Импульсное и монохроматическое возбуждение полупроводниковых квантовых ям в условиях размерного квантования

© И.Г. Ланг[1], С.Т. Павлов[2]

[1] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия
[2] Физический институт им. П.Н. Лебедева, РАН,
Москва, Россия

E-mail: langirina@rambler.ru

(Поступила в Редакцию 9 ноября 2009 г.)

Вычислены коэффициенты отражения и поглощения света квантовыми ямами, ширина которых сравнима с длиной световой волны. Учитывается разность коэффициентов преломления веществ ямы и барьеров. Рассматривается импульсное облучение при произвольной форме возбуждающего импульса. Предполагается существование двух близко расположенных дискретных уровней возбуждения. Такая пара уровней может соответствовать двум магнетополяронным состояниям в квантующем магнитном поле, перпендикулярном плоскости ямы. Соотношение величин нерадиационного и радиационного затуханий электронных возбуждений произвольно. Окончательные результаты получены без использования приближения, в рамках которого кулоновское взаимодействие электронов и дырок считается пренебрежимо малым.

1. Введение

При монохроматическом или импульсном световом облучении квантовых ям в отраженной и прошедшей световых волнах появляются характерные особенности, по которым можно судить об электронном спектре и временах жизни возбужденных состояний [1–4]. Наиболее интересные результаты получаются в том случае, когда уровни энергии электронной системы дискретны. Это имеет место в квантующем магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости квантовой ямы, либо при учете экситонных состояний в нулевом магнитном поле.

Нас будет интересовать случай двух близко расположенных уровней возбуждений, поскольку при импульсном облучении возникает эффект осцилляций интенсивности отраженного и проходящего света на частотах, близких к разности энергий двух уровней [5]. Два близко расположенных уровня возникают, в частности, в случае магнетофононного резонанса [6], когда выполняется условие

$$\omega_{\mathrm{LO}} = j\omega_{e(h)H}, \tag{1}$$

где ω_{LO} — частота продольного оптического (LO) фонона, e — заряд электрона, $\omega_{e(h)H} = |e|H/cm_{e(h)}$ — циклотронная частота, $m_{e(h)}$ — эффективная масса электрона (дырки), H — магнитное поле. Число j может быть как целым, что соответствует „классическому" магнетополярону, так и дробным (ослабленный магнетополярон) [7,8].

В случае квантовой ямы высокого качества радиационное уширение γ_r линии поглощения света может быть сравнимо с нерадиационным уширением γ или превышать его. В такой ситуации нельзя ограничиться линейным по взаимодействию электрона с электромагнитным полем приближением, а необходимо учитывать все порядки этого взаимодействия [5,7,9–26]. Результаты большинства наших предыдущих работ (кроме [20,21,23–26]) справедливы для сравнительно узких квантовых ям, когда выполняется условие

$$kd \ll 1, \tag{2}$$

где k — модуль волнового вектора световой волны, d — ширина квантовой ямы. Расчеты показывают, что в случае узких ям от ширины ямы зависит только положение пиков отражения и поглощения, но не их высота и форма. Во всех работах, соответствующих условию (2), не учитывалась разница показателей преломления, соответствующих веществам ямы и барьеров. Одна из целей настоящей работы — доказать, что в случае узких ям показатель преломления ν, соответствующий веществу ямы, выпадает из окончательных результатов и остается только показатель ν_1, характеризующий барьеры.

Однако в случае достаточно широких квантовых ям, когда

$$kd \geq 1, \tag{3}$$

разность показателей ν и ν_1 необходимо учитывать, что следует из результатов упомянутых выше работ [20,21,23–26]. Подчеркнем, что ширина квантовой ямы d ограничена сверху требованием размерного квантования движения вдоль оси z.

Оценим роль кулоновского взаимодействия электронов и дырок. При вычислении волновых функций разделение переменных $\mathbf{r}_\perp$ и z возможно, если кулоновское взаимодействие слабо влияет на движение частиц в плоскости xy. Это происходит, если

$$a_{\mathrm{exc}}^2 \gg a_H^2, \tag{4}$$

где $a_{\mathrm{exc}} = \hbar^2\epsilon_0/\mu e^2$ — радиус экситона Ванье–Мотта в отсутствие магнитного поля, ϵ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость, μ — приведенная эффективная масса, $a_H = c\hbar/|e|H$ — магнитная длина. Используя параметры для GaAs из [27], получаем

$$a_{\text{exc}} = 146\,\text{Å}, \quad a_H^{\text{res}} = 57.2\,\text{Å}, \tag{5}$$

где a_H^{res} — соответствует резонансному магнитному полю $H_{\text{res}} = 20.2\,\text{T}$, удовлетворяющему условию (1) магнетополяронного резонанса для электрона при $j = 1$. Согласно (5), получаем $(a_H^{\text{res}}/a_{\text{exc}})^2 \cong 0.154$, т.е. условие (4) выполняется. Влияние кулоновского взаимодействия на движение электронов и дырок в плоскости xy рассматривалось в [28].

