

01;05

## РАСЧЕТ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО СОЕДИНЕНИЯ МЕТОДАМИ СТРУКТУРНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

© В.А.Лизачев, О.В.Пуцаенко

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Научно-исследовательский институт  
математики и механики им. акад. В.И. Смирнова  
198904 Санкт-Петербург, Россия  
(Поступило в Редакцию 8 февраля 1996 г.)

Решена краевая задача, моделирующая процессы предварительного деформирования муфты из материала с памятью формы и ее срабатывания при сборке термомеханического соединения стержней или труб. Определяющие уравнения для материала муфты записаны по методологии структурно-аналитической теории прочности. Рассмотрено влияние конструктивных и технологических факторов, таких как величина предварительной деформации, жесткость соединяемых деталей, технологический зазор, на контактное давление и напряженно-деформированное состояние соединения.

Материалы, обладающие эффектом памяти формы, широко используют для создания термомеханических соединений, например, в пневмосистемах авиационной и ракетно-космической техники. Такие соединения обладают исключительно высокой надежностью и технологичностью. Разработка их требует, однако, значительных экспериментальных трудозатрат, поскольку отсутствуют научно обоснованные инженерные методы расчета и проектирования. Применяемые в настоящее время способы расчета являются приближенными, основанными на классических приемах механики прочности и не отражающими в полной мере особенностей реализации мартенситной неупругости. Лишь в работах [1-4] было показано, что структурно-аналитическая теория прочности [4] позволяет рассчитывать напряженно-деформированное состояние и контактное давление муфт из сплава с памятью формы, причем на всех этапах технологической цепочки: дорнование, образование соединения и его разборка. Но в цитированной литературе были приведены лишь ограниченные конкретные примеры, не допускающие сколько-нибудь широких обобщений.

В настоящей работе описаны результаты расчета контактного давления и напряженно-деформированного состояния муфты из сплава с

память формы для большого диапазона размеров муфт, жесткостью соединения и технологических зазоров в нем.

Имитировали соединение, образованное из бесконечно длинной трубы с наружным радиусом  $a$ , на которую помещали бесконечно длинную муфту. Муфта после дорнования имела внутренний радиус  $a + \Delta$ , где  $\Delta$  — величина технологического зазора, а наружный радиус  $R$  выбирали различной величины, характеризуя толщину муфты отношением  $R/a$ . Трением между трубой и муфтой пренебрегали. Естественно, что в такой постановке все переменные зависели только от радиальной координаты  $r$  и не зависели от осевой  $z$  и угловой  $\varphi$  координат.

Математическая процедура создания термомеханического соединения сводилась к следующему: на первом этапе охлажденную до мартенситного состояния муфту “дорновали” путем воздействия таким давлением  $P$  на внутреннюю ее поверхность, чтобы после сброса давления остаточная деформация муфты обеспечивала получение внутреннего радиуса, равного  $a + \Delta$ . Далее муфту “надевали” на трубу и производили нагрев до аустенитного состояния, что и означало “изготовление” термомеханического соединения. На всех этапах производили расчет напряжений, деформаций, контактного давления и радиальных перемещений внутренней и внешней поверхности муфты.

Предполагалось, что труба изготовлена из абсолютно упругого материала. Ее жесткость характеризовали соотношением

$$\frac{\Delta a}{a} = -kP, \quad (1)$$

где  $\Delta a/a$  — относительное изменение радиуса трубы под действием контактного давления  $P$ ;  $k$  — константа, характеризующая жесткость трубы.

Материал муфты предполагали неспособным к обычному пластическому деформированию, а лишь к мартенситной неупругости. Такое, на первый взгляд жесткое, ограничение отвечает свойствам реальных объектов. Композиции на медной основе не испытывают заметной пластичности; лишь при очень больших напряжениях (превышающих 1500 МПа) начинается пластическое течение у специальных сильно упроченных интерметаллидов типа никелида титана. Пренебрежение обычной пластичностью было сделано для того, чтобы более наглядно выявить особенности формирования напряженно-деформированного состояния в условиях протекания именно мартенситных реакций.

Считали, что материал муфты испытывает мартенситные превращения первого рода, что он в исходном состоянии макроскопически изотропен и все кристаллы образующегося мартенсита одинаковы по своим свойствам. Последнее предположение, конечно, не отвечает реальности, но, как показывает практика расчетов [4], обеспечивает качественно правильный прогноз. Применение более сложных моделей, учитывающих статистический разброс свойств отдельных кристаллов, технических трудностей не дает, но резко повышает объем вычислений.

