρ), заполняющей в поле сил тяжести полупространство $z < 0$. Уравнение свободной поверхности в отсутствие возмущения запишем в виде $z = 0$.

Как показано в [1], эффект релаксации поверхностного натяжения можно учесть при аналитической записи математической модели в задаче о волновом движении в жидкости введением комплексного коэффициента поверхностного натяжения σ , который становится функцией частоты:

$$\sigma = \sigma_{\infty} - \sigma_*(1 - i\omega\tau_n)^{-1} = \sigma_0 - i\omega\tau_n\sigma_*/1 - i\omega\tau_n, \quad \sigma_* = \sigma_{\infty} - \sigma_0,$$

где σ_0 — значение коэффициента поверхностного натяжения на нулевой частоте; σ_{∞} — значение коэффициента поверхностного натяжения на высоких частотах (при $\omega\tau_n \gg 1$); τ_n — характерное время релаксации поверхностного натяжения (характерное время формирования двойного электрического слоя у поверхности жидкости); ω — комплексная частота во временной зависимости амплитуд капиллярных волн от времени: $\zeta \sim \exp(-i\omega t)$; k — волновое число; i — мнимая единица.

Решая сформулированную задачу методом разложения поля скоростей на потенциальную и вихревую части (как это подробно изложено в [3], см. также [4]), несложно найти

дисперсионное уравнение для капиллярных и релаксационных волн в анализируемой системе. В безразмерных переменных

$$y = \frac{\omega}{\nu \cdot k^2}; \quad \alpha = \frac{\omega_0}{\nu \cdot k^2}; \quad \beta = \sigma_* / \rho \nu^2 k;$$

$$\gamma = \nu \cdot k^2 \cdot \tau_n, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{\rho} (g\rho + \sigma_0 k^2 - 4\pi k \kappa^2)$$

это уравнение имеет вид

$$(1 - i\gamma y)[2 - iy]^2 + \alpha^2 (1 - i\gamma y) - i\beta \cdot \gamma \cdot y = 4(1 - i\gamma y)\sqrt{1 - iy}. \quad (1)$$

Параметр β для конкретной жидкости (при фиксированных ν и ρ) характеризует волновое число.

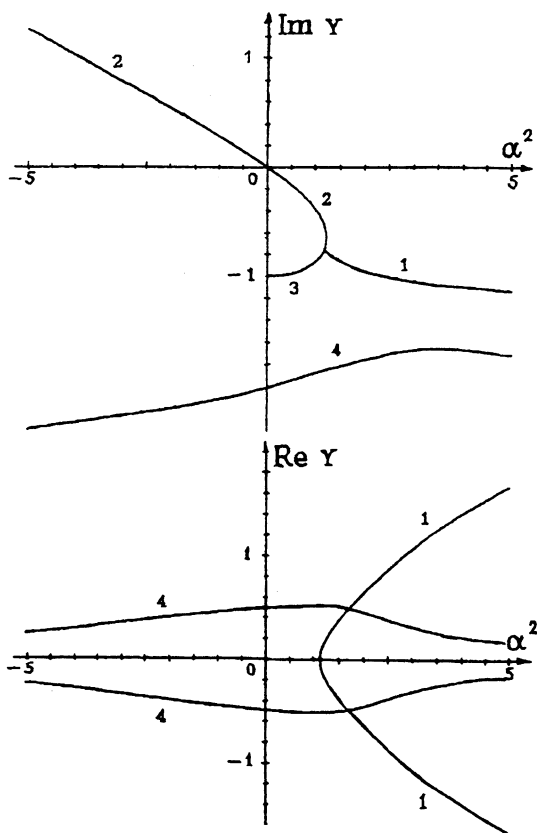


Рис. 1. Зависимости мнимой и вещественной компонент безразмерной частоты y от величины безразмерного параметра α^2 , характеризующего баланс давлений на свободной поверхности жидкости, рассчитанные численно по дисперсионному уравнению (1) при $\beta = 1$, $\gamma = 0.5$. Ветви 1-3 соответствуют капиллярным волнам, а ветвь 4 - релаксационным.

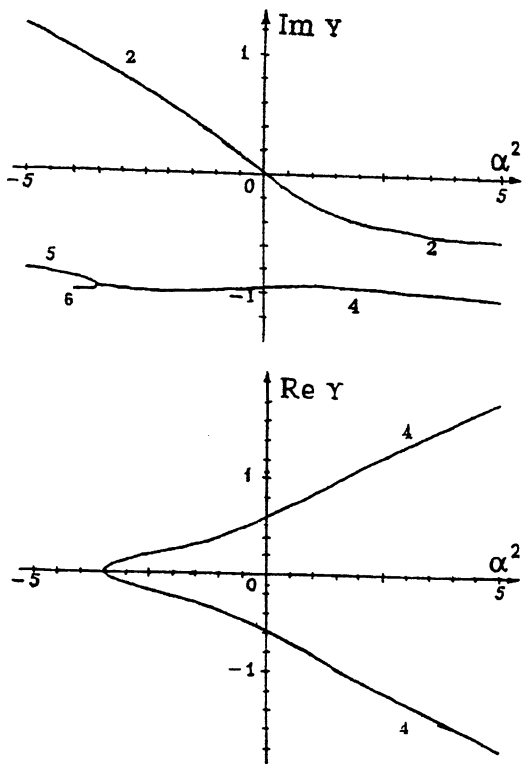


Рис. 2. Зависимости мнимой и вещественной компонент безразмерной частоты y от величины безразмерного параметра α^2 , характеризующего баланс давлений на свободной поверхности жидкости, рассчитанные численно по дисперсионному уравнению (1) при $\beta = 1$, $\gamma = 1.5$. Ветвь 2 соответствует капиллярным волнам, а ветви 4-6 — релаксационным.