Для того чтобы можно было пренебречь кулоновскими силами при описании движения частиц вдоль оси z, требуется выполнение условия

$$a_{\text{exc}} > d. \tag{6}$$

Проверим совместимость условий (6) и (3). Например, для GaAs ширина запрещенной зоны $\hbar\omega_g \simeq 1.52\,\text{eV}$, частота возбуждающего света должна немного превышать эту величину. Частоте ω_g соответствует модуль $k = \omega_g \nu/c$ волнового вектора света, равный $k = 2.60 \cdot 10^5\,\text{cm}^{-1}$. Используя (5), преобразуем (6) к виду

$$kd < 0.38.$$

Для того чтобы распространить применимость теории на случай ям большой ширины, когда кулоновские силы могут влиять на движение электронов и дырок вдоль оси z, не будем конкретизировать вид „огибающей" волновой функции $\phi(z)$ экситона вплоть до получения окончательных результатов.

2. Возбуждающее поле

Рассматривается квантовая яма, ширина которой равна d. Диэлектрическая проницаемость внутри ямы $\varepsilon = \nu^2$, в барьерах $\varepsilon_1 = \nu_1^2$ (см. рисунок), где ν, ν_1 — коэффициенты преломления. Нормально к поверхности ямы (плоскости xy) вдоль оси z распространяется возбуждающая электромагнитная волна, которой соответствует электрическое поле

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{e}_l \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t - z\nu_1/c)} \mathscr{D}_0(\omega) + \text{c.c.}, \tag{7}$$

где E_0 — скалярная амплитуда, $\mathbf{e}_l$ — вектор поляризации, c — скорость света в вакууме. Функция $D_0(\omega)$ определяет форму возбуждающего импульса и может быть выбрана в виде [5,17–19,21]

$$\mathscr{D}_0(\omega) = \frac{i}{2\pi} \left[\frac{1}{\omega - \omega_l + i\gamma_{l1}/2} - \frac{1}{\omega - \omega_l - i\gamma_{l2}/2} \right].$$

При условии $\gamma_{l1} = \gamma_{l2} = \gamma_l$ импульс симметричен [5,18,19,21], при $\gamma_{l2} \to \infty$ несимметричен и имеет очень крутой фронт [16,17,19]. При $\gamma_l \to 0$ получаем

$$\mathscr{D}_0(\omega) = \delta(\omega - \omega_l),$$

что соответствует монохроматическому облучению.

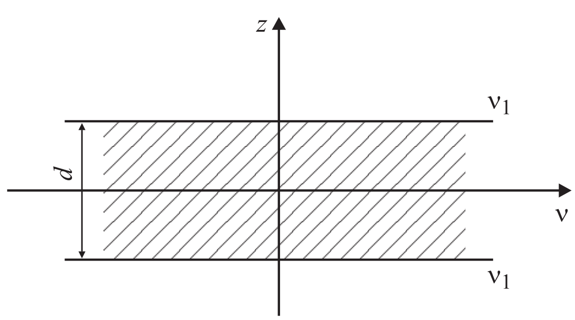

Схема полупроводниковой квантовой ямы.

3. Электронные возбуждения в квантовой яме

Квантовая яма находится в нулевом или квантующем магнитном поле, перпендикулярном ее поверхности. Температура близка к нулю. В теории существенны межзонные матричные элементы $\mathbf{p}_{cv}$ квазиимпульса, характеризующие переход электрона из валентной зоны в зону проводимости. Как и в предыдущих работах [5,7,16–22], будет использована следующая модель. Векторы $\mathbf{p}_{cv}$ для двух сортов экситонов с индексами I и II имеют вид

$$\mathbf{p}_{cv\text{I}} = p_{cv}(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}, \quad \mathbf{p}_{cv\text{II}} = p_{cv}(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}, \tag{8}$$

где $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ — орты вдоль осей x и y, p_{cv} — вещественная величина. Эта модель соответствует экситонам с участием тяжелых дырок в полупроводниках со структурой цинковой обманки, если ось z направлена вдоль оси четвертого порядка [29,30]. Результаты настоящей работы применимы также к экситонам $\Gamma_6 \times \Gamma_7$ с участием дырок из валентной зоны, отщепленной спин-орбитальным взаимодействием, при произвольном направлении оси z относительно кристаллографических осей [31].