В соответствии с вышесказанным и с идеологией [4] свойства сплава отображали следующей системой уравнений:

$$\dot{\beta}_{ik}^{\Phi} = D_{ik} \dot{\Phi}; \quad (2)$$

$$\dot{\Phi} = -\dot{T}^* \left\{ H(-\dot{T}^*) H(1 - \Phi_M) H[M_s - (M_s - M_f)\Phi - T^*] \times \right. \\ \left. \times (M_s - M_f)^{-1} + H(T^*) H(\Phi) H[T^* + (A_f - A_s)\Phi - A_f] (A_f - A_s)^{-1} \right\}, \quad (3)$$

$$\dot{T}^* = \dot{T} - \frac{T_0}{q_0} \alpha_{ip} \alpha_{kq} D_{ik} \dot{\sigma}_{pq}, \quad (4)$$

$$\Phi_M = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\{\Omega\}} \Phi d^3\Omega, \quad (5)$$

$$\varepsilon_{ik}^\Phi = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\{\Omega\}} \alpha_{ip} \alpha_{kq} \beta_{pq}^\Phi d^3\Omega. \quad (6)$$

Здесь  $\dot{\beta}_{ik}^\Phi$  — тензор микроскопической деформации, записанный в ортогональном кристаллофизическом базисе  $U, V, W$  аустенита;  $\dot{\Phi}$  — относительный размер эталонного кристалла мартенсита, характеризующегося температурами начала ( $M_s, A_s$ ) и окончания ( $M_f, A_f$ ) прямого и обратного мартенситных превращений, дисторсией превращения  $D_{ik}$ , тепловым эффектом реакции  $q_0$  и температурой термодинамического равновесия  $T_0$ ;  $T, T^*$  — соответственно температура и эффективная температура;  $\varepsilon_{ik}^\Phi$  и  $\sigma_{ik}$  — тензоры макроскопической деформации и напряжения, выраженные в ортогональном лабораторном базисе  $X, Y, Z$ ;  $\Phi_M$  — концентрация мартенсита;  $\alpha_{ik}$  — направляющие косинусы между кристаллофизическим и лабораторным базисами;  $\{\Omega\}$  — совокупность угловых координат  $\Omega$  между базисами  $U, V, W$  и  $X, Y, Z$ ; точка над буквой означает производную по времени.

К этим соотношениям, естественно, добавляли статические уравнения равновесия для напряжений

$$\nabla_i \sigma_{ik} = 0 \quad (7)$$

и уравнения сплошности для деформаций

$$e_{ksl} e_{qmt} \nabla_s \nabla_t \varepsilon_{lm}^e = e_{kls} e_{qmt} \nabla_s \nabla_t \varepsilon_{lm}^\Phi. \quad (8)$$

Для деформаций упругого характера  $\varepsilon_{rm}^e$  применяли закон Гука, а в уравнении теплопроводности учитывали тепловой эффект мартенситной реакции

$$\dot{T} = \frac{K}{c\rho} \nabla_i \nabla_i T - \frac{q_0}{c\rho} \dot{\Phi}_M. \quad (9)$$

В (7)–(9) введены следующие обозначения:  $\nabla_i$  — оператор Набла;  $e_{ikp}$  — тензор Леви-Чивиты;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность;  $K$  — коэффициент теплопроводности; тепловым расширением трубы и муфты пренебрегали.

В качестве граничных условий для муфты, кроме (1), принимали равенство  $\sigma_r = 0$  на внешней поверхности и условие  $\sigma_r = P$  для внутренней поверхности муфты, где  $P$  — контактное давление, такое же, как и в (1). Далее считали, что полная (т.е. упругая  $\varepsilon_r^e$  и связанная с

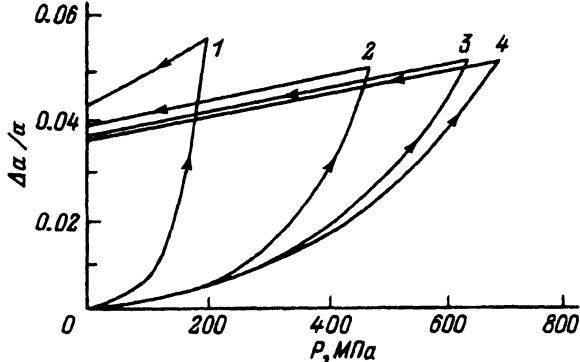


Рис. 1. Относительное изменение внутреннего радиуса муфты в процессе ее дорнования и при сбросе давления. Относительная толщина муфт,  $R/a$ : 1 — 1.33, 2 — 2, 3 — 3, 4 — 4.

