

01;09  
©1994

## САМООРГАНИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ ДВУХ СВЯЗАННЫХ АВТОСТОХАСТИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ

*Э.В.Кальянов*

В ряде работе отмечается необычное поведение генераторов хаотических колебаний при воздействии внешнего шума: вместо ожидаемого усложнения колебаний при определенных уровнях воздействия внешнего шума происходит переход к детерминированным колебаниям [1-4].

Представляет интерес исследование возможности возникновения подобного эффекта перехода к детерминированным колебаниям в системе связанных автостохастических генераторов, когда имеет место не внешнее воздействие шума, а взаимное влияние шумовых колебаний генераторов. В настоящей работе приводятся результаты численного анализа такого взаимодействия двух автостохастических генераторов.

Уравнения для системы связанных автостохастических генераторов можно записать, используя соотношения для одиночного автостохастического генератора с запаздыванием и инерционностью, приведенные в [5]. В общем случае для изменения во времени  $t$  переменных  $x$  и  $y$  будем иметь

$$\ddot{x}_i(t) + \frac{\omega_i}{Q_i} \dot{x}_i(t) + \omega_i^2 x_i(t) = \frac{\omega_i^2}{\sigma_i} \frac{d}{dt} F_i(y_i(t)) + \\ + \omega_i^2 \sum_{\substack{j \\ j \neq i}} D_{ij} f_j(x_j(t - \tau_j)), \\ \delta \dot{y}_i(t) + y_i(t) = x_i(t - \tau_i),$$

где  $i, j = 1, 2, 3 \dots k$ ;  $\omega_i, Q_i$  — собственная частота и добротность колебательного контура  $i$ -го парциального генератора;  $\sigma_i, \delta_i$  — постоянные времени дифференцирующего элемента и фильтра первого порядка  $i$ -го генератора;  $\tau_i, \tau_j$  — запаздывание в цепи обратной связи  $i$ -го генератора и в элементах связи;  $D_{ij}$  — коэффициент связи генераторов;  $f_j(x_j(t - \tau_j))$  — функция, определяющая тип связи;  $F_i(Y_i)$  — характеристика нелинейного элемента  $i$ -го генератора.

В рассматриваемом случае двух генераторов при резистивной связи, отсутствии запаздывания по связи и условию,

что характеристика нелинейного элемента имеет вид унитарной функции [6]:

$$F_i(y_i) = B_i^0 \frac{y_i^n}{1 + y_i^n},$$

где  $B_i^0$ ,  $n$  — постоянные коэффициенты, будем иметь

$$\ddot{x}_1 + \frac{\omega_1}{Q_1} \dot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \frac{B_1^0 n y_1^{n-1}}{\sigma_1 (1 + y_1^n)^2} \cdot \frac{x_1(t - \tau_1) - y_1}{\delta_1} + \omega_1^2 D_{12} \dot{x}_2,$$

$$\delta_1 \dot{y}_1 + y_1 = x_1(t - \tau_1),$$

$$\ddot{x}_2 + \frac{\omega_2}{Q_2} \dot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 = \omega_2^2 \frac{B_2^0 n y_2^{n-1}}{\sigma_2 (1 + y_2^n)^2} \cdot \frac{x_2(t - \tau_2) - y_2}{\delta_2} + \omega_2^2 D_{21} \dot{x}_1,$$

$$\delta_2 \dot{y}_2 + y_2 = x_2(t - \tau_2).$$

При расчетах полагалось, что  $B_1^0 = \sigma_1 B_1$ ,  $B_2^0 = \sigma_2 B_2$ ,  $D_{12} = D_{21} = D$ . При этом добротности колебательных контуров первого и второго генераторов выбраны равными  $Q_1 = 4$ ,  $Q_2 = 3.8$ . Остальные параметры были одинаковыми и имели следующие значения:  $\omega_1 = \omega_2 = 1$ ;  $n = 6$ ,  $B_1 = B_2 = 4$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 0.1$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 2$ . При приведенных величинах параметров оба генератора автономно, то есть при  $D = 0$ , генерировали хаотические колебания. Хаотические режимы сохранялись в широком интервале изменения параметров усиления  $B_1$  и  $B_2$ . Причем при достижении параметрами усиления пусковых значений, равных  $B_{1S} \simeq 2$ ,  $B_{2S} \simeq 2$ , сразу возбуждались колебания со странным аттрактором. Для одного из рассматриваемых генераторов (первого) это можно видеть на бифуркационной диаграмме, приведенной в [7]. Для второго генератора бифуркационная диаграмма отличается незначительно.

При изучении взаимодействия связанных автостохастических генераторов, описываемых системой уравнений (1), выяснено, что при определенных значениях параметра связи между генераторами возможен переход системы из хаотического режима колебаний в детерминированный режим. Это иллюстрируется бифуркационной диаграммой, представленной на рис. 1, на котором показано изменение максимальных значений колебательного процесса  $x_1(t)$  (обозначено  $[x_1(t)]$ ) в зависимости от параметра связи  $D$ . Бифуркационная диаграмма получена при начальных условиях, соответствующих автономным колебаниям генераторов при  $B_1 = B_2 = 4$ . Видно, что при  $D = 0$  имеется хаотический разброс максимальных значений  $x_1(t)$ , чему соответствуют колебания со странным (хаотическим) аттрактором.