Если использовать векторы круговой поляризации возбуждающего света

$$\mathbf{e}_l = (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2},$$

то выполняется свойство сохранения вектора поляризации

$$\sum_{\text{I,II}} \mathbf{p}_{cv}^* (\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}) = \sum_{\text{I,II}} \mathbf{p}_{cv} (\mathbf{e}_l \mathbf{p}_{cv}^*) = \mathbf{e}_l p_{cv}^2.$$

В теории существен вид волновой функции $F_\rho(\mathbf{r})$ электронного возбуждения при $\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_h = \mathbf{r}$ в приближении эффективных масс, где $\mathbf{r}_e(\mathbf{r}_h)$ — радиус-вектор электрона (дырки) [22]. Если возбуждение образовано парой магнетополярон–дырка, волновые функции содержат фононные компоненты [8,32]. В этом случае величина $F_\rho(\mathbf{r})$ определяется следующим образом: функцию слева умножаем на $\langle 0|$-фононный вакуум, и полагаем $\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_h = \mathbf{r}$. Такой способ действия обоснован тем, что при рождении экситона светом или световой аннигиляции экситона с участием магнетополярона существенно только то слагаемое в волновой функции полярона, которое не содержит фононов.

Предположим, что переменные $\mathbf{r}_\perp$ и z разделяются, т. е. можно записать

$$F_\rho(\mathbf{r}) = Q_\pi(\mathbf{r}_\perp)\phi_\chi(z). \tag{9}$$

Разделение переменных возможно, если кулоновское взаимодействие электронов и дырок слабо влияет на движение этих частиц в плоскости xy.

4. Плотность наведенного тока

Для того чтобы вычислить электрические поля слева и справа от квантовой ямы и поле внутри квантовой ямы, прежде всего необходимо вычислить плотность наведенного тока внутри ямы. Если использовать (8), то для средней наведенной плотности тока в квантовой яме получаем выражение [22]

$$j_{1\alpha} = \frac{ie}{8\pi^2}\sum_\rho \gamma^0_{r\pi}\phi_\chi(z)\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t}\int_{-d/2}^{d/2} dz'\phi_\chi(z')E_\alpha(z',\omega)$$
$$\times\left(\frac{1}{\omega-\omega_\rho+i\gamma_\rho/2}+\frac{1}{\omega+\omega_\rho+i\gamma_\rho/2}\right), \tag{10}$$

где ρ — индекс электронного возбуждения в квантовой яме (объединяющий индексы π и χ), $\hbar\omega_\rho$ — энергия возбуждения, отсчитанная от энергии основного состояния, γ_ρ — нерадиационное затухание.

Величина $\gamma^0_{r\pi}$ входит в качестве множителя в выражение для радиационного затухания. В [22,23] радиационное затухание определено как

$$\tilde{\gamma}_{r\rho} = \gamma_{r\pi}|R_\chi(\omega_\rho\nu/c)|^2, \tag{11}$$

где

$$\gamma_{r\pi} = \gamma^0_{r\pi}/\nu, \tag{12}$$

$$R_\chi(k) = \int_{-d/2}^{d/2} dz\phi_\chi(z)e^{-ikz}. \tag{13}$$

Величины $\gamma_{r\pi}$ для экситона, состоящего из магнетополярона и дырки, были вычислены в [7]. Для некоторых других возбуждений эти величины приведены в [22].

Формула (10) может быть получена из выражения (46) из [22], если учесть соотношение (12) и ограничить интегрирование по z' пределами от $-d/2$ до $d/2$, т. е. пренебречь туннельным проникновением электронных возбуждений в барьер (что, строго говоря, соответствует квантовой яме бесконечной глубины).

5. Уравнение для электрического поля внутри квантовой ямы

Используем соотношение

$$\mathbf{E}(z,t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}(z,t)}{\partial t}, \quad \varphi = 0,$$

где $\mathbf{A}(z,t)$ и φ — соответственно векторный и скалярный потенциалы. В случае модели (8) ток (10) является поперечным — нет компоненты вдоль z, наведенная плотность заряда равна нулю, отсюда следует условие $\varphi = 0$.

Исходим из уравнения для векторного потенциала (см., например, [33])

$$\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}(z,t). \tag{14}$$

Электрическое поле запишем в виде[1]

$$\mathbf{E}(z,t) = \frac{\mathbf{e}_l}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega E^{-i\omega t}\mathscr{E}(z,\omega) + \text{c.c.} \tag{15}$$

Тогда с помощью (10), (14) и (15) получаем уравнение

$$\frac{\partial^2\mathscr{E}(z,\omega)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2\nu^2}{c^2}\mathscr{E}(z,\omega) = \frac{\omega}{c}\sum_\rho \gamma^0_{r\pi}\phi_\chi(z)$$
$$\times\int_{-d/2}^{d/2} dz'\Phi_\chi(z')\mathscr{E}(z',\omega)\left(\frac{1}{\omega+\omega_\rho+i\gamma_\rho/2}+\frac{1}{\omega+\omega_\rho+i\gamma}\right). \tag{16}$$

6. Случай двух близко расположенных уровней. Электрическое поле внутри квантовой ямы

Ограничим сумму в (16) по номерам возбуждений двумя слагаемыми: $i = 1$ и 2. Это допустимо, если уровни 1 и 2 расположены достаточно близко друг к другу, а прочие уровни — далеко от них (на расстояниях $\Delta\omega$), так что

$$\gamma_{1(2)} \ll |\Delta\omega|, \quad \gamma_{r1(2)} \ll |\Delta\omega|.$$

Рассмотрим частный случай, когда функции $\phi_i(z)$ для двух возбуждений совпадают, т. е.

