

01:09:10

©1994

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Н.М. Рыскин

В большинстве работ последнего времени, посвященных нелинейным волнам пространственного заряда (ВПЗ) [1-4], в качестве модельного предлагается уравнение Кортевега-де Вриза (КдВ), на основании чего делается вывод о возможности возбуждения в электронных потоках солитонов. С другой стороны, в работе [5] было предложено уравнение, названное авторами симметричным регуляризованным длинноволновым уравнением, которое (в системе отсчета, движущейся со скоростью невозмущенного потока) имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (u^2/2)}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) также имеет решения в виде уединенных волн, несколько отличающихся от солитонов КдВ. Оно является, очевидно, более реалистической моделью, чем уравнение КдВ, так как позволяет учесть взаимодействие между быстрой и медленной ВПЗ (в рамках этого уравнения быстрая волна является прямой, а медленная — встречной), а также точно учитывает дисперсию ВПЗ.

Численное исследование уравнения (1) показало [5], что столкновение попутных волн (т. е. двух быстрых или двух

медленных) является упругим с высокой степенью точности. В то же время столкновение встречных (т.е. быстрой и медленной) волн является сильно неупругим: образуется заметное излучение в виде осциллирующего хвоста. Более того, если скорости сталкивающихся волн достаточно велики, может произойти образование одной или нескольких новых пар уединенных волн.

В связи с этими результатами особый интерес приобретает непосредственное численное моделирование нелинейных ВПЗ без привлечения тех или иных модельных уравнений. Такой подход на сегодняшний день практически отсутствует в литературе, за исключением работы [6], где рассматривалась задача об эволюции начального возмущения. Однако многие аспекты взаимодействия уединенных волн остаются нерассмотренными. В настоящей работе представлены некоторые результаты, позволяющие выяснить ряд характерных особенностей этих процессов.

Рассмотрим цилиндрический электронный поток радиуса r , сфокусированный бесконечно сильным продольным магнитным полем и движущийся вдоль оси цилиндрического волновода радиуса R с идеально проводящими стенками. Предполагается, что статический пространственный заряд полностью скомпенсирован положительным ионным фоном. При этих условиях гидродинамические уравнения движения и непрерывности имеют вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -E. \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

В уравнениях (2) и (3) все величины являются безразмерными: скорость v и плотность заряда электронной "жидкости" ρ , нормированы на невозмущенные значения v_0 и ρ_0 , напряженность поля пространственного заряда E на $mv_0\omega_p/e$, время — на ω_p^{-1} , а координата — на v_0/ω_p , где $\omega_p = (\epsilon\rho_0/m\epsilon_0)^{1/2}$ — плазменная частота.

Поле E находится из хорошо известного приближенного соотношения [7]

$$E(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}(x') \exp[-k_{\perp}|x - x'|] \operatorname{sgn}(x - x') dx', \quad (4)$$

где $k_{\perp} = \alpha/r (1 \leq \alpha \leq 2)$, $\tilde{\rho} = \rho - 1$. Выражение (4) получается путем экспоненциальной аппроксимации функции

Грина. Подбором параметра α можно добиться достаточно точной аппроксимации при различных R и τ . Так, $\alpha = 2$ наиболее хорошо соответствует точному соотношению при $\tau = R$. Уравнение (4) неоднократно использовалось при численных расчетах и достаточно хорошо моделирует влияние поперечной ограниченности потока.

Решение гидродинамических уравнений (2), (3) с граничными условиями

$$v = 1, \quad \rho = 1, \quad E = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm\infty \quad (5)$$

осуществлялось при помощи известной схемы с разностями против потоков [8]. При этом учитывалось, что уединенные волны представляют собой возмущения, практически локализованные в пространстве, так что условия (5) задавались на границах расчетной области, размеры которой заведомо превышали размеры возмущения. Все расчеты проводились в системе отсчета, движущейся со скоростью невозмущенного потока, что позволяло ограничиться сравнительно небольшими пространственными отрезками.

Моделирование взаимодействия уединенных волн свидетельствует о том, что столкновение попутных волн является упругим с достаточно большой степенью точности. Хотя при большой энергии столкновения можно заметить незначительно изменение амплитуд, образование осциллирующего хвоста не наблюдается. Этот процесс можно (по крайней мере качественно) описать уравнением КдВ. В то же время столкновение встречных волн (т.е. быстрой и медленной) является существенно неупругим. Типичные результаты приведены на рис. 1 и 2 в виде зависимостей скорости (*a*) и плотности заряда (*b*) от координаты в различные моменты времени.

