Письма в ЖТФ, том 20, вып. 15 12 августа 1994 г.

01;07

О МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕСТАБИЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКНАХ С ПЕРИОДИЧЕСКИ-МОДУЛИРОВАННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Ф.Х.Абдуллаев

1. Процесс модуляционной неустойчивости электромагнитных волн в оптических волноводах представляет большой интерес с точки зрения приложений. В частности, он может оказаться перспективным для генерации последовательностей сверхкоротких оптических импульсов с высокой частотой повторения [1] и для создания различных оптических логических устройств [2]. Существование модуляционной неустойчивости связано с совместным влиянием на плоскую электромагнитную волну керровской нелинейности материала и дисперсии. В результате для определенных длин модуляции волна становится нестабильной и разбивается при некоторых временах на цепочки импульсов (оптических солитонов).

Эти результаты получены для однородной среды. Представляет интерес вопрос о влиянии неоднородности среды на процесс модуляционной неустойчивости. Как показывают результаты анализа модуляционной нестабильности (МН) в колебаниях нелинейных цепочек [3], наличие эффективного периодического потенциала за счет дискретности кристалла приводит к существенному изменению порога МН. Аналог этого явления должен существовать и для электромагнитных волн в нелинейных модулированных средах.

В настоящей работе мы изучим влияние периодической модуляции параметров оптического волокна на МН электромагнитной волны. Полученные результаты приложимы также к МН интенсивных плоских электромагнитных пучков в средах с периодически модулированной нелинейностью.

Уравнение для огибающей электрического поля волны в волокне имеет в обезразмеренном виде форму [4,5]:

$$iu_x + u_{\tau\tau} + 2\varepsilon(x)|u|^2 u = 0, \tag{1}$$

где x есть координата вдоль волокна, $\tau = (t - x/v_g)/\sqrt{\beta_2}$ есть время в бегущей системе координат, β_2 есть коэффициент дисперсии второго порядка, $u(x,\tau) = u(x,t)\gamma^{1/2}$ — огибающая электрического поля, $\gamma = n_2 p_0$, n_2 — значение керровской нелинейности, p_0 — начальная мощность, $\varepsilon(x)$ описывает модуляцию параметров световода. В частности, выбором переменных можно к уравнению (1) свести задачу о распространении сверхкороткого импульса в волокне с переменной вдоль волокна дисперсией

$$iu_x + a(x)u_{\tau\tau} + 2|u|^2 u = 0, \quad a(x) = 1 + V(x). \tag{1a}$$

Предположим, что $a(x)$ в нуль нигде не обращается. Подставляя $x = \int\limits_0^x a(y)dy$, $1/a(x) = \varepsilon(x)$, получаем уравнение (1) [5]. Экспериментально (1) можно реализовать, рассматривая распространение электромагнитной волны в оптоволоконной петле, часть которой имеет другое значение керровской нелинейности n_2.

Уравнение (1) имеет решение в виде плоской волны

$$u = A\exp\left\{2iA^2\int\limits_0^x \varepsilon(x')dx'\right\}. \tag{2}$$

Рассмотрим стабильность волны (2) относительно малых модуляций

$$u = \Big(A + \delta u(x,\tau)\Big)\exp\{i\varphi\},$$

$$\varphi = 2A^2\int\limits_0^x \varepsilon(x')dx', \qquad \delta u \ll A. \tag{3}$$

Подставляя уравнение (3) в (1), линеаризуя его относительно поправки, выделяя мнимую и действительную части по формуле $u = w + iv$, получаем систему уравнений:

$$w_x + v_{\tau\tau} = 0, \qquad -v_x + w_{\tau\tau} + 4\varepsilon(x)A^2 w = 0. \tag{4}$$

Рассмотрим случай, когда $\varepsilon = \varepsilon(x)$. Используя преобразование Фурье для w, получаем из (4) уравнение для Фурье-компоненты $\tilde{w}(\Omega, x)$:

$$\tilde{w}_{xx}(\Omega,x) + \Omega^2\Big(\Omega^2 - 4A^2\varepsilon(x)\Big)\tilde{w}(\Omega,x) = 0. \tag{5}$$