$$\phi_1(z) = \phi_2(z) = \phi(z). \tag{17}$$

К таким случаям относятся два близко расположенных уровня экситона, образовавшиеся в результате магнетополяронного эффекта [6–8]. При условии (17) уравнение (16) приобретает форму

$$\frac{\partial^2\mathscr{E}(z,\omega)}{dz^2} + k^2\mathscr{E}(z,\omega) = 2k_0\phi(z)M(\omega)\mathscr{B}(\omega), \tag{18}$$

[1] Разбиение правой части (15) на основной и сопряженный вклады проводим так, чтобы для возбуждающего поля получить выражение (26) (см. далее).

где введены обозначения

$$k = \frac{\omega\nu}{c}, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}, \quad M(\omega) = \int\limits_{-d/2}^{d/2} dz\,\phi_\chi(z)\mathscr{E}(z,\omega),$$

$$\mathscr{B}(\omega) = \sum_{i=1,2} \frac{\gamma_{ri}^0}{2}\left(\frac{1}{\omega-\omega_i+i\gamma_i/2} + \frac{1}{\omega+\omega_i+i\gamma_i/2}\right). \tag{19}$$

Согласно [34], решение уравнения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + k^2 y = f(z)$$

имеет вид

$$y = C_1 \cos kz + C_2 \sin kz + \frac{1}{k}\int\limits_{z_0}^{z} dz' f(z')\sin k(z-z'). \tag{20}$$

Используя (20), получаем, что Фурье-образ электрического поля внутри квантовой ямы равен

$$\mathscr{E}(z,\omega) = Ae^{ikz} + Be^{-ikz} - \frac{i}{\nu}\mathscr{F}_k(z)M(\omega)\mathscr{B}(\omega), \tag{21}$$

где введено обозначение

$$\mathscr{F}_k(z) = e^{ikz}\int\limits_{-d/2}^{z} dz'\phi(z')e^{-ikz'} + e^{-ikz}\int\limits_{z}^{d/2} dz'\phi(z')e^{ikz'}. \tag{22}$$

Умножим (21) на $\Phi(z)$ и проинтегрируем в пределах от $-d/2$ до $d/2$. Получим уравнение для величины $M(\omega)$, решение которого выглядит как

$$M(\omega) = \frac{AR^*(k) + BR(k)}{1 + (i/\nu)\mathscr{B}(\omega)J(k)}, \tag{23}$$

где

$$J(k) = \int\limits_{-d/2}^{d/2} dz\,\Phi(z)\mathscr{F}_k(z),$$

$R(k)$ определено в (13). Наконец, подставив (23) в (21), находим, что поле внутри квантовой ямы равно

$$\mathscr{E}(z,\omega) = Ae^{ikz} + Be^{-ikz} - \frac{i}{\nu}\mathscr{F}_k(z)\mathscr{B}(\omega) \times \frac{AR^*(k) + BR(k)}{1 + (i/\nu)\mathscr{B}(\omega)J(k)}, \tag{24}$$

где A и B — константы, которые надлежит определить, используя граничные условия на краях квантовой ямы.

7. Электрические поля слева, справа и внутри квантовой ямы

Очевидно, что электрическим полям слева и справа за пределами квантовой ямы соответствуют Фурье-компоненты

$$\mathscr{E}_{\text{left}}(z,\omega) = \mathscr{E}_0(z,\omega) + \Delta\mathscr{E}_{\text{left}}(z,\omega),$$

$$\Delta\mathscr{E}_{\text{left}}(z,\omega) = Le^{-ik_1 z}, \quad \mathscr{E}_{\text{right}}(z,\omega) = Re^{ik_1 z}, \tag{25}$$

где $k_1 = \omega\nu_1/c$, L и R — константы,

$$\mathscr{E}_0(z,\omega) = 2\pi E_0\mathscr{D}_0(\omega)e^{ik_1 z}. \tag{26}$$

На границах $z = -d/2$ и $z = d/2$ должны быть непрерывны магнитное поле и тангенциальная составляющая электрического поля. Поскольку в случае использования модели (8) продольные компоненты полей (вдоль оси z) отсутствуют, граничные условия можно записать в виде четырех уравнений:

$$\mathscr{E}_{\text{left}}(-d/2,\omega) = \mathscr{E}(-d/2,\omega),$$
$$\mathscr{E}_{\text{right}}(d/2,\omega) = \mathscr{E}(d/2,\omega),$$
$$\frac{d\mathscr{E}_{\text{left}}(z,\omega)}{dz}\Big|_{z=-d/2} = \frac{d\mathscr{E}(z,\omega)}{dz}\Big|_{z=-d/2},$$
$$\frac{d\mathscr{E}_{\text{right}}(z,\omega)}{dz}\Big|_{z=d/2} = \frac{d\mathscr{E}(z,\omega)}{dz}\Big|_{z=d/2}. \tag{27}$$

