01;03;05.3

СИЛА КОРИОЛИСА — ФАКТОР, КОТОРЫЙ НЕОБХОДИМО УЧИТЫВАТЬ ПРИ ВЫРАЩИВАНИИ КРИСТАЛЛОВ ИЗ РАСПЛАВА В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

В.С.Юферев

В настоящее время является общепризнанным, что на орбитальных станциях и искусственных спутниках Земли сохраняется заметный уровень микрогравитации (вследствие перемещения космонавтов, работы двигателей, торможения корабля атмосферой Земли и т.п.) и это необходимо учитывать при проведении экспериментов, в которых могут возникать потоки жидкости или газа (например, при выращивании кристаллов). Более того, без учета этих микрогравитационных ускорений практически невозможно достигнуть тех результатов, ради которых, собственно, указанные эксперименты и выводятся в космическое пространство. Однако имеется еще один фактор, который необходимо принимать во внимание при проведении космических материаловедческих экспериментов. Этим фактором является сила Кориолиса, возникающая благодаря вращению спутника вокруг Земли. Влияние силы Кориолиса на борту искусственного спутника Земли рассматривалось при изучении движения частицы в жидкости или газе [1] и совершенно не учитывалось в экспериментах по выращиванию кристаллов. Сама по себе сила Кориолиса не может быть причиной движения жидкости. Однако благодаря микрогравитации в жидкости неизбежно возникнут конвективные течения, на которые сила Кориолиса уже будет оказывать непосредственное воздействие.

Исследования роста кристаллов в центрифуге показали, что влияние силы Кориолиса имеет сложный характер. При "неустойчивом" градиенте температуры в расплаве она может стабилизировать конвекцию и повысить устойчивость фронта кристаллизации [2–4]. С другой стороны, при "устойчивом" градиенте температуры воздействие силы Кориолиса на морфологическую устойчивость границы раздела фаз оказывается двояким: при умеренных числах Тейлора сила Кориолиса уменьшает, а при больших, наоборот, повышает устойчивость фронта кристаллизации [4].

Чтобы получить представление о воздействии силы Кориолиса на рост кристаллов в условиях орбитального полета, в настоящей работе рассмотрена простая модель направленной кристаллизации полубесконечного слоя расплава.

Пусть граница раздела фаз движется с постоянной скоростью v, а расплав вращается как единое целое вокруг некоторой оси с угловой скоростью Ω. Последняя будет равна угловой скорости вращения спутника вокруг Земли, если спутник ориентирован относительно ее поверхности, и равна нулю, если ориентация спутника сохраняется постоянной относительно геоцентрической системы координат. Предположим далее, что вектор микроускорений $g(t)$ параллелен фронту, а вектор Ω перпендикулярен ему. Тогда в системе координат, связанной с фронтом, конвекция в расплаве будет описываться следующими линейными уравнениями:

$$u_t - vu_z = \nu u_{zz} - 2\Omega\times u - (g(t) + 2v\Omega\cdot e_z)(\beta_c(c-c_\infty) + \beta_T(T-T_\infty))\,. \quad (1a)$$

$$D_L T_{zz} - vT_z = 0, \qquad Dc_{zz} - vc_z = 0. \quad (1б)$$

Здесь u — вектор скорости, который имеет только две компоненты (u_x и u_y), параллельные фронту, T и c — распределение температуры и концентрации примеси в расплаве, β_T и β_c — соответствующие коэффициенты расширения, ν, D_L, D — коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и диффузии, а e_z — единичный вектор.

Пусть вектор $g(t)$ направлен вдоль оси $0X$ и изменяется во времени по гармоническому закону $g = g_0\exp(i\omega t)$. Тогда, переходя к безразмерным переменным:

$$z = \frac{\nu}{v}\tilde{z};\ t = \frac{\nu}{v^2}\tilde{t};\ \Omega = \frac{v^2}{\nu}\tilde{\Omega};\ \omega = \frac{v^2}{\nu}\tilde{\omega};\ u_{x,y} = v\exp(i\omega t)\tilde{u}_{x,y};$$

$$T - T_\infty = -G_L\frac{D_L}{v}\tilde{T};\quad c - c_\infty = G_c\frac{D}{v}\tilde{c};\quad G_c = \frac{1-k}{k}c_\infty\frac{v}{D},$$

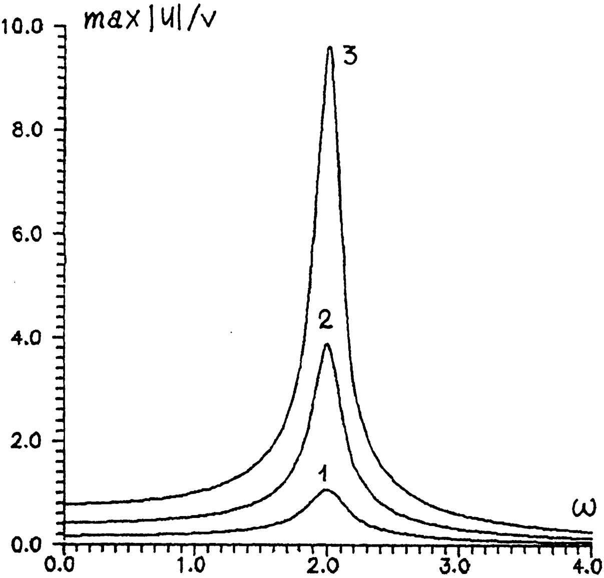
где G_L, G_c — градиенты температуры и концентрации примеси на фронте кристаллизации, и решая уравнения (1б), получим (знак “ ” в дальнейшем опускается):