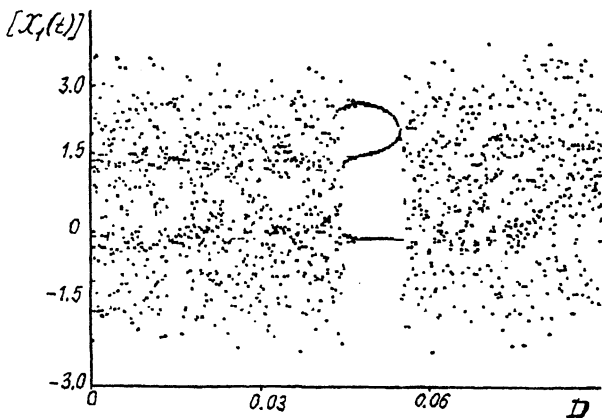
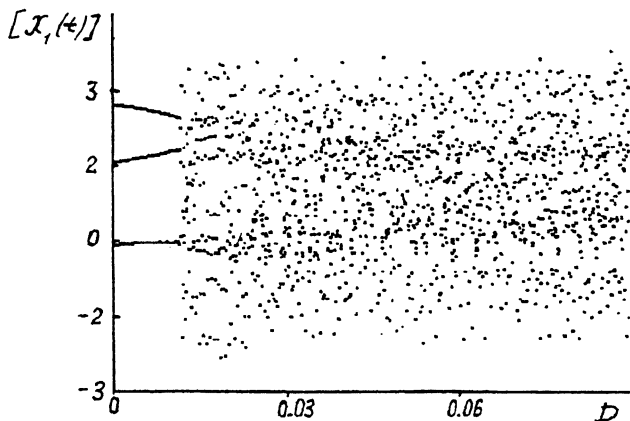


Рис. 1. Изменение максимальных значений колебательного процесса в первом генераторе при увеличении параметра связи.

При увеличении параметра связи в окрестности значения  $D = 0.016$  наблюдается дестохастизация колебаний с формированием трехтактного цикла. Однако область дестохастизации узкая и колебания неустойчивы. В интервале  $D \in (0.044, 0.055)$  имеет место четкий переход хаотических колебаний в регулярные. Зарождение детерминированных колебаний происходит путем обратных бифуркаций удвоения периода на основе трехтактного цикла. Просматриваются двенадцати-, шести- и трехтактные колебания с мягким переходом одних колебаний в другие по мере увеличения параметра связи. Восстановление хаотического режима колебаний при  $D > 0.055$  происходит жестко.

Бифуркационная диаграмма, характеризующая зависимость максимальных значений колебательного процесса  $x_2(t)$  от  $D$  аналогична представленной на рис. 1 в том смысле, что области хаотических и регулярных движений наблюдаются при тех же значениях параметра связи. Величины хаотических разбросов максимальных значений колебательного процесса  $x_2(t)$ , естественно, иные. Существенным является то, что в интервалах изменения параметра связи, соответствующих трехтактным колебаниям процесса  $x_1(t)$ , колебательный процесс  $x_2(t)$  является не трехтактным, а шеститактным.

При уменьшении параметра связи бифуркационная диаграмма зависимости  $[x_1(t)]$  от  $D$  существенно отличается от полученной при увеличении  $D$ , то-есть проявляется влияние начальных условий и явление гистерезиса. При уменьшении параметра связи от величины  $D = 0.09$  до нуля дестохастизация возникает при снижении параметра  $D$  до вели-



**Рис. 2.** Изменение максимальных значений колебательного процесса в первом генераторе при уменьшении параметра связи.

чины, равной  $D = 0.011$ . Возникающие при этом регулярные колебания с трехтактным предельным циклом сохраняются вплоть до значения  $D = 0$ , тогда как при автономном возбуждении в обоих генераторах, как уже отмечалось, имеют место хаотические колебания. Бифуркационная диаграмма, полученная при тех же значениях параметров, что и диаграмма рис. 1, но при обратном по отношению к рис. 1 изменении параметра связи, приведена на рис. 2. Заметим, что при уменьшении параметра связи в интервале его изменения, соответствующем области детерминированных движений ( $D \in (0; 0,011)$ ), колебательный процесс  $x_2(t)$  является, в отличие от случая рис. 2, шестикратным.

Проведенные исследования показывают, что наряду с ожидаемым эффектом усложнения хаотических колебаний в связи с повышением размерности системы возможен процесс дестохастизации. Переход системы двух связанных генераторов при определенных величинах параметра связи в режим детерминированных колебаний свидетельствует о явлениях самоорганизации.

### Список литературы

- [1] Moss F., Welland G.V. // Phys. Rev. 1982. N A25. P. 3389–3391.
- [2] Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987. 400 с.
- [3] Кальянов Э.В., Старков С.О. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 11. С. 961–964.
- [4] Ваерие Д.М., Рябов В.Б. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. В. 11. С. 55–59.

- [5] *Кальянов Э.В., Старков С.О.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 23. С. 49-52.
- [6] *Гласс Л., Мэки М.* От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.
- [7] *Кальянов Э.В.* // Влияние нелинейности в автоколебательной системе с запаздыванием. Письма в ЖТФ. 1993. В печати.

Институт радиотехники  
и электроники  
Фрязинская часть

Поступило в Редакцию  
29 ноября 1993 г.

---