

05.2
©1994

К ВОПРОСУ О ЗАТУХАНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МАГНИТНОМ МАТЕРИАЛЕ С ГИСТЕРЕЗИСОМ

А.Н.Морозов, В.С.Кудрявцев

Описание распространения электромагнитных волн в магнитных средах с гистерезисом может быть выполнено с использованием математической модели петли гистерезиса, предложенной в работе [1]. Эта модель позволяет строить асимптотические решения динамических уравнений электромагнитных устройств осцилляторного типа [1,2], основным диссипативным фактором в которых выступает магнитный гистерезис. Аналитическое выражение предложенной модели петли гистерезиса имеет вид:

$$B(H) = \mu\mu_0 \left(H - \gamma H^3 - 3\kappa\gamma \hat{H}^3 \right), \quad (1)$$

где B и H — индукция и напряженность магнитного поля, μ — магнитная проницаемость материала, μ_0 — магнитная постоянная,

$$\gamma = \frac{1}{3H_s^2}. \quad (2)$$

H_s — напряженность магнитного поля, при которой наблюдается насыщение ($H \leq H_s$), κ — параметр, характеризующий толщину петли,

$$\hat{H} = H|_{\varphi=\varphi+\frac{\pi}{2}} \quad (3)$$

— функция опережающая по фазе напряженность поля H на $\frac{\pi}{2}$.

Целью данной работы является описание распространения электромагнитной волны в магнитной среде, гистерезис которой может быть описан с помощью модели (1).

Рассмотрим бесконечную однородную магнитную среду, которая занимает полупространство $z \geq 0$ таким образом, что граница ее раздела с вакуумом совпадает с плоскостью $z = 0$. Падающая на границу раздела электромагнитная волна поляризована так, что вектор напряженности магнитного поля имеет составляющие только вдоль оси x ,

параллельной границе раздела, то есть $H_y = H_z = 0$. При этом считается, что напряженность магнитного поля в среде зависит только от координаты z . Определим зависимость амплитуды и фазы напряженности магнитного поля внутри материала при $z \geq 0$.

Уравнение, описывающее проекции индукции и напряженности магнитного поля на ось x , можно представить в виде:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} + \sigma \frac{\partial B}{\partial t} - \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

где ε_0 — диэлектрическая постоянная, σ — электропроводность среды. Совместно с формулой (1) это уравнение образует замкнутую систему, описывающую распространение электромагнитной волны в среде с магнитным гистерезисом.

Решение уравнения (4) с учетом модели (1) представим в виде:

$$H = H_0(z) \sin[\omega t - kz - \varphi(z)], \quad (5)$$

где ω — частота электромагнитной волны, k — волновое число, $H_0(z)$ и $\varphi(z)$ — медленно изменяющиеся в зависимости от координаты z амплитуда и фаза напряженности магнитного поля. Подстановка решения (5) в уравнение (4) и выполнение операций, следующих из метода усреднения [3], дает систему укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_0}{\partial z} &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}} \sigma H_0 + \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}} \gamma (\sigma - 3\varepsilon_0 k \omega) H_0^3, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}} \gamma (\varepsilon_0 \omega + 3k\sigma) H_0^2. \end{aligned} \quad (6)$$

При получении системы (6) учтено, что $k = \sqrt{\varepsilon_0 \mu \mu_0} \omega$.

Система уравнений (6) имеет аналитическое решение:

$$\begin{aligned} H_0(z) &= \sqrt{\frac{a H_{00}^2 \exp(-\alpha z)}{a - H_{00}^2 [1 - \exp(-\alpha z)]}}, \\ \varphi(z) &= b \ln \left[\frac{a}{a - H_{00}^2 [1 - \exp(-\alpha z)]} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где введены следующие обозначения:

$$a = \frac{4\sigma}{3\gamma(\sigma - 3\varepsilon_0 k \omega)}, \quad b = \frac{\varepsilon_0 \omega + 3k\sigma}{2(\sigma - 3\varepsilon_0 k \omega)}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon_0}} \sigma \quad (8)$$