мартенситной реакцией  $\varepsilon_r^\Phi$ ) осевая компонента деформации  $\varepsilon_z$  не зависит от радиальной координаты  $r$ , а осевое напряжение удовлетворяет условию равновесия в форме

$$\int_a^R r \sigma_r dr = 0. \quad (10)$$

Уравнение теплопроводности решали, задавая температуру на внешней поверхности муфты путем очень медленного нагрева, чтобы не вызывать заметных градиентов температуры по сечению муфты. Теплообменом между муфтой и трубой пренебрегали.

Ниже приведены результаты численного моделирования решений выписанной системы уравнений при следующих значениях параметров задачи:  $M_f = 270 \text{ K}$ ,  $M_s = 305 \text{ K}$ ,  $A_s = 325 \text{ K}$ ,  $A_f = 360 \text{ K}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$ ,  $q_0 = 200 \text{ МДж} \cdot \text{м}^{-3}$ ,  $D_{31} = D_{13} = D_{32} = D_{23} = 0.1$  (остальные  $D_{ik} = 0$ ),  $c = 600 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ,  $\rho = 6.5 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ,  $K = 10 \text{ Дж/м} \cdot \text{К} \cdot \text{с}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $\nu = 0.3$  (где  $E$ ,  $\nu$  — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона). Температура дорнования во всех случаях составляла  $250 \text{ K} < M_f$ .

О процессе дорнования можно судить по данным рис. 1, на котором представлена зависимость изменения внутреннего радиуса муфты, отнесенного к начальному радиусу, т.е.  $\Delta a/a$ , от величины давления для муфт разной толщины. Муфты деформировали так, чтобы остаточное увеличение внутреннего диаметра после полного сброса давления составляло около 4%. Видно, что в случае тонкой муфты, когда  $R = 1.33a$ , требуется создать давление чуть менее 200 МПа, в то время как при  $R = 4a$  — уже около 700 МПа, т.е. в 3.5 раза больше.

После сброса давления муфту надевали на трубу с технологическим зазором  $\Delta$  разной величины и производили нагрев до температуры полного завершения обратного мартенситного превращения. С учетом влияния напряжений на характеристические температуры она оказалась равной для данного модельного объекта примерно 800 К. При нагреве материал муфты испытывал эффект памяти формы, вследствие