Подставив (24) и (25) в (27), решаем систему четырех уравнений относительно констант A, B, L и R. В итоге получаем окончательные выражения для Фурье-образов электрических полей

$$\mathscr{E}_{\text{left}}(z,\omega) = 2\pi E_0\mathscr{D}_0(\omega)e^{ik_1 z} + 2\pi E_0\mathscr{D}_0(\omega)e^{-ik_1 z}Z^{-1} \times e^{-ik_1 d}\big\{(1-e^{-i2kd})(\xi^2-1) - ig(\omega)\big[e^{-ikd}\big((\xi-1)^2 \times R^2(k) + (\xi+1)^2 R^{*2}(k)\big) + 2(\xi^2-1)|R(k)|^2\big]\big\}, \tag{28}$$

$$\mathscr{E}_{\text{right}}(z,\omega) = 2\pi E_0\mathscr{D}_0(\omega)e^{ik_1 z}Z^{-1}e^{-i(k+k_1)d} \times \xi[1 - ig(\omega)|R(k)|^2], \tag{29}$$

$$\mathscr{E}(z,\omega) = 4\pi E_0\mathscr{D}_0(\omega)Z^{-1}e^{-i(k+k_1)d/2}\big\{e^{ikz}\big[e^{-ikd}(\xi+1) + ig(\omega)(\xi-1)R^2(k) + e^{-ikz}(\xi-1)[1-ig(\omega)|R(k)|^2] - i\mathscr{F}_k(z)g(\omega)[e^{-ikd}(\xi+1)R^*(k) + (\xi-1)R(k)]\big]\big\}, \tag{30}$$

где введены обозначения

$$\xi = \nu/\nu_1, \quad g(\omega) = \sum_{i=1,2}\frac{(\gamma_{ri}^0/2\nu)L_i(\omega)}{1 + iJ(k)\sum_{i=1,2}(\gamma_{ri}^0/2\nu)L_i(\omega)}, \tag{31}$$

$$L_i(\omega) = \frac{1}{\omega-\omega_i+i\gamma_i/2} + \frac{1}{\omega+\omega_i+i\gamma_i/2}, \tag{32}$$

$$Z = e^{-2ikd}(\xi+1)^2 - (\xi-1)^2 + ig(\omega)\big\{e^{-ikd}(\xi^2-1) \times [R^2(k) + R^{*2}(k)] + 2(\xi-1)^2|R(k)|^2\big\}. \tag{33}$$

8. Предельный случай отсутствия электронных возбуждений

Положив
$$\gamma_{r1}^0 = \gamma_{r2}^0 = 0,$$
переходим к ситуации, когда свет, нормально падающий на поверхность плоскопараллельной пластинки, отражается от нее из-за разности коэффициентов преломления среды и пластины. Подчеркнем, что в этом случае нет ограничений на толщину d пластины по отношению к длине световой волны. С помощью (28)–(30) получаем следующие результаты для Фурье-образов электрических полей (ср. с формулами из [35]):

$$\mathscr{E}^0_{\text{left}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ik_1 z} + 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{-ik_1 z} \times Z_0^{-1} e^{ik_1 d}(1 - e^{-i2kd})(\xi^2 - 1), \quad (34)$$

$$\mathscr{E}^0_{\text{right}}(z,\omega) = 8\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ik_1 z} Z_0^{-1} \xi e^{-i(k+k_1)d}, \quad (35)$$

$$\mathscr{E}^0(z,\omega) = 4\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{-i(k+k_1)d/2} Z_0^{-1} \times \left[e^{ikz} e^{-ikd}(\xi+1) + e^{-ikz}(\xi-1)\right], \quad (36)$$

где
$$Z_0 = e^{-2ikd}(\xi+1)^2 - (\xi-1)^2.$$

Обратим внимание на то, что формулы (34)–(36) могут быть использованы для исследования прохождения и отражения световых импульсов от плоскости прозрачных диэлектрических пластин, если фунция $\mathscr{D}_0(\omega)$ описывает продолжительность и форму возбуждающего импульса.