и использованы граничные условия

$$H_0(z)|_{z=0} = H_{00}, \quad \varphi(z)|_{z=0} = 0. \quad (9)$$

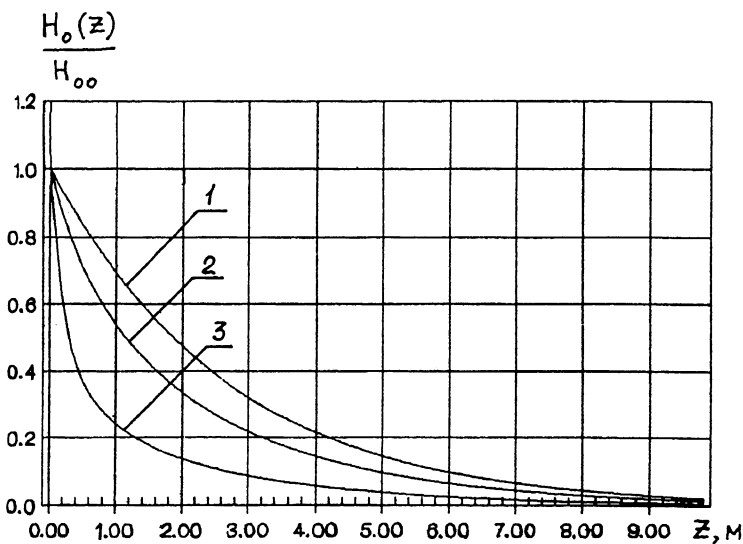


Рис. 1.

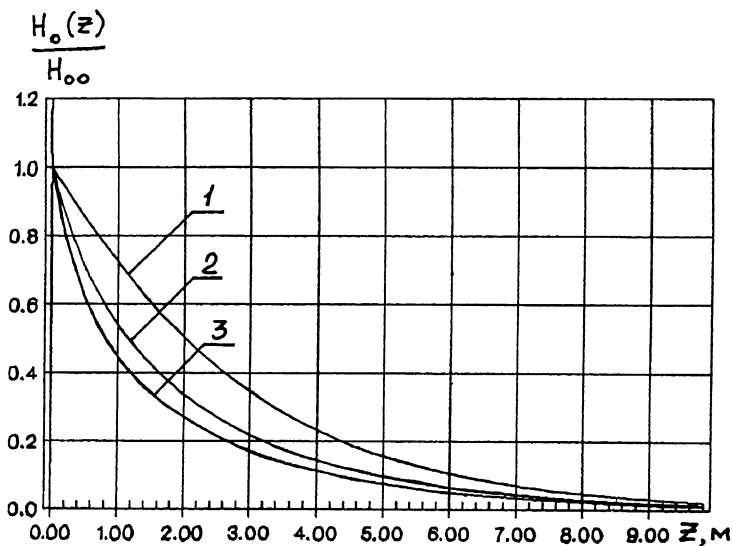


Рис. 2.

Решения (7) позволяют проанализировать зависимость амплитуды и фазы напряженности магнитного поля при распространении электромагнитной волны в среде с магнитным гистерезисом.

На рис. 1 представлены графики зависимости амплитуды напряженности магнитного поля от координаты Z при различных значениях частоты $\omega = 2\pi\nu$: 1 — $\nu = 10^6$ Гц, 2 — $\nu = 10^7$ Гц, 3 — $\nu = 10^8$ Гц. При расчетах считалось, что $H_{00} = H_s$, а параметры среды принимались близкими к характеристикам высокочастотных ферритов [4]: $\kappa = 0.3$, $\mu = 450$, $\sigma = 10^{-4}$ (Ом · м) $^{-1}$. Рис. 2 иллюстрирует зависимость характера затухания электромагнитной волны от параметра κ : 1 — $\kappa = 0$, 2 — $\kappa = 0.3$, 3 — $\kappa = 0.6$. Здесь частота $\nu = 10^7$ Гц. Как следует из приведенных графиков, с повышением частоты электромагнитной волны и увеличением толщины петли гистерезиса возрастает поглощение волны в среде, что связано с увеличением гистерезисных потерь на перемагничивание. Причем влияние гистерезиса на глубину проникновения волны в магнитный материал начинает наиболее сильно сказываться при частоте электромагнитной волны

$$\nu > \frac{2\sigma}{3\pi\kappa\epsilon_0}. \quad (10)$$

Для рассматриваемого феррита граничная частота равна: $\nu = 8 \cdot 10^6$ Гц.

Проведенное описание необратимого затухания электромагнитной волны в среде с магнитным гистерезисом позволяет проводить расчеты прохождения волн в таких средах, используя при этом асимптотические методы построения решений. Полученные соотношения могут применяться для определения потерь на перемагничивание в различных электротехнических устройствах с магнитными элементами.

Список литературы

- [1] Кудряцев В.С., Морозов А.Н., Турчанинов С.О. // Изв. вузов. Электромеханика. 1991. В. 2. С. 5-9.
- [2] Кудряцев В.С., Морозов А.Н., Турчанинов С.О. // Изв. вузов. Электромеханика. 1991. В. 10. С. 97-99.
- [3] Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.
- [4] Таблицы физических величин: Справочник / Под ред. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.

Поступило в Редакцию
18 декабря 1993 г.