

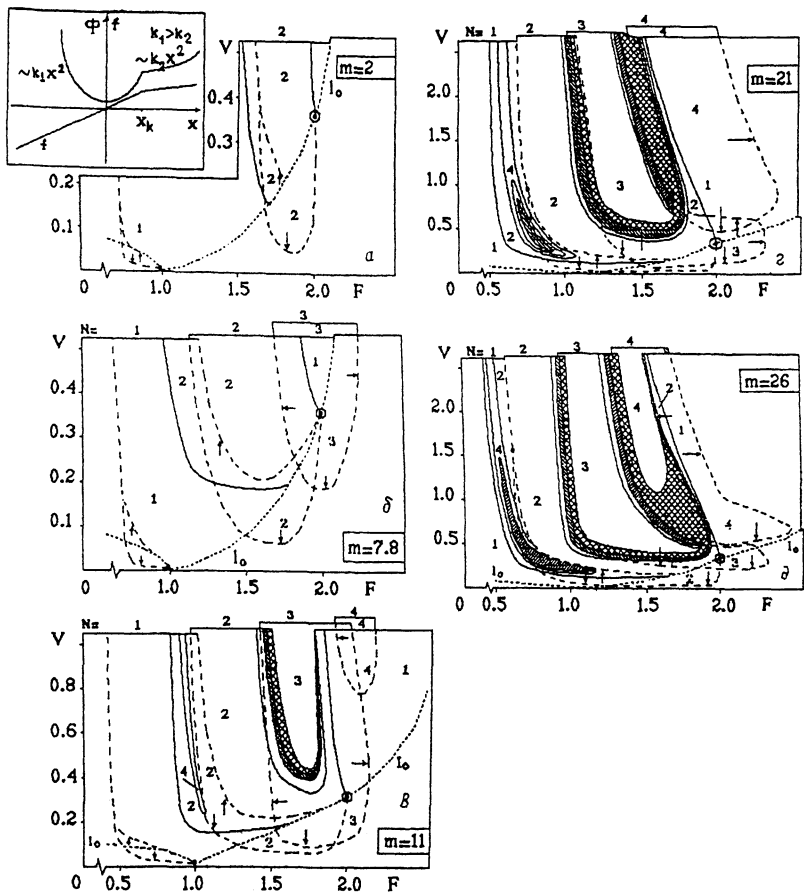
СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ВОЗБУЖДАЕМОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Б.П.Безручко, Е.П.Селезнев

1. Возбуждаемый нелинейный диссипативный осциллятор — эталонная модель простой системы с хаотической динамикой. Большой интерес ее исследователей вызывает зависимость характера колебаний от параметров воздействия при различных видах потенциальной функции $\Phi(X)$ (формы потенциальной “ямы”) [1–5]. В данной работе подобная задача решается экспериментально на физической модели — LRC'-цепи с переключаемыми конденсаторами. Математической моделью такой системы является уравнение осциллятора с квадратичной “ямой”, один из склонов которой скачком меняет свою крутизну (см. вставку на рисунке, а). При этом зависимость возвращающей силы f от координаты X кусочно-линейна. В отличие от известных нам исследований осцилляторов с похожим видом $\Phi(X)$,¹ в работе подробно анализируется область высоких частот воздействия — больше линейно резонансной. Здесь при больших амплитудах существуют и эволюционируют к хаосу циклы последовательности добавления периода [4]. Исследована структура областей существования этих динамических состояний в пространстве трех параметров (амплитуды и частоты гармонического воздействия и нелинейности). Полученные “карты” режимов могут быть использованы как опорные, например, при более точном численном анализе осцилляторов с похожим видом потенциала.

2. Экспериментальная система представляла собой цепь, состоящую из катушки индуктивности L , сопротивления r и конденсатора, емкость C которого при некотором критическом значении напряжения U_K на нем менялась с C_1 на C_2 [6]. Изменение емкости конденсатора осуществлялось с помощью электронного коммутатора, время включе-

¹ К этому классу (с асимметричной потенциальной ямой, крутизна которой уменьшается с ростом отклонения от положения равновесия “soft spring”) относятся, в частности, осцилляторы Тода и Морзе. Универсальные конфигурации для бифуркационных множеств в пространства параметров получены для них в [1] с помощью численных исследований дифференциальных уравнений.



ния которого на два порядка меньше характерных временных масштабов исследуемой цепи. Управляющими параметрами системы являлись амплитуды V , частота F внешнего воздействия и коэффициент нелинейности $m = C_2/C_1$. F нормировалась на частоту линейного резонанса (1.8 кГц). Величины L и R не изменялись; при фиксированной $C = C_1$ добротность контура равнялась 90.

3. На рисунке на плоскостях параметров воздействия $V-F$ приведены области существования различных динамических состояний исследуемого осциллятора для последовательно увеличивающихся значений параметра нелинейности m . Белые области соответствуют периодиче-

ским режимам, заштрихованные — хаотическим колебаниям.² Штриховые линии ограничивают области существования колебаний (как регулярных, так и хаотических) на базе одного цикла. Эти области условно представлены на рисунке в виде отдельных “листов”, границы которых отмечены стрелками. Там, где листы перекрываются, имеет место мультистабильность — сосуществование в фазовом пространстве нескольких аттракторов. Не отмеченные стрелками штриховые линии соответствуют максимальному размаху колебаний в системе (резонансу). При переходе через них топология фазового пространства не меняется. Сплошными линиями обозначены линии бифуркации удвоения периода цикла, существующего на данном “листе”. Цифры внутри областей означают период колебаний в единицах периода внешнего воздействия. Цифры над “листами” — их номера N . Пунктиром отмечена линия l_0 , на которой с увеличением амплитуды воздействия размах колебаний в цепи достигает уровня переключения коммутатора X_K (порога нелинейности). Одна из точек, присутствующая на всех рисунках, выделена кружком. Ее удобно использовать для сопоставления рисунков.