9. Предельный случай равных коэффициентов преломления барьеров и квантовой ямы

В случае $\nu = \nu_1$ из (28)–(30) получаем результаты

$$\mathscr{E}^{\nu=\nu_1}_{\text{left}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ikz} - 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{-ikz} g(\omega) R^{*2}(k), \quad (37)$$

$$\mathscr{E}^{\nu=\nu_1}_{\text{right}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ikz} - 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ikz} g(\omega) |R(k)|^2, \quad (38)$$

$$\mathscr{E}^{\nu=\nu_1}(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega)[e^{ikz} - i\mathscr{F}_k(z) g(\omega) R^*(k)]. \quad (39)$$

Используя определение (31) функции $g(\omega)$, а также соотношение
$$J(k) = |R(k)|^2 + iq(k), \quad q(k=0) = 0,$$
из (37) и (38) получим
$$\mathscr{E}_{\text{left(right)}}(z,\omega) = \mathscr{E}_0(z,\omega) + \Delta\mathscr{E}_{\text{left(right)}}(z,\omega), \quad (40)$$

$$\Delta\mathscr{E}^{\nu=\nu_1}_{\text{left}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \widetilde{\mathscr{D}}_\nu(\omega) e^{-i(kz-\alpha)}, \quad (41)$$

$$\Delta\mathscr{E}^{\nu=\nu_1}_{\text{right}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \widetilde{\mathscr{D}}_\nu(\omega) e^{ikz}, \quad (42)$$

где
$$e^{i\alpha} = \frac{R^*(k)}{R(k)},$$

$$\widetilde{\mathscr{D}}_\nu(\omega) = -i\mathscr{D}_0(\omega) \times \frac{(\tilde\gamma_{r1}/2)L_1(\omega) + (\tilde\gamma_{r2}/2)L_2(\omega)}{1 + i[(\tilde\gamma_{r1}/2)L_1(\omega) + (\tilde\gamma_{r2}/2)L_2(\omega)] - \Delta_1 L_1(\omega) - \Delta_2 L_2(\omega)}, \quad (43)$$

$$\tilde\gamma_{ri} = \frac{\gamma_{ri}^0}{\nu}|R(k)|^2, \quad (44)$$

что совпадает с определением (11) в приближении $\omega = \omega_i$,
$$\Delta_i = \frac{\gamma_{ri}^0}{2\nu} q(k). \quad (45)$$

Заметим, что в выражении (32) для $L_i(\omega)$ следует пренебречь вторым членом (его учет был бы превышением точности), что оправдывает упомянутое приближение $\omega \simeq \omega_i$.

Чтобы выяснить физический смысл величин $\tilde\gamma_{ri}$ и Δ_i, перейдем к случаю одного уровня, для чего положим $\gamma_{r2}^0 = 0$. Пренебрегая нерезонансным членом из $L_1(\omega)$, получаем

$$\widetilde{\mathscr{D}}_{\nu 1}(\omega) = -i\mathscr{D}_0(\omega) \frac{\tilde\gamma_{r1}/2}{\omega - (\omega_1 + \Delta_1) + i(\gamma_1 + \tilde\gamma_{r1})/2}, \quad (46)$$

откуда ясно, что $\tilde\gamma_{r1}$ — радиационное время жизни, Δ_1 — поправка к энергии возбуждения. Однако если два уровня расположены достаточно близко друг к другу, они влияют друг на друга. Выражение (43) можно преобразовать к виду

$$\widetilde{\mathscr{D}}_\nu(\omega) = -i\mathscr{D}_0(\omega)\left(\frac{\hat\gamma_{r1}/2}{\omega - \Omega_1 + iG_1/2} + \frac{\hat\gamma_{r2}/2}{\omega - \Omega_2 + iG_2/2}\right), \quad (47)$$

где $\hat\gamma_{ri}$, Ω_i и G_i — „перенормированные“ величины.

В случае узких квантовых ям при условии $kd \ll 1$ имеем

$$R(k) \simeq \int_{-d/2}^{d/2} dz\,\phi(z) = C, \quad \mathscr{F}_k(z) \simeq C, \quad J(k) \simeq C^2,$$

$$q(k) \simeq 0, \quad \Delta_1 \simeq \Delta_2 \simeq 0, \quad \tilde\gamma_{ri} \simeq \frac{\gamma_{ri}^0}{\nu} C^2, \quad e^{i\alpha} = 1. \quad (48)$$

При условии $\nu = \nu_1$ для узких квантовых ям получаем из (43)

$$\widetilde{\mathscr{D}}_{n\nu}(\omega) = -i\mathscr{D}_0(\omega) \frac{C^2 \sum_{i=1,2}(\gamma_{ri}^0/2\nu)L_i}{1 + iC^2 \sum_{i=1,2}(\gamma_{ri}^0/2\nu)L_i}, \quad (49)$$

где индекс n соответствует узкой квантовой яме.