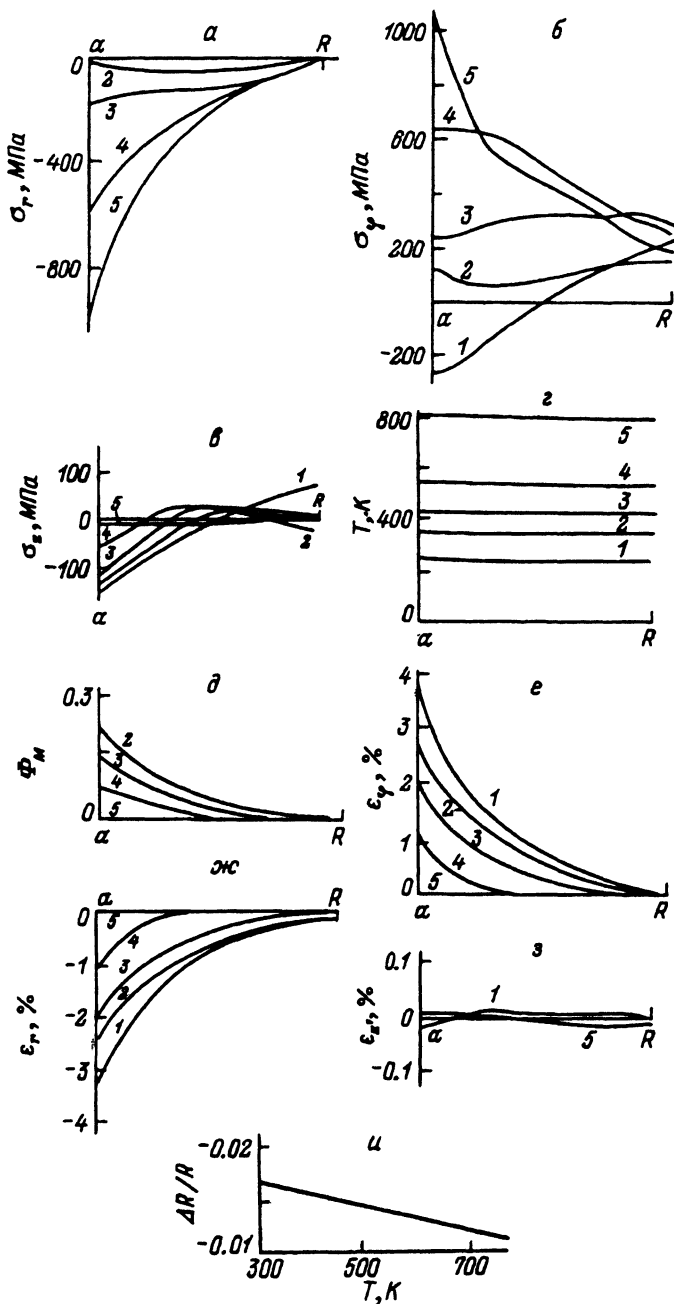


Рис. 2. Распределение напряжений (а-в), температуры (z), количества мартенсита (д) и деформаций (е-з) по толщине муфты размером  $R = 3.0a$  и зависимость относительного изменения внешнего радиуса муфт от температуры (и) при ее нагреве после дорнования.

Остаточное после дорнования относительное изменение внутреннего диаметра около 3.8%, технологический зазор  $\Delta = 0$ , податливость трубы  $k = 0$ ; 1-5 — различные этапы нагрева.

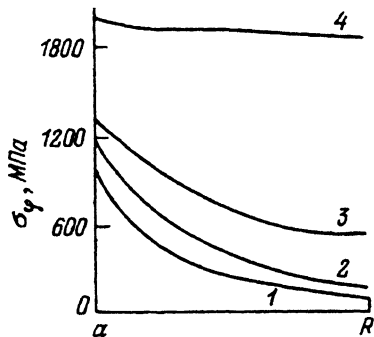


Рис. 3. Изменение окружного напряжения при нагреве муфты до аустенитного состояния, предварительно дорнованной до 5% и надетой на жесткий стержень ( $k = 0$ ,  $\Delta = 0$ ).

1-4 — то же, что и на рис. 1.

чего она уменьшалась в диаметре, технологический зазор устранялся, а затем возникало контактное давление и соответствующие напряжения в муфте. На рис. 2, а-в, е-з в качестве иллюстраций показано распределение радиальных ( $\sigma_r, \epsilon_r$ ), окружных ( $\sigma_\varphi, \epsilon_\varphi$ ) и осевых ( $\sigma_z, \epsilon_z$ ) напряжений и деформаций, а также концентрации мартенсита  $\Phi_M$  ( $\delta$ ) и температуры  $T$  ( $z$ ) для различных этапов нагрева. Видно, что распределение напряжений, деформаций и концентраций мартенсита вдоль радиальной координаты существенно неоднородно. Осевые напряжения  $\sigma_z$  невелики (диаграмма 3 показывает, каковы ошибки вычислений, так как точное значение  $\epsilon_z \equiv 0$ ). Материал муфты вблизи внутренней поверхности содержит мартенсит даже при температуре, близкой к 600 К (рис. 2, д), в то время как наружные слои трансформируются в аустенит уже при температуре, лишь незначительно превышающей  $A_f = 360$  К. Как и в реальном эксперименте, наружный диаметр муфты по мере нагрева сокращается, о чем можно судить по данным рис. 2, и. Известно, что в космическом эксперименте "Софора" этот признак был использован для контроля срабатывания термомеханического соединения. Рис. 2, и показывает, что такой контроль может дать сведения о температуре муфты. Следует подчеркнуть, что радиальный градиент для окружного напряжения  $\sigma_\varphi$  оказался тем больше, чем толще муфта.