При $m = 1$ в системе существуют лишь колебания периода 1. С ростом m могут возникать и более сложные динамические состояния. Так, при $m = 1.5$ в окрестности $F = 2$ возбуждаются колебания периода 2. Но хаос раньше обнаруживается при низких частотах воздействия. Так, в интервале $F < 1$ он возникает при $m \approx 5$, а в интересующей нас высокочастотной области лишь при $m \approx 10$.

В области $F > 1$ с ростом параметра m при некоторых пороговых значениях m_N рождаются циклы, период которых последовательно увеличивается на единицу $N = 2, 3, 4, \dots$. С изменением параметров они эволюционируют на листах с соответствующим номером N . При этом можно выделить следующие закономерности.

а) Области существования циклов с $N = 3, 4, \dots$ при значениях m , близких m_N , изолированы, на них невозможно попасть с листов $N = 1, 2$ простым изменением параметров. Для возбуждения этих режимов требуется задание определенных начальных условий (см. листы $N = 3$ на рисунке, *б* и $N = 4$ на рисунке, *в*).

б) С ростом m листы с $N = 3, 4, \dots$ характерно изгибаются (приобретая форму “сапога”) и смещаются в область низких частот (см. рисунок, *г, д*).

² Узкие “окна” периодичности в хаосе не указаны. Вид штриховки используется для разделения областей движения на различных хаотических аттракторах.

в) Переход к хаосу на листах происходит по сценарию удвоения периода базового цикла. В закритической области параметров ленты хаотического аттрактора последовательно сливаются так, что формируется одноленточный аттрактор специфического для листа N вида. На границе областей с одиночной и двойной штриховкой этот N -аттрактор претерпевает кризис [8]. В результате рождается общий для режимов различных N одноленточный аттрактор, область существования которого (двойная штриховка) объединяет различные листы (например, $N = 2, 3$ на рисунке, z).

г) С увеличением нелинейности при $m = m'_N > m_N$ в области существования объединенного аттрактора образуется "окно", через которое виден лист следующего номера $N + 1$ (например, $N = 3$ на рисунке, $в$, $N = 4$ на рисунке, 9).³ При сближении высокочастотного края листа $N + 1$ и границы "окна" происходит объединение этого листа с остальными в области существования "общего" аттрактора (см. рисунок, 9).

4. Есть основания говорить об универсальности представленной топографии пространства параметров воздействия и нелинейности при $F > 1$ для осцилляторов с потенциальной функцией типа "soft spring". В пользу такого предположения говорит качественное совпадение конфигураций бифуркационных множеств на плоскости параметров воздействия для осцилляторов Тода и Морзе [1,5] и нашей физической системы в области $F < 1$ [7]. Аналогичные описанные кризисы и объединение аттракторов наблюдались в RL-цепи с полупроводниковым диодом, который обладает нелинейной емкостью [8-11].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант N93-02-16171.

Выражаем признательность Д.И. Трубецкову и А.А. Кипчатову за плодотворное обсуждение.

Список литературы

- [1] Scheffozyk C., Parlitz U., Kurz T., Knop W., Lauterborn W. // Phys. Rev. A. 1991. V. 43. N 12. P. 6495-6502.
- [2] Parlitz U., Lauterborn W. // Phys. Kett. 1985. V. 107A. N 8. P. 351-355.
- [3] Самсон А.М., Логвин Ю.А., Туровец С.И., Туровец С.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. N 1. С. 49-60.
- [4] Buskirk R., Jeffries C. // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 31. N 5. P. 3332-3357.
- [5] Kurz Th., Lauterborn W. // Phys. Rev. A. 1988. V. 37. N 3. P. 1029-1031.

³ Для величины m'_N можно предложить грубую эмпирическую оценку $m'_N \sim N(N + 1)$.

- [6] *Tanaka S., Matsumoto T., Chua L.O.* // *Physica*. 1987. Vol. 28D, N 13. P. 317-344.
- [7] *Besruchko B.P., Kipchatov A.A., Krasichkov L.V., Seleznev Ye.P.* // *International Symposium NOLTA-93. Proceedings*. 1993. V. 2. P. 471-474.
- [8] *Jeffries C., Perez J.* // *Phys. rev. A*. 1983. V. 27. N 1. P. 601-603.
- [9] *Безручко Б.П., Кулешов А.В., Потапов В.Т., Пономаренко В.И.* // *Радиотехника и электроника*. 1991. Т. 36. В. 2. С. 387-391.
- [10] *Кипчатов А.А.* // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1989. Т. 33. N 2. С. 182.
- [11] *Baxter J.H., Vocko M.F., Douglass D.Y.* // *Phys. Rev. A*. 1990. V. 41. N 2. P. 619-625.

Поступило в редакцию
27 июня 1994 г.
