

07;12
©1995

ЗАПИСЬ СТАТИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАММЫ ДВИЖУЩЕЙСЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНОЙ В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ С МАЛОЙ ДРЕЙФОВОЙ ДЛИНОЙ

О.В. Дедов, О.П. Нестеркин

До настоящего времени анализ процесса записи статической голограммы движущейся интерференционной картиной в фоторефрактивных кристаллах (ФРК) производился для случая, когда контраст интерференционной картины $m \ll 1$. Согласно наиболее популярной модели ФРК, процесс описывался системой уравнений, состоящей из кинетического уравнения для генерации фотоэлектронов, закона Ома с учетом диффузионного тока, уравнения непрерывности, уравнения Пуассона и уравнения баланса числа частиц:

$$\begin{aligned} \partial n_e / \partial t - \nabla j / e &= sIN + \gamma n_e N^+; \\ j &= e\mu n_e E + Tk_B \mu \nabla n_e; \\ \partial (n_e - N^+) / \partial t &= \nabla j / e; \\ \nabla E &= -e(n_e + N_A - N^+) / \epsilon \epsilon_0; \\ N_D &= N + N^+. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь n_e , N^+ , N — концентрации электронов, ионизованных и неионизованных доноров, I — интенсивность света, s и γ — константы фотоионизации и электрон-ионной рекомбинации соответственно, E — электрическое поле, e — заряд электрона, k_B и T — константа Больцмана и температура соответственно и, наконец j — электронный ток. Эта система уравнений решалась в приближении $N_A \ll N_D$, и при условии $m \ll 1$ преобразовывалась к линейным дифференциальным уравнениям [1].

Для анализа записи голограмм в ФРК при контрастах $m \cong 1$ мы используем ту же модель ФРК, что и в случае, когда $m \ll 1$. Тогда система (1) решается в приближении $N_A \ll N_D$ и исключением N_A , N^+ и j сводится к двум нелинейным дифференциальным уравнениям в частных производных для n_e и E . Далее производим замены:

$$\begin{aligned} n_e(x, t) &= n_0 + n_n(x, t), & E(x, t) &= E_0 e(t) + E_n(x, t), \\ I(x, t) &= I_0(1 + f(x, t)), \end{aligned}$$

где I_0 — фоновая интенсивность света, $n_0 = sI_0 N_D / \gamma N_A$ — фоновая концентрация электронов в зоне проводимости при контрастах $m \ll 1$. В случае, когда $m \cong 1$, величина $n_n(x, t)$, вообще говоря, имеет постоянные составляющие по пространству и времени. Здесь введены следующие обозначения: E_0 — амплитуда внешнего приложенного к кристаллу поля, $e(t)$ — функция, описывающая временной профиль этого поля. Обычно на кристалл подают поле с синусоидальным или меандровым профилем, т. е. $e(t) = \cos(\Omega t)$ или $e(t) = \text{sign}(\cos \Omega t)$. $E_n(x, t)$ — наведенное светом поле ($E_n(x, t)$), усредненное по периоду $T = 2\pi/\Omega$ осциллирующий внешнего поля, которое обычно называют полем пространственного заряда и обозначают $E_{sc}(x, t)$), $f(x, t)$ — функция, описывающая профиль интенсивности света. После такой замены нелинейная система имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\tau_M} n &= \frac{E_0}{E_\mu} (E' + e(t)n' + E_n' + nE') + \\ &+ \frac{E_D}{E_\mu} n'' + f(x, t) - \frac{E_0}{E_q} E' - \frac{E_0}{E_q} nE' - n, \\ \dot{E} &= -E - e(t)n - nE - \frac{E_D}{E_0} n', \end{aligned} \quad (2)$$

где точкой обозначено дифференцирование по времени, штрих означает дифференцирование по координате. Здесь $\tau = (\gamma N_A)^{-1}$ время релаксации электрона, $\tau_M = \epsilon \epsilon_0 / e \mu n_0$ — максвелловское время релаксации, $E_D = q k_B T / e$ — диффузионное поле, $E_q = e N_A / \epsilon \epsilon_0 q$ — поле насыщения пространственного заряда [2,3]. $E_\mu = (q \mu \tau)^{-1}$ — дрейфовое поле. В системе (2) введены следующие замены переменных: $qx \Rightarrow x$, $t/\tau_M \Rightarrow t$, $n_n/n_0 \Rightarrow n$, $E_n/E_0 \Rightarrow E$. Такая нормировка удобна для численного решения уравнений.

Как и в случае с малыми контрастами, воспользуемся условием $\tau/\tau_M \ll 1$, т. е. будем опускать слагаемое, содержащее этот малый параметр.

