

01;04
©1994

ДИНАМИКА ПРОВОДНИКОВ С ТОКОМ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ТРУБЕ

Б.А.Марков, А.И.Морозов

В серии работ [1-4 и др.], развивающих классические работы [5-8 и др.] рассматриваются теоретически и экспериментально проблемы создания плазменных ловушек с омываемыми плазмой проводниками. Такие ловушки, позволяющие, в частности, реализовывать конфигурации с $\beta = 1$, были в [1] названы общим именем "галатей", а омываемые плазмой проводники — "миксинами". При разработке теории галатей встает специфический вопрос об устойчивой подвеске миксин с помощью магнитных полей (см., например, [4,8]). В данной заметке будет рассмотрена задача об устойчивой левитации одной или двух кольцевых миксин внутри сверхпроводящего тороидального трубчатого кожуха круглого сечения (см. рис. 1). При этом будет предполагаться, что малый радиус кожуха a много меньше его большого радиуса R :

$$a \ll R \quad (1)$$

так, что локально в первом приближении кожух можно считать цилиндром.

Рассмотрим следующие три задачи.

Равновесие и устойчивость прямого проводника с током в прямом цилиндре (рис. 2). Пусть проводник с током I погонной массы m смещен относительно оси

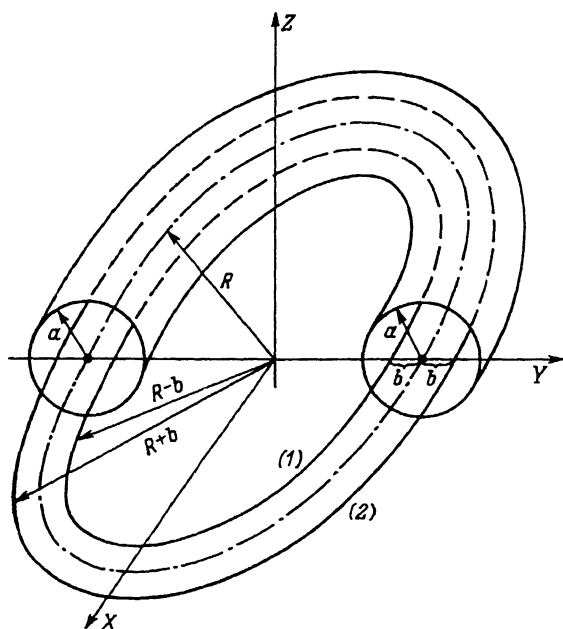


Рис. 1. Две миксины в тороидальном кожухе кругового сечения.

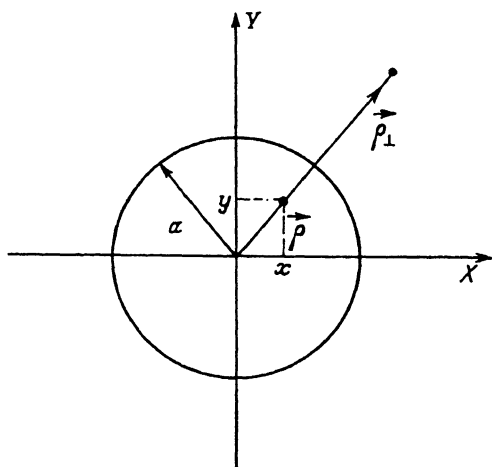


Рис. 2. Миксина в цилиндрическом кожухе (поперечное сечение).
 симметрии цилиндра $(0,0)$ в точку $\rho = (x, y)$. Тогда его изо-

бражение находится в точке

$$\rho_{\perp} = \frac{a^2}{\rho^2}(x, y). \quad (2)$$

Соответственно, сила \mathbf{F}^* , действующая на единицу длины смещенного проводника:

$$\begin{aligned} F_x^* &= -2 \frac{I^2}{c^2} \frac{x}{a^2 - \rho^2}, \\ F_y^* &= -2 \frac{I^2}{c^2} \frac{y}{a^2 - \rho^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

а уравнение динамики проводника можно будет записать в виде

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_*^2 x \frac{1}{1 - \frac{\rho^2}{a^2}} &= 0, \\ \ddot{y} + \omega_*^2 y \frac{1}{1 - \frac{\rho^2}{a^2}} &= -g. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь g — ускорение свободного падения,

$$\omega_*^2 = 2 \frac{I^2}{c^2} \frac{1}{ma^2} \quad (5)$$

— “левитационная частота”, m — погонная масса проводника. Если $\rho^2/a^2 \ll 1$, то частота малых колебаний ω равна ω_* . Полагая $I = 10$ кА, $m = 20$ г/см, $a = 5$ см, получим $\omega_8 \sim 65$ с⁻¹, т.е. $f \sim 10$ Гц. В этом случае смещение положения проводника под действием силы тяжести $L_g \sim 0.25$ мм.

Поле и динамика одиночного контура в кожухе круглого сечения. Рассмотрим конфигурацию контура и тороидального кожуха (похожая система для двух контуров с током приведена на рис. 1) круглого поперечного сечения. Учитывая сделанные допущения (1), можно в первом приближении считать, что кожух — локально цилиндрический, а вектор тока, текущего по контуру (в том числе и при смещениях контура), направлен вдоль азимутальной оси (средней линии контура). Такое приближение назовем “шланговым” (или “квазцилиндрическим”).