На рис. 3 представлены результаты расчета максимального значения  $\sigma_\varphi$ , получаемого при нагреве муфты до 800 К. Видно, что для муфты с  $R = 1.33a$  (кривая 4) напряжение  $\sigma_\varphi$  почти не зависит от радиальной координаты. В то же время при  $R = 4.0a$  (кривая 1) оно зависит очень сильно.

Далее вычисляли контактное давление, возникающее в муфтах после их дорнования до примерно 4%, посадки без зазора на жесткую трубу и нагрева. На рис. 4 показано, как давление зависит от отношения  $R/a$  при нагреве до 800 К (рис. 4, а) и от температуры нагрева для муфт с разным отношением  $R/a$  (рис. 4, б). По мере увеличения  $R/a$  возрастает и давление, правда, с постепенно уменьшающимся темпом. Весь процесс закрепления муфты происходит в основном в промежутке от 300 до 600 К независимо от относительной толщины муфты.

Одной из важных технологических проблем является вопрос о влиянии на контактное давление величины технологического зазора  $\Delta$  между муфтой и трубой. Эту задачу решали на примере поведения муфт

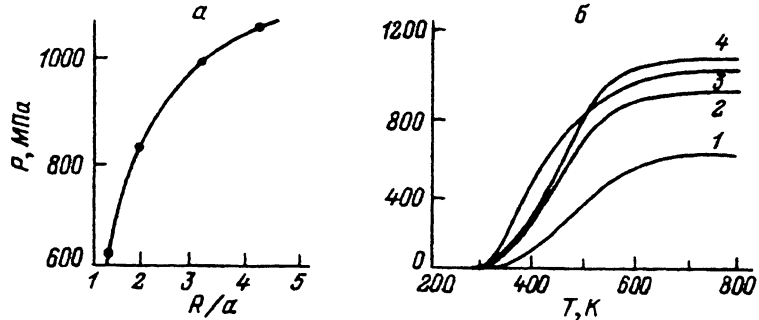


Рис. 4. Зависимости контактного давления от отношения  $R/a$  для муфт, предварительно дорнованных до 4% и нагретых до 800 К при  $\Delta = 0$  и  $k = 0$  (а), и давления от температуры (б). 1-4 — то же, что и на рис. 1.

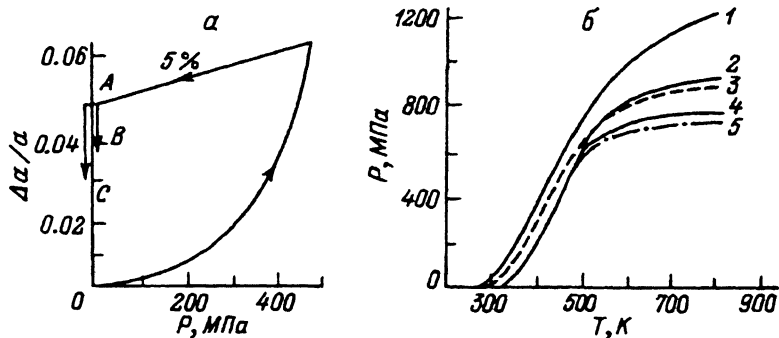


Рис. 5. Диаграмма дорнования муфты (а) и зависимость контактного давления от температуры (б) для муфт, деформированных до 5.0 (1), 4.0 (3) и 3.0% (4), а затем собранных на жесткой ( $k = 0$ ) трубе без технологического зазора, а также деформированных на 5.0% и собранных с технологическим зазором  $\Delta = 1.0$  (3) и 2.0% (5).

( $R = 2a$ ), продорнованных до  $\sim 5\%$  и нагретых в свободном состоянии до температуры, обеспечивающей восстановление диаметра до 4% (линия  $AB$  на рис. 5, а) и 3.0% (линия  $AC$  на рис. 5, а). После этого муфты надевали на жесткую ( $k = 0$ ) трубу и продолжали нагрев до 800 К с целью закрепления соединения. Как видно, в первом примере технологический зазор составлял 1.0%, а во втором — 2.0%. Диаграммы дорнования представлены на рис. 5, а.