На решение системы уравнений (1) накладывается ограничение, называемое условием насыщения ловушек. Формально оно получается, если записать концентрацию ионизированных доноров как $N^+ = N_A + (\epsilon \epsilon_0 / e) \nabla E \geq 0$. Отсюда $\nabla E \geq -e N_A / \epsilon \epsilon_0$. Если дифференцирование производить по нормированной координате qx , то это условие переписется как

$$\nabla E \geq -E_q. \quad (3)$$

Ограниченность производной поля физически выражается тем фактом, что число акцепторов не бесконечно. Если в

некоторой области число захваченных ловушками электронов достигло величины N_A , то заряды здесь в принципе не могут больше накапливаться.

Рассмотрим предельный случай уравнений (2) $E_0 \ll E_\mu$, $E_D \ll E_\mu$, представляющий интерес при записи статической голограммы движущейся интерференционной картиной. Эти значения параметров соответствуют случаю, когда дрейфовая длина электрона $l_E = E_0 \mu \tau$ много меньше пространственного периода интерференционной картины $\Lambda = 2\pi/q$. Мы будем рассматривать вариант МСД, когда $e(t) = \text{sign}(\cos \Omega t)$, $f(x, t) = m e(t) \cos x$ [4].

При условиях $E_0 \ll E_\mu$, $E_D \ll E_\mu$ система (2) упрощается:

$$n = \frac{f - r_e E'}{1 + r_e E'}, \quad (4a)$$

$$\dot{E} = -E - e(t)n - nE - \frac{E_D}{E_0} n'. \quad (4b)$$

Здесь $r_e = E_0/E_q$ — радиус экранирования в постоянном внешнем поле E_0 , нормированный на пространственную частоту q .

Подставляя из (4a) в (4b) выражение для n и усредняя обе части полученного уравнения по периоду $T = 2\pi/\Omega$, получим:

$$\dot{E}_{sc} = \frac{\tau_d^2 E''_{sc} - (1 + r_e E'_{sc})(E_{sc} + m \cos x)}{(1 + r_e E'_{sc})^2}. \quad (5)$$

Здесь $\tau_d = (E_D/E_q)^{1/2}$ — дебаевский радиус экранирования, нормированный на пространственную частоту q .

При $E_0 \ll E_q$ уравнение (5) решается аналитически:

$$E_{sc}^{st}(x) = -\frac{m \cos x}{1 + E_D/E_q},$$

что совпадает с тем результатом, который дает линейная по m теория [4].

При $E_0 \sim E_q$ численное решение уравнения (5) дает стационарный профиль E_{sc} , изображенный на рис. 1. Здесь же изображен результат, даваемый линейной теорией. Подбирая кристалл с меньшим N_A или увеличивая внешнее поле E_0 , можно получать голограммы с пространственным профилем, близким к пилообразному.

Зависимость амплитуды первой пространственной гармоники от пространственной частоты q изображена на

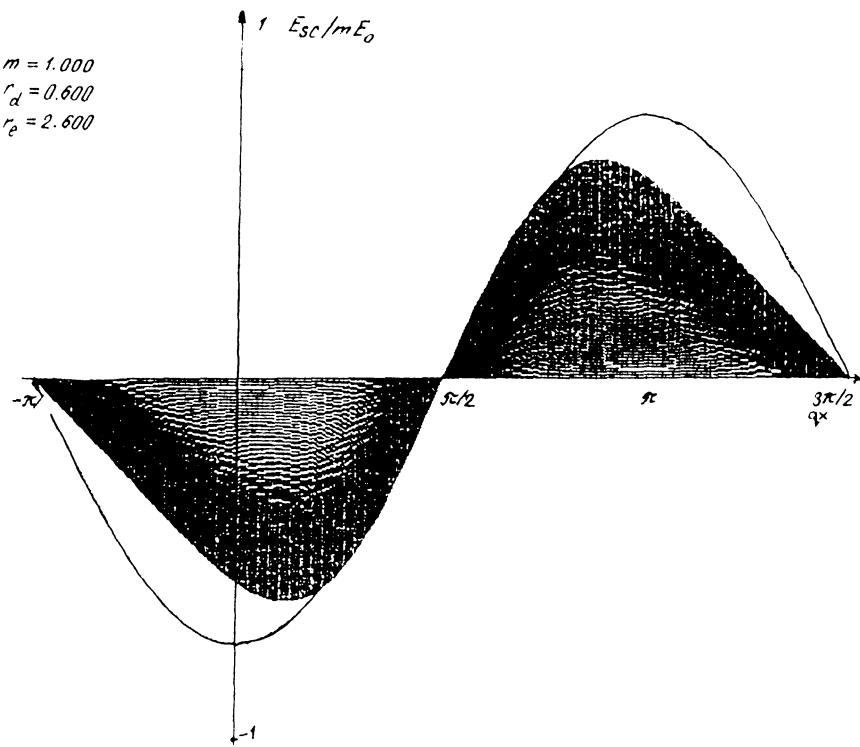


Рис. 1. Стационарный пространственный профиль поля E_{sc} для ФРК с малой дрейфовой длиной.