На рис. 1-3 представлены зависимости $\text{Im}y = \text{Im}y(\alpha^2)$ и $\text{Re}y = \text{Re}y(\alpha^2)$, рассчитанные численно по (1) при $\beta = 1$ и различных значениях параметра γ . На приведенных графиках ветви 1-3 соответствуют капиллярным волнам, а ветви 4-6 — релаксационным. Часть ветви 2, расположенная левее начала координат (при $\alpha^2 < 0$), определяет инкремент неустойчивости Тонкса-Френкеля.

Несложно видеть, что структуры капиллярных и релаксационных волн качественно идентичны, т. е. в обоих случаях имеется одна ветвь, соответствующая затухающим волновым движениям (это ветви 1 и 4 соответственно), существующая на полубесконечном интервале значений параметра α^2 , и две ветви аperiодически затухающих движений жидкости, из которых одна (3 и 6) весьма короткая, исчезающая в некоторых областях значений таких физических

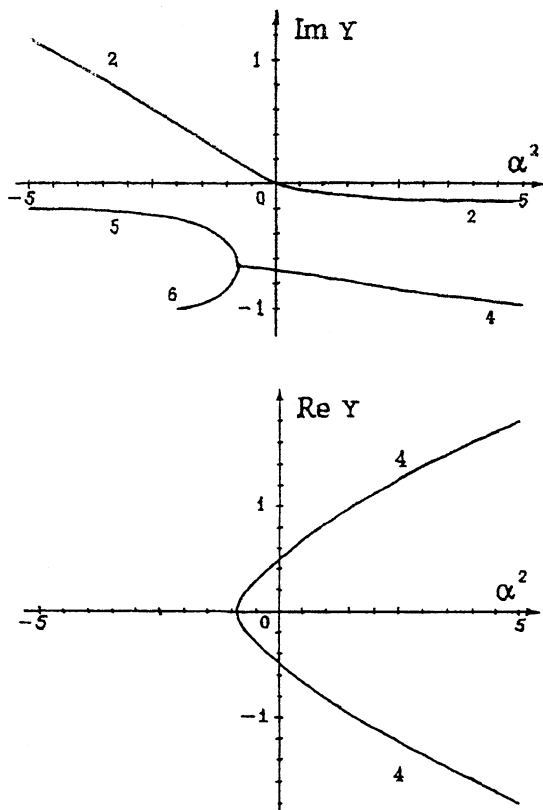


Рис. 3. Зависимости мнимой и вещественной компонент безразмерной частоты y от величины безразмерного параметра α^2 , характеризующего баланс давлений на свободной поверхности жидкости, рассчитанные численно по дисперсионному уравнению (1) при $\beta = 1$, $\gamma = 6$. Ветвь 2 соответствует капиллярным волнам, а ветви 4-6 — релаксационным.

параметров системы, как, например, вязкость. Другая же ветвь аperiodических движений (2 и 5) существует на полубесконечном интервале значений параметра α^2 .

Как показывают расчеты (см. также рис. 1-3), по мере роста величины параметра γ (по мере роста влияния эффекта релаксации поверхностного натяжения) точки ветвления решений для капиллярных и релаксационных волн смещаются вправо. При $\gamma = 0$ точка ветвления решений дисперсионного уравнения для капиллярных волн (1-я точка ветвления) расположена вблизи начала координат, в четвертом квадранте; релаксационных движений не существует. С появлением отличных от нуля значений параметра γ 1-я точка ветвления смещается вправо и возникают релак-

сационные волны с точкой ветвления (2-я точка ветвления), расположенной в 3-м квадранте при $\alpha^2 \sim -\infty$. Дальнейшее увеличение параметра γ приводит к смещению вправо обеих точек ветвления. Область существования релаксационных волн при увеличении параметра γ от 0 до 10 смещается вправо, почти до оси ординат (с резким скачком к оси ординат при $\gamma = 1.25$). При этом область значений $\alpha^2 < 0$ занимают апериодические релаксационные движения с декрементом затухания $\sim \gamma^{-1}$.

Интересно, что при $\gamma > 0.55$ не существует (по крайней мере при $\alpha^2 < 100$) капиллярного волнового движения поверхности жидкости на анализируемой длине волны (определяемой принятым значением параметра β). Его место занимают релаксационное волновое движение, характеристики которого (частота и декремент) при $\gamma \sim 10$ примерно совпадают с такими же характеристиками для капиллярной волны при $\gamma = 0$. Это можно интерпретировать как эффект подавления капиллярного волнового движения релаксационными волнами, т. е. как некий аналог гашения капиллярных волн пленками поверхностно-активных веществ.

Список литературы

- [1] *Быковский Ю.А., Манькин Э.А., Полуэктов П.П. и др. // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 10. С. 2211-2213.*
- [2] *Кочурова Н.И., Русанов А.И. // КЖ. 1981. Т. 43. С. 36-42.*
- [3] *Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.*
- [4] *Григорьев А.И., Григорьев О.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1992. Т. 62. В. 9. С. 12-21.*

Ярославский государственный
университет

Поступило в Редакцию
13 января 1994 г.
В окончательной редакции
26 апреля 1995 г.