Характер нарастания контактного давления, возникающего во время нагрева, демонстрируют кривые 3 (для  $\Delta = 1.0\%$ ) и 5 (для  $\Delta = 2.0\%$ ) на рис. 5, б. Для сравнения там же приведены кривые 2 и 4, полученные в термомеханическом соединении, собираемом без зазора ( $\Delta = 0$ ) для муфт, продорнованных на 4 (кривая 2) и 3% (кривая 4). Легко видеть, что контактное давление зависит практически лишь от величины той деформации, которая могла бы восстанавливаться после выборки зазора. Кривая 1 для удобства анализа показывает темп нарастания давления у муфты, продорнованной на 5% и собранной без технологического зазора. Из сравнения кривых 1, 3, 5 следует, что чем больше степень раздачи муфты в процессе дорнования, тем, естественно,

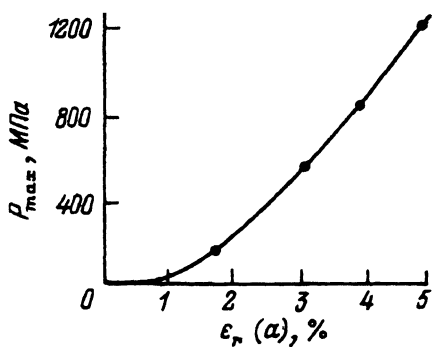


Рис. 6. Зависимость максимального контактного давления, достигаемого при нагреве муфты до 800 К при бесконечной жесткости трубы ( $k = 0$ ) и нулевом технологическом зазоре ( $\Delta = 0$ ) от величины радиальной деформации на внутренней поверхности муфты, получаемой во время дорнования.

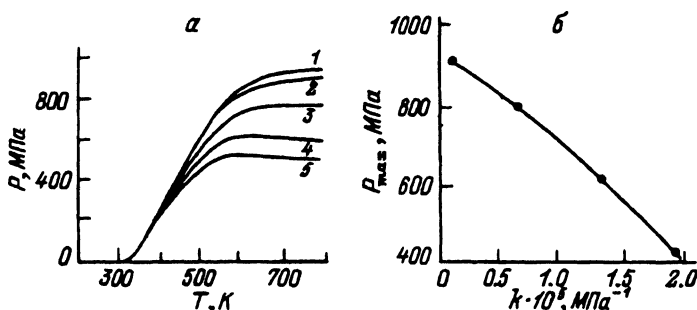


Рис. 7. Характер изменения контактного давления (а) при нагреве термомеханического соединения и зависимость максимальной величины давления от коэффициента  $k$  (б).

Жесткость труб,  $\text{MPa}^{-1}$ : 1 — 0, 2 — 0.13, 3 — 0.4, 4 — 13, 5 — 20.

больше и максимально достигаемое контактное давление. На рис. 6 показана зависимость максимального контактного давления от величины радиальной деформации, создаваемой на внутренней поверхности муфты при дорновании. Часто реализуемое на практике давление около 600 МПа достигается при деформации, близкой к 3%.

Естественно, что контактное давление зависит от жесткости  $k$  трубы, на которую насаживают муфту. Влияние этого параметра исследовали для муфты  $R = 2a$ , которую деформировали до 4%, а затем насаживали без технологического зазора на трубы с разной жесткостью и нагревали до 800 К. Зависимость создаваемого при этом контактного давления от температуры представлена на рис. 7, а. Видно, что чем жестче труба (меньше  $k$ ), тем большее достигается давление. Максимальная его величина  $P_{max}$  почти линейно снижается с увеличением  $k$  (рис. 7, б).

Из всего сказанного и [1-4] можно сделать вывод, что структурно-аналитическая теория даже в простейшем варианте ее реализации позволяет дать нетривиальный анализ эволюции напряженно-деформированного состояния в термомеханических соединениях с учетом конструктивных и технологических факторов.

Некоторые дополнительные сведения содержатся в цитированной литературе.



### Список литературы

- [1] Волков А.Е., Лизачев В.А., Слуцкер Ю.Ф. // Материалы XXVII Междунар. семинара "Актуальные проблемы прочности". Ухта, 1992. С. 31-36.
  - [2] Лизачев В.А., Пущаенко О.В. // Материалы XXX Межреспубликанского семинара "Актуальные проблемы прочности". Ч. II. Новгород, 1994. С. 128-135.
  - [3] Лизачев В.А., Пущаенко О.В. // Там же. С. 37-44.
  - [4] Лизачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности. СПб.: Наука, 1993. 471 с.
-