Пусть уравнение средней линии кожуха будет $r_0(\theta)$, а смещение элемента контура длиной ds относительно ее —

$\rho(\theta, t)$, где θ — параметр, определяющий точку средней линии кожуха и соответствующий ей (точке) элемент контура. Тогда для точек контура в момент времени t выполнено

$$\mathbf{r}(\theta) = \mathbf{r}_0(\theta) + \rho(\theta, t).$$

Учитывая (2) и предполагая, что смещение относительно средней линии $\rho \ll a$, можно написать выражение для силы, действующей на элемент контура:

$$d\mathbf{F}^* = -2 \frac{I^2}{c^2} \frac{d_s}{l_{\perp} - \rho_{\perp}} \mathbf{n}^0. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{n}^0 — вектор нормали к средней линии кожуха, $l_{\perp} = a^2/\rho_{\perp}$, ρ_{\perp} — смещение вдоль \mathbf{n}^0 . Из (6) следует два эквивалентных выражения для “силы изображения”, действующей на контур в целом.

$$\mathbf{F}^* = -2 \frac{I^2}{c^2} \int_L ds \mathbf{n}^{(0)} \frac{(\rho, \mathbf{n}^{(0)})}{a^2(\theta) - \rho_{\perp}^2} = -\frac{2I^2}{c^2} \int_L ds \frac{[\rho - \tau(\rho, \tau)]}{a^2(\theta) - \rho_{\perp}^2},$$

$$\tau = \frac{d\mathbf{r}_0}{ds}. \quad (7)$$

Аналогично может быть выписана формула для момента сил изображения, если требуется рассмотреть качания плоскости миксины.

Приведем выражения для частот линейных колебаний контура в тороидальном кожухе при поступательных (без качаний) смещениях вдоль осей OX и OZ . Они соответственно равны

$$\omega(z) = \omega_{(*)}, \quad \omega(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_{(*)}, \quad (8)$$

где $\omega_{(*)}$ — левитационная частота — введена выше.

Колебания двух колец вдоль оси OX . Эта система, названная в [1] “дублоном”, изображена на рис. 1. Токи в кольцах считаем равными и направленными в одну сторону. В этой системе самыми опасными будут смещения колец навстречу друг другу в плоскости $z = 0$, например, вдоль оси OX ; их мы и рассмотрим. Сила \mathbf{F}_1 , действующая на кольцо (1), состоит из трех слагаемых: взаимодействия со своим отражением $\mathbf{F}_{1,1*}$, непосредственного взаимодействия со вторым кольцом $\mathbf{F}_{1,2}$ и взаимодействия с изображением второго кольца $\mathbf{F}_{1,2*}$. Считая, что малый радиус кожуха $a = \text{const} \ll R$, где R — большой радиус кожуха, а

радиусы колец $R_{1,2} = R \mp b$ соответственно, можно с помощью формулы (7) получить следующую систему уравнений для малых смещений ξ_1 и ξ_2 колец вдоль оси OX :

$$\ddot{\xi}_1 = \alpha \xi_1 + \beta \xi_2,$$

$$\ddot{\xi}_2 = \beta \xi_1 + \alpha \xi_2,$$

где

$$\alpha = -\frac{\omega_*^2}{2} \left[\frac{1+\lambda}{(1-\lambda)^2} - \frac{1}{4\lambda} + \frac{\lambda}{(1+\lambda)^2} \right]$$

$$\beta = -\frac{\omega_*^2}{2} \left[\frac{1}{4\lambda} + \frac{1}{(1+\lambda)^2} \right], \quad \lambda = \frac{b^2}{a^2}.$$

Используя (9), можно найти границу b_m интервала $b_m < b < a$, в котором система миксин устойчива.

Наименьшее значение b_{mm} определяется из условия равенства нулю собственной частоты системы (9). Отсюда следует, что $Det(\lambda) = \alpha_m^2 - \beta_m^2 = 0$.

Физический интерес представляет корень уравнения $\alpha_m = \beta_m$, который равен $\lambda_m = \frac{b_m^2}{a_m^2} \sim 0.217$.

Таким образом, при $b_m \geq \frac{a}{2}$ система миксин “дублона” в круглом сверхпроводящем кожухе устойчива.

Авторы благодарят А.Г. Свешникова за поддержку работы и ее полезное обсуждение.

Список литературы

- [1] Морозов А.И. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. В. 15. С. 86–89.
- [2] Морозов А.И. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. В. 3. С. 305–316.
- [3] Морозов А.И., Хрипунов В.И. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. В. 7. С. 838–849.
- [4] Бугрова А.И., Липатов А.С., Морозов А.И., Харчевников В.К. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 8. С. 1–4.
- [5] Сахаров А.Д. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т. 1. М.: АН СССР, 1958. С. 20–31.
- [6] Скорняков Г.В. // Журнал технической физики. 1962. Т. 32. С. 777–790.
- [7] Перегуд Б.П., Ленерт Б. и др. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. термоядерный синтез. 1984. В. 3 (16). С. 46–58.
- [8] Yoshikawa S. // Nucl. Fusion. 1973. V. 13. N 3. P. 433–449.

Московский государственный
университет им. М.В.Ломоносова

Поступило в Редакцию
1 марта 1994 г.