рис. 2. Здесь наблюдается уширение частотной характеристики по сравнению с предельной зависимостью $E_{sc} \sim E_q$, что дает возможность применять ФРК с малыми дрейфовыми длинами в широкополосных устройствах. На этом же графике изображена частотная характеристика $-\min \nabla E_{sc}$ для проверки условия насыщения ловушек. На рис. 2 все поля нормированы на амплитуду внешнего поля E_0 , координаты нормированы пространственной частотой q .

В заключение отметим, что случай записи голограмм в кристаллах с малой дрейфовой длиной в переменном внешнем поле является уникальным среди других случаев записи в переменном внешнем поле. В случае малых дрейфовых длин уравнение для среднего поля E_{sc} имеет вид $\partial E_{sc}/\partial t = F(\partial^2 E_{sc}/\partial x^2, \partial E_{sc}/\partial x, E_{sc}, x)$, в то время как в случае больших дрейфовых длин уравнения такого вида записать нельзя. Это видно, если преобразовать систему (2) к

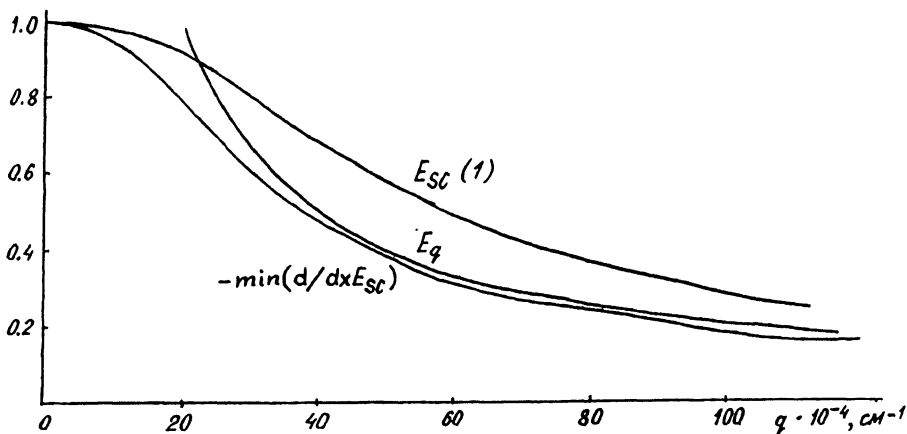


Рис. 2. Частотные характеристики стационарного решения для поля E_{sc} .

одному операторному уравнению для наведенного поля:

$$\dot{E} = \hat{\Pi} \frac{r_e e(t) E' - E - f(x, t)(e(t) + E)}{(1 + r_e E')},$$

где

$$\hat{\Pi} \equiv \left(1 + L_E \frac{(e(t) + E)}{(1 + r_e E')} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right)^{-1} -$$

оператор, действующий на все координатные функции, стоящие за ним [5]. $L_E = E_0/E_\mu$ — дрейфовая длина, нормированная на пространственную частоту q . В начале работы мы положили для краткости $E_D = 0$; из определения $\hat{\Pi}$ видно, что этот оператор раскладывается в сходящийся ряд дифференциальных операторов лишь при условии $L_E < 1$. В случае $L_E > 1$ временная производная поля не может быть выражена через конечное число пространственных производных.

Список литературы

- [1] Зельдович Б.Я., Ильиных П.Н., Нестеркин О.П. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. С. 861.
- [2] Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983.
- [3] *Photorefractive Mat. and Their Appl. I.* / Ed. P. Guner, J.-P. Huignard. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1988.
- [4] Дугин А.В., Зельдович Б.Я., Ильиных П.Н., Нестеркин О.П., Шершаков Е.П. // JOSA B. 1993. V. 10. N 6. P. 1060.
- [5] Liberman V.S., Zeldovich B.Ya. // Spatio-temporal resonance in generation of subharmonics 'OSA Topical meeting on Photorefractive Materials Effects and devices (PRM'93). Kiev, 1993. Technical Digest. P. 249.

Технический университет
Челябинск

Поступило в Редакцию
13 июня 1993 г.