$$T = \exp(-Pr\cdot x);\quad c = \exp(-Sc\cdot z),$$

$$u_x'' + u_x' - i\omega u_x + 2\Omega u_y = -\frac{R_T}{Pr^2}\exp(-Pr\cdot z) + \frac{R_c}{Sc^2}\exp(-Sc\cdot z),$$

$$u_x'' + u_y' - i\omega u_y - 2\Omega u_x = 0$$

при $z = 0$ и $z = \infty$ $u_x = u_y = 0$. Здесь $R_T = \frac{g_0\beta_T G_L}{\nu D_L}\left(\frac{\nu}{v}\right)^4$; $R_c = \frac{g_0\beta_c G_c}{\nu D}\left(\frac{\nu}{v}\right)^4$; $Pr = \frac{\nu}{D_L}$; $Sc = \frac{\nu}{D}$ являются числами Рэлея,



Зависимость максимума конвективной скорости расплава от частоты микроускорений при $\Omega = 1$.
1 — $Pr = 0.15$, *2* — $Pr = 0.10$, *3* — $Pr = 0.075$.

Прандтля и Шмидта соответственно. Заметим, что при типичных значениях параметров $v = 10^{-3}$ см/с, $\nu = 10^{-3}$ см^2/с и Ω размерное $= 1 \cdot 110^{-3}$ с$^{-1}$, получим $\Omega \cong 1$.

Решение системы (1) имеет вид:

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \frac{i(A_1+A_2)-B_1-B_2}{2}\begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}\exp(-ir_1z)+\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}\exp(-Pr\cdot z)-$$

$$\frac{i(A_1+A_2)+B_1+B_2}{2}\begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}\exp(-ir_2z)-\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix}\exp(-Sc\cdot z) \qquad (2)$$

где $A_1 = -\frac{R_T}{Pr^2F}\left(Pr^2 - Pr - i\omega\right)$; $B_1 = -\frac{2R_T\Omega}{Pr^2F}$; $F = 4\Omega^2 + \left(Pr^2 - Pr - i\omega\right)^2$, коэффициенты A_2, B_2 получаются из A_1, B_1 путем замены R_T и Pr на R_c и Sc, а $r_{1,2} = 0.5 + \left(0.5 + i(\omega \pm 2\Omega)\right)^{1/2}$.

Из (2) следует, что влияние силы Кориолиса может быть существенно лишь при $\Omega \gtrsim \omega$, то есть когда действуют постоянные или очень низкочастотные микроускорения, например, в результате трения корабля об атмосферу или, возможно, при возникновении колебательной неустойчивости процесса кристаллизации. Формула (2) показывает также, что в случае концентрационной конвекции, для которой как правило, $Sc \gg 1$, влияние силы Кориолиса остается малым, даже если $\Omega > \omega$. Наоборот, при тепловой конвекции в расплавах с малым числом Pr при $w = 2\Omega$ возникает резонанс и возможно резкое возрастание скорости движения расплава.

Действительно, как следует из (2), при $\omega \gg 2\Omega > 1$ $u \approx R_T/\left(Pr^2\omega\right)$; при $\omega = 2\Omega$ $u \approx R_T/Pr^3$ и при $\omega \ll 2\Omega$ $u \approx R_T/\left(2Pr^2\Omega\right)$. Таким образом, резонансное возрастание скорости будет тем больше, чем меньше число Прандтля, что хорошо видно на рисунке. Столь сильная зависимость от числа Pr объясняется тем, что рассматривается полубесконечный слой расплава. В слое расплава толщиной меньше, чем D_L/v, эффект будет естественно слабее. Необходимо отметить также, что при таких низких частотах, когда может возникнуть резонанс, амплитуда микроускорений оказывается очень малой $\approx 10^{-2}$ см^2/с, что соответствует числам Рэлея $\approx 10^{-2}-10^{-4}$. При таких значениях R_T скорость движения расплава также будет малой, однако, сравнимой или даже больше скорости роста кристалла. А это именно тот случай, когда влияние конвекции на распределение примеси в расплаве может оказаться наибольшим. Следовательно, вполне возможна ситуация, когда в результате устранения тем или иным путем микроускорений с частотами выше 0.01 Гц, будут созданы условия для проявления влияния силы Кориолиса и возникновения “неожиданных” значительных примесных неоднородностей в кристалле.

Список литературы

[1] *Alexander I.J., Lundquist C.A.* // AIAA J. 1988. V. 26. P. 34.

[2] *Weber W., Newmann G., Muller G.* // J. Crystal Growth. 1990. V. 100. P. 145.

[3] *Chevy A., Williams P., Rodot M.* // The Second Int. Workshop on Material Processing in High Gravity, 6–12 July, 1993, Potsdam, USA.

[4] *Yuferev V.S.* // The Sec. Int. Workshop on Material Processing in High Gravity, 6–12 July, 1993, Potsdam, USA.

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
20 декабря 1994 г.