

01;10  
©1994

## ВЛИЯНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕДНЕГО ФРОНТА РЭП НА АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ СКОРОСТИ ЭРОЗИИ

*Е.К.Колесников, А.Д.Савкин*

Теоретически исследована эрозия релятивистского электронного пучка с конечной длительностью переднего фронта, распространяющегося в плазменном канале. Установлено, что как и в случае пучка со ступенчатым профилем тока, скорость эрозии пучка стремится к некоторому асимптотическому значению. Найдена зависимость асимптотической скорости эрозии от длительности переднего фронта пучка.

Рассмотрим динамику осесимметричного электронного пучка, инжектируемого в заранее подготовленный осесимметричный плазменный канал с осью  $z$ , совпадающей с осью канала. Принимая за начало отсчета времени  $t = 0$  момент инжекции в канал переднего фронта пучка, введем в рассмотрение координату  $x = ut - z$ , где  $u$  — скорость электронов пучка, которую в дальнейшем будем полагать равной скорости света  $c$ . Координата  $x$  соответствует расстоянию от рассматриваемого сегмента до переднего фронта пучка.

Предположим, что радиальные профили плотности всех компонент системы имеют гауссов вид, то есть

$$n_{\alpha} = N_{\alpha} \exp \left\{ -R^2 / R_{\alpha}^2 \right\},$$

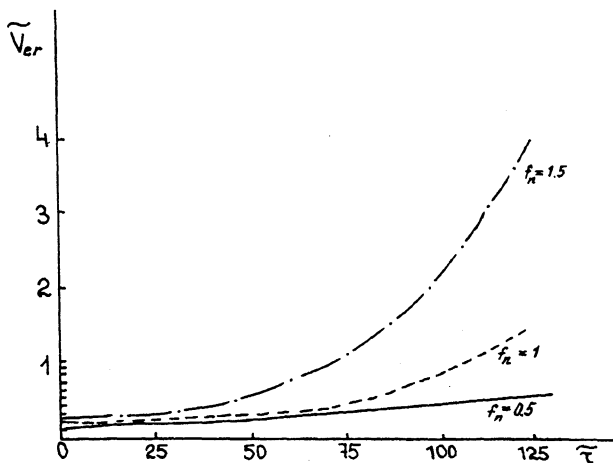
где  $R_{\alpha}$  — среднеквадратичный радиус компоненты  $\alpha$ ;  $\alpha = e, i, b$ . Линейные плотности электронов и ионов канала  $N_e = N_i = \text{const}$ , а линейная плотность электронов пучка  $N_b$  в области примыкающей к переднему фронту является известной функцией координаты  $x$ , вид которой определяется законом нарастания тока. В конкретных расчетах рассматривалась функция  $N_b(x)$  вида

$$N = N_0 (1 - \exp(-\tilde{x}/\tilde{\tau})); \quad (1)$$

$$N = \begin{cases} N_0 \tilde{x} \tilde{\tau}, & \tilde{x} < \tilde{\tau} \\ N_0, & \tilde{x} > \tilde{\tau}; \end{cases} \quad (2)$$

где  $\tilde{\tau}$  заданная постоянная.

Длительность импульса пучка предполагается существенно меньшей характерного времени колебания ионов в



Зависимость асимптотического значения скорости эрозии  $\bar{V}_{er}$  от длительности нарастания тока на переднем фронте пучка  $\bar{\tau}$ .

потенциальной яме пучка, что позволяет пренебречь эффектом движения ионов канала. В этом случае  $R_i = R_c = \text{const}$ , а эволюция электронов пучка и канала описывается уравнениями огибающей [1]

$$\frac{\partial^2 R_b}{\partial z^2} + \frac{U_b}{R_b} - \frac{E^2}{R_b^3} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 R_e}{\partial x^2} + \frac{U_e}{R_e} = 0, \quad (4)$$

где  $R_b$ ,  $R_e$  — среднеквадратичный радиус электронов пучка и канала, а  $E$  — среднеквадратичный эмиттанс пучка. Функции  $U_b$  и  $U_e$  в уравнениях (3), (4) имеют вид

$$U_b = -2 \frac{q^2 N_e}{\gamma m c^2} \left[ \frac{R_b^2}{R_b^2 + R_e^2} - \frac{R_b^2}{R_b^2 + R_i^2} \right], \quad (5)$$

$$U_e = -\frac{q^2}{m c^2} \left[ N_e - 2N_e \frac{R_e^2}{R_e^2 + R_i^2} + 2N_b(x) \frac{R_e^2}{R_e^2 + R_2^2} \right]. \quad (6)$$

Как следует из уравнения (3), равновесный радиус пучка  $R_b^{eq}$  в рассматриваемом случае равен

$$R_b^{eq} = 0.25 \left[ R + \sqrt{R^2 + 8RR_i^2} \right],$$

где

$$R = E^2 \gamma m c^2 / q^2 N_e.$$

Уравнение (3), (4) решались в безразмерных переменных

$$r_e = \frac{R_e}{R_i}, \quad r_b = \frac{R_b}{R_i}, \quad z^2 = z^2 \frac{4N_e q^2}{\gamma m c R_s^2},$$

$$x^2 = x^2 \frac{2N_e q^2}{m c R_s^2 f_n^2},$$

с граничными условиями

$$r_e(\tilde{z} = 0, \tilde{x}) = r_e^0, \quad r_b(\tilde{x} = 0, \tilde{z}) = 1;$$

$$\frac{\partial r_b}{\partial \tilde{z}}(\tilde{z} = 0, \tilde{x}) = 0; \quad \frac{\partial r_e}{\partial \tilde{x}}(\tilde{x} = 0, \tilde{z}) = 0,$$

где  $f_n = \lim_{x \rightarrow \infty} N_b(x)/N_e$ ,  $R_s$  — среднеквадратичный радиус ионов канала.

Уравнения (3), (4) решались численно для различных значений  $\tilde{\tau}$  и  $f_n$ .

По результатам численного решения уравнений (3), (4) для различных значений  $\tilde{\tau}$  и  $f_n$  определялась скорость эрозии

$$V_{er} = \frac{d\hat{x}}{d\tilde{z}},$$

где  $\hat{x}$  — координаты  $\tilde{x}$ -сегмента пучка, в котором его радиус удваивается.

Как показывают расчеты, в обоих рассмотренных случаях скорость эрозии  $V_{er}$  с ростом  $z$  асимптотически стремится к некоторому постоянному значению  $\tilde{V}_{er}$ . Зависимости величины  $\tilde{V}_{er}$  от параметров  $\tilde{\tau}$  и  $f_n$  для профиля (1) приведены на рисунке.

Как видно из рисунка, скорость эрозии  $\tilde{V}_{er}$  растет с ростом параметра  $\tilde{\tau}$ . Минимальное значение величина  $\tilde{V}_{er}$  достигает при  $\tilde{\tau} = 0$ , что соответствует ступенчатому профилю тока.

### Список литературы

- [1] Lee E.P., Cooper R.K. // Particle Accelerators. 1976. V. 7. P. 83.
- [2] Lee H., Buchanan // Phys. Fluids. January 1987. V. 30. N 1. P. 221-231.

Научно-исследовательский институт  
математики и механики  
при

Санкт-Петербургском  
государственном университете

Поступило в Редакцию  
6 октября 1993 г.