Рассмотрим частный случай $\varepsilon = 1 - \varepsilon_0 \cos(ax)$. Тогда (5) переходит в уравнение Матье:

$$u_{xx} + \omega_0^2 \Big(1 + h\cos(a_0 x)\Big) u = 0,$$

$$h = \frac{\Omega^2 \varepsilon_0}{\Omega^2 - 4A^2}, \qquad \omega_0^2 = \Omega^2 \Big(\Omega^2 - 4A^2\Big). \tag{6}$$

Применяя стандартные результаты [6], получаем, что волна нестабильна в области параметрических резонансов, когда $\omega_0 = \frac{m}{2} a_0$, где m — целые числа. В области первого параметрического резонанса имеем

$$a_0 = 2\omega_0 + \delta, \qquad \delta \ll \omega_0, \tag{7}$$

т. е. при модуляциях с частотой Ω

$$\Omega^2 = 2A^2 + \left(4A^4 + a_0^2/4\right)^{1/2} \tag{8}$$

волна (2) неустойчива. Ширина области неустойчивости порядка (при $a \ll 4A^2$)

$$h = \frac{64A^4 \varepsilon_0}{a_0^2}, \qquad -h\omega_0/2 < \delta < h\omega_0/2. \tag{9}$$

Устремляя в (8) $a_0 \to 0$, получаем известный результат о МН при $\Omega = 2A$ [2]. Таким образом, периодическое изменение параметров волокна приводит к модуляционной неустойчивости при более коротких длинах модуляции волны накачки.

Приведем оценку для оптического волокна. Рассмотрим волокно из плавленного кварца с параметрами $\beta_2 = -20 ps^2/km$, $\gamma = 2W^{-1}km^{-1}$ и выберем начальную мощность волны $P_0 = 20W$ [7]. Тогда при $L_a = 2\pi/a_0 = 50m$ максимальная частота усиления МН Ω_m сдвигается на 30% по сравнению с немодулированным случаем $(= 4\gamma P_0/\sqrt{2}|\beta_2|)$.

Можно рассмотреть также случайные изменения нелинейности, когда $\tilde{\varepsilon}(x)$, $\varepsilon = 1 + \tilde{\varepsilon}$ представляет собой, например, гауссовскую случайную функцию

$$\langle \varepsilon \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon(x)\varepsilon(y) \rangle = 2\sigma^2 \delta(x - y),$$

где $\langle \ldots \rangle$ означает усреднение по всем реализациям ε. Тогда вместо уравнения (6) мы имеем уравнение линейного осциллятора со случайно меняющейся частотой. Как показывает анализ, здесь возможен стохастический параметрический резонанс [8]. Выпишем, следуя [8], выражение для второго момента $\langle u^2(\Omega, x)\rangle$:

$$\langle u^2\rangle = \frac{1}{2\omega_0^2}\left\{\exp\left(\sigma^2\omega_0^2 x\right) - \exp\left(-\sigma^2\omega_0^2 x/2\right) \times \right.$$

$$\left. \times \left[\cos(2\omega_0 x) + \frac{3}{4}\sigma^2\omega_0 \sin(2\omega_0 x)\right]\right\}. \qquad (10)$$

Как видно из (10), имеется растущий по x член. Инкремент нарастания $\mu = \sigma^2\omega_0^2 \approx 4\sigma^2 A^2$.

Таким образом, с помощью модуляции параметров волокна можно управлять частотой и глубиной модуляции генерируемой периодической последовательности сверхкоротких оптических импульсов.

Аналоги этого эффекта могут быть также применены при генерации пичков спиновых волн в модулированных ферромагнитных пленках и ленгмюровских солитонов в периодически-неоднородной плазме.

Автор признателен С.А.Дарманяну за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] *Hasegawa A.* // Opt. Lett. 1984. V. 9. P. 288.

[2] *Ахмедиев Н., Елеонский В.М., Кулагин Н.Н.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1542.

[3] *Gredeskul S.A., Kivshar Yu.S.* // Phys. Rep. 1992. V. 216. P. 1.

[4] *Абдуллаев Ф.Х.* // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. С. 305.

[5] *Gordon J.P.* // JOSA. 1992. V. B.9. P. 91.

[6] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика, ФМ, 1963.

[7] *Abdullaev F.Kh., Darmanyan S.A.* et al. Optical Solitons, Springer–Verlag, Heidelberg, 1993.

[8] *Кляцкин В.И.* Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М., 1980.

Физико-технический институт
АН Республики Узбекистан,
Ташкент

Поступило в Редакцию
29 сентября 1993 г.
В окончательной редакции
19 апреля 1994 г.