Такое поведение качественно согласуется с описанным в [5]. Однако образование дополнительных пар уединенных волн, характерное для уравнения (1), обнаружено не было. Уединенные волны с такими значениями скоростей, при которых, согласно [5], должен проявляться этот эффект, опрокидывались. Таким образом, применять уравнение (1) для описания ВПЗ следует с достаточной степенью осторожности.

Приведенные результаты достаточно убедительно свидетельствуют о существовании уединенных ВПЗ, позволяют выяснить ряд существенных особенностей процессов их взаимодействия и определить степень применимости тех или иных модельных уравнений.

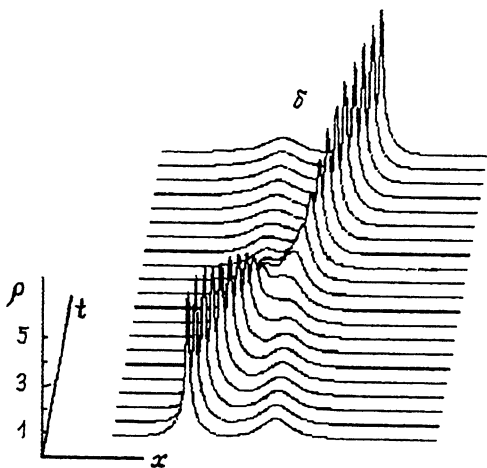
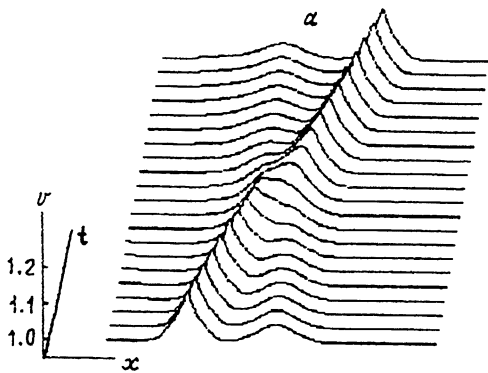


Рис. 1. Взаимодействие двух быстрых уединенных волн пространственного заряда.

Список литературы

- [1] Ikezi H., Barrett P.J., White R.B., Wong A.Y. // Phys. Fluids. 1971. V. 14. N 9. P. 1997-2005.
- [2] Руткевич Б.Н., Пащенко А.В., Федорченко В.Д., Мазалов Ю.П. // ЖТФ. 1977. Т. 47. В. 1. С. 112-119.
- [3] Hughes T.P., Ott E. // Phys. Fluids. 1980. V. 23. N 11. P. 2265-2269.
- [4] Канавец В.И., Пикунев В.М. // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28. В. 2. С. 326-335.
- [5] Seyler C., Fenstermacher D. // Phys. Fluids. 1984. V. 27. N 1. P. 4-7.

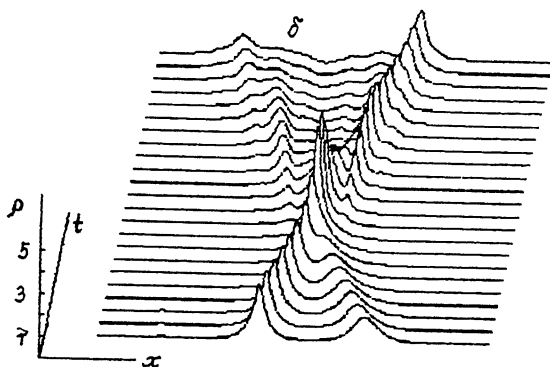
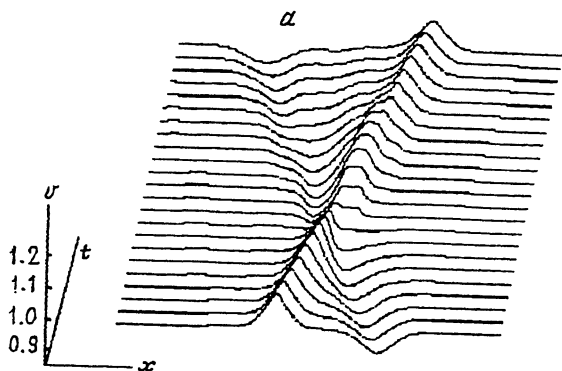


Рис. 2. Взаимодействие быстрой и медленной уединенных волн пространственного заряда.

- [6] Fenstermacher D., Seyler C. // Phys. Fluids. 1984. V. 27. N 7. P. 1808–1814.
 [7] Роу Дж. Теория нелинейных явлений в приборах сверхвысоких частот. М., 1969. 616 с.
 [8] Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., 1976. 616 с.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Поступило в Редакцию
28 марта 1994 г.