10. Узкая квантовая яма. Различные коэффициенты преломления в квантовой яме и барьерах

Используем соотношения (48) и полагаем

$$e^{-ikd} \simeq e^{-ik_1 d} \simeq 1.$$

Тогда из (28), (29) получаем

$$\mathscr{E}_{n\,\mathrm{left}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ik_1 z} - 2\pi i E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{-ik_1 z} \frac{g_n(\omega) C^2 \xi}{1 + i g_n(\omega) C^2(\xi - 1)}, \quad (50)$$

$$\mathscr{E}_n(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) \frac{1 - i g_n(\omega) C^2}{1 + i g_n(\omega) C^2(\xi - 1)} = \mathrm{const}, \quad (51)$$

$$\mathscr{E}_{n\,\mathrm{right}}(z,\omega) = 2\pi E_0 \mathscr{D}_0(\omega) e^{ik_1 z} \frac{1 - i g_n(\omega) C^2}{1 + i g_n(\omega) C^2(\xi - 1)}, \quad (52)$$

где

$$g_n(\omega) = \sum_{i=1,2} \frac{(\gamma_{ri}^0/2\nu) L_i}{1 + iC^2 \sum_{i=1,2} (\gamma_{ri}^0/2\nu) L_i}. \quad (53)$$

Подставив (53) в (50)–(52) и совершив элементарные преобразования, получим для полей слева и справа от квантовой ямы решение в виде (40), где

$$\Delta\mathscr{E}_{\mathrm{left}\,n}(z,\omega) = 2\pi E_0 \widetilde{\mathscr{D}}_{n\nu_1}(\omega) e^{-k_1 z}, \quad (54)$$

$$\Delta\mathscr{E}_{\mathrm{right}\,n}(z,\omega) = 2\pi E_0 \widetilde{\mathscr{D}}_{n\nu_1}(\omega) e^{ik_1 z}, \quad (55)$$

а для поля внутри ямы

$$\mathscr{E}_n(z,\omega) = \mathscr{E}_0(z=0,\omega) + 2\pi E_0 \widetilde{\mathscr{D}}_{n\nu_1}(\omega), \quad (56)$$

где

$$\widetilde{\mathscr{D}}_{n\nu_1}(\omega) = -i\mathscr{D}_0(\omega) C^2 \sum_{i=1,2} \frac{(\gamma_{ri}^0/2\nu_1) L_i}{1 + iC^2 \sum_{i=1,2} (\gamma_{ri}^0/2\nu_1) L_i}, \quad (57)$$

что отличается от результата (49) для узких квантовых ям при $\nu = \nu_1$ заменой ν на ν_1. Это означает, что при $\nu \neq \nu_1$ в случае узких квантовых ям ($kd \ll 1$) в выражение для радиационного затухания входит коэффициент ν_1 преломления барьеров, а коэффициент ν, характерный для самой квантовой ямы, вообще не фигурирует! Физический смысл этого результата понятен, поскольку при условии $kd \ll 1$ мы можем перейти к пределу бесконечно узкой квантовой ямы ($d \to 0$), когда вещество квантовой ямы вообще отсутствует, но сохраняется наведенный ток, соответствующий переходам с рождением экситонов.

Таким образом доказано, что результаты, полученные нами ранее для узких квантовых ям для случаев монохроматического и импульсного облучения [5,7,16–19], справедливы не только при условии $\nu = \nu_1$, но и при $\nu \neq \nu_1$, поскольку в формулы входит только коэффициент преломления барьеров.[2]

11. Коэффициенты отражения, прохождения и поглощения при импульсном облучении

Поток энергии $\mathbf{S}(p)$, где $p = t - z\nu_1/c$, соответствующий электрическому полю возбуждающего импульса, равен

$$\mathbf{S}(p) = \mathbf{e}_z \frac{c\nu_1}{4\pi} E_0^2(z,t) = \mathbf{e}_z S_0 P(p), \quad S_0 = \frac{c\nu_1}{2\pi} E_0^2. \quad (58)$$

Проходящий поток, т. е. поток справа от квантовой ямы, имеет вид

$$\mathbf{S}_{\mathrm{right}}(p) = \mathbf{e}_z \frac{c\nu_1}{4\pi} E_{\mathrm{right}}^2(z,t) = \mathbf{e}_z S_0 \mathscr{T}(p). \quad (59)$$

Для отраженного потока (слева от квантовой ямы) получаем

$$\mathbf{S}_{\mathrm{left}}(s) = -\mathbf{e}_z \frac{c\nu_1}{4\pi} \left(\Delta E_{\mathrm{left}}(z,t)\right)^2 = -\mathbf{e}_z S_0 \mathscr{R}(s), \quad (60)$$

где $s = t + z\nu_1/c$.

Безразмерные функции $\mathscr{T}(p)$ и $\mathscr{R}(s)$ определяют доли прошедшей и отраженной энергии возбуждающего импульса.

Поглощение в зависимости от времени определяется безразмерным коэффициентом

$$\mathscr{A}(t) = P(t) - \mathscr{T}(t) - \mathscr{R}(t), \quad (61)$$

если время прохождения импульса сквозь квантовую яму t мало по сравнению с продолжительностью импульса Δt (или, что то же самое, длина импульса вдоль оси z велика по сравнению с шириной ямы d). Проверим, что этот критерий выполняется для сравнительно широких квантовых ям и импульсов, длительность которых сравнима с величиной $\hbar/\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — расстояние между двумя поляронными уровнями. Выберем, согласно [5], $\Delta\omega = 0.0065$ eV, чему соответствует продолжительность импульса $\Delta t = \hbar/\Delta\omega = 0.1$ ps. Время прохождения импульса сквозь яму толщиной $d = 300$ Å $t \simeq d\nu/c = 10^{-4}\nu$ ps, т. е. условие $t \ll \Delta t$ выполняется и определение (61) применимо.

Заметим, что при импульсном облучении интегральное поглощение (проинтегрированное по времени от $t = -\infty$ до $t = \infty$) отсутствует, если нерадиационное затухание $\gamma = 0$. В случае монохроматического облучения коэффициенты $\mathscr{T}$, $\mathscr{R}$ и $\mathscr{A}$ являются константами и $\mathscr{A} = 0$ при $\gamma = 0$.

В работах [20,21,23–26] рассматриваются отражение и поглощение света в сравнительно широких квантовых

[2] В работе [26] рис. 3, a и 5 соответствуют случаю узких квантовых ям ($kd = 0$). Зависимость результатов от величины $\xi = \nu/\nu_1$ определяется только зависимостью таковых от коэффициента ν_1 при фиксированном ν.

ямах ($kd \geq 1$). Результаты в виде формул и графиков получены с использованием огибающих волновых функций $\phi_\chi(z)$ без учета кулоновского взаимодействия электронов и дырок. В настоящей работе вычисления доведены до окончательных формул без конкретизации вида огибающих волновых функций с учетом разности коэффициентов преломления ν ямы и ν_1 барьеров.

Список литературы

[1] H. Stolz. Time resolved light scattering from exitons. Springer Tracts in Modern Physics. Springer, Berlin (1994).
[2] J. Stah. Ultrafast spectroscopy of semiconductors and semiconductor nanostructures. Springer, Berlin (1996).
[3] H.Hang, S.W. Koch. Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors. World Scientific, Singapore (1993).
[4] Л.Е. Воробьев, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов,В.А. Шалыгин. Оптические свойства наноструктур. Наука, СПб (2001).
[5] D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov, L.I. Korovin, I.G. Lang. Phys. Rev. B **62**, 16 815 (2000); cond-mat/0002229.
[6] E.J. Johnson, D.M. Larsen. Phys. Rev. Lett. **16**, 655 (1966).
[7] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **44**, 2084 (2002); cond-mat/0001248.
[8] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **47**, 1704 (2005); cond-mat/0411692.
[9] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Solid State Commun. **77**, 641 (1991).
[10] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 2388 (1991).
[11] Е.Л. Ивченко, А.В. Кавокин. ФТТ **34**, *6*, 1815 (1992).
[12] L.C. Andreani. Confined electrons and photons / Eds. E. Burstein, C. Weisbuch. Plenum Press, N.Y. (1995).
[13] F. Tassone, F. Bassani, L.C. Andreani. Phys. Rev. B **45**, *11*, 6023 (1992).
[14] L.C. Andreani, G. Pansarini, A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova. Phys. Rev. B **57**, 4670 (1998).
[15] I.G. Lang, V.I. Belitsky, M. Cardona. Phys. Status Solidi A **164**, 307 (1997).
[16] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Phys. Lett. A **245**, *3–4*, 329 (1998).
[17] I.G. Lang, V.I. Belitsky. Solid State Commun. **107**, *10*, 577 (1998).
[18] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **42**, 2230 (2000); cond-mat/0006364.
[19] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **43**, 1117 (2001); cond-mat/0004178.
[20] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **43**, 2091 (2001); cond-mat/0104262.
[21] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **44**, 1681 (2002); cond-mat/0203390.
[22] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **46**, 1706 (2004); cond-mat/0311180.
[23] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **48**, 1693 (2006); cond-mat/0403519; S.T. Pavlov, I.G. Lang, L.I. Korovin. Proc. XII Int. Symp. „Nanostructures: science and technology-2004“. Ioffe Institute, St. Petersburg (2004). P. 284.
[24] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ФТТ **48**, 2208 (2006); cond-mat/0605650.
[25] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ФТТ **49**, 1893 (2007); cond-mat/07041697.
[26] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ФТТ **50**, 328 (2008).
[27] A. Garsia-Cristobal, A. Cantarero, C. Trallero-Giner. Phys. Rev. B **49**, 13 430 (1994).
[28] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **78**, *3*, 1167 (1980).
[29] J.M. Luttinger, W. Kohn. Phys. Rev. **97**, 869 (1955).
[30] И.М. Цидильковский. Зонная структура полупроводников. Наука, М. (1978).
[31] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ЖЭТФ **133**, 1169 (2008); cond-mat/0703051.
[32] I.G. Lang, V.I. Belitsky, A. Cantarero, L.I. Korovin, S.T. Pavlov, M. Cardona. Phys. Rev. B **54**, *24*, 17 768 (1996).
[33] И.Е. Тамм. Основы теории электричества. Наука, М. (1966). С. 439.
[34] В.И. Смирнов. Курс высшей математики. М. (1974). Т. II. С. 85.
[35] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). С. 412.