

05;12

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМЕ ПРОВОДНИКОВ, ФОРМИРУЕМОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

© С.Д.Гилев,¹ Т.Ю.Мизайлова²

¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия.

²Новосибирский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия.
(Поступило в Редакцию 5 июня 1995 г.)

В связи с проблемой экспериментального исследования переходов диэлектрик-металл в ударной волне решена задача о структуре тока в системе проводников, одним из которых является металлическая полоса, а второй формируется при движении ударной волны по веществу, испытывающему переход в проводящее состояние при сжатии. В области параметров, соответствующих переходу вещества диэлектрик-металл, электромагнитная картина в системе сильно нестационарна. Существенная зависимость поля от времени на границе раздела областей позволяет использовать результаты анализа для восстановления проводимости ударно-сжатого вещества в рамках решения обратной задачи.

Ударное сжатие конденсированных веществ приводит к изменению электрофизических свойств материалов [1,2]. Известны различные переходы веществ по характеру изменения электропроводности в ударных волнах (УВ): диэлектрик-металл, металл-металл, металл-диэлектрик. Распространение УВ в магнитном поле сопровождается возникновением индукционных токов, распространяющихся в глубь материала вместе с движущейся УВ.

В [3] рассмотрена простейшая задача о токовой "волне", индуцированной ударным переходом вещества из непроводящего состояния в проводящее в магнитном поле. Показано, что в процессе движения УВ распределение тока в проводящем слое вещества меняется от равномерного (малые времена) до классического режима диффузии в проводящем полупространстве (большие времена) с плавным переходом между режимами в диапазоне промежуточных времен. Разработанный в [3] общий метод может быть применен для исследования электромагнитных процессов в представляющих практический интерес системах проводников, формируемых УВ.

Целью настоящей работы является исследование электромагнитных процессов в системе, состоящей из проводника и вещества, приобретающего проводимость под действием УВ.

Конфигурация из проводника (шунт) и исследуемого вещества (образец) используется на протяжении нескольких десятков лет для измерения проводимости конденсированных веществ в УВ [4-11]. Как впервые указано в [4], шунт и образец должны располагаться максимально близко, с тем чтобы свести к минимуму паразитные индуктивности измерительной ячейки и соответственно улучшить ее временное разрешение. В [4-6] шунт размещался вне зоны действия УВ, в [8,9] — непосредственно вблизи образца, сжимаясь вместе с ним в УВ, в [10] шунт накладывался на исследуемый образец. Такое расположение элементов измерительной ячейки позволяет предельно уменьшить время релаксации токов в цепи шунт-образец. В известном методе [1,2,4-10] измерения проводятся в состоянии электромагнитного равновесия, что обуславливает применимость электротехнического приближения (токи распределены по толщине шунта и образца равномерно в каждой области). Условие электромагнитного равновесия не выполняется для переходов диэлектрик-металл в УВ. Это не позволяет использовать классический метод для измерения высокой проводимости, соответствующей обычным металлам. Возможность проведения измерений в условиях электромагнитной нестационарности можно выяснить на основе анализа электромагнитных процессов, сопровождающих движение УВ в измерительной ячейке.

Рассмотрим задачу о электромагнитных процессах в системе проводник-вещество, приобретающее проводимость под действием УВ (в дальнейшем система проводник-вещество). В начальный момент времени из проводника в вещество входит плоская УВ, которая стационарно распространяется вдоль оси x . Под действием УВ вещество приобретает проводимость. Рассматриваем одномерную задачу. Пусть x_0 — толщина проводника, σ_1 — его электропроводность, σ_2 — электропроводность вещества в сжатом состоянии, D — скорость фронта УВ, U — массовая скорость вещества за фронтом. В начальный момент времени по проводнику течет равномерно распределенный ток. Общий ток в системе остается неизменным. Скорость фронта УВ пренебрежимо мала по сравнению со скоростью света. Вещество является немагнитным. Ударный фронт не имеет толщины, не переносит токов и зарядов. Проводимость вещества изменяется мгновенно за фронтом УВ и в дальнейшем от времени не зависит. Задача состоит в нахождении распределения тока в системе при движении УВ.

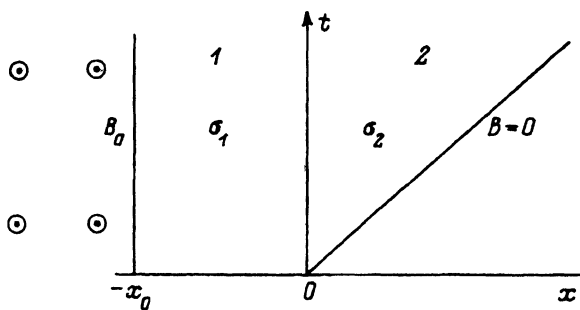


Рис. 1.

Удобно использовать систему отсчета t, x , связанную с границей раздела проводник-вещество (рис. 1). В квазистационарном приближении задача описывается следующей системой уравнений

$$\frac{\partial B_1}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0 \sigma_1} \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0 \sigma_2} \frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2} = 0, \quad (2)$$

$$B_1(-x_0, t) = B_0, \quad (3)$$

$$B_2((D - U)t, t) = 0, \quad (4)$$

$$B_1(x, 0) = -B_0 \frac{x}{x_0}, \quad (5)$$

$$B_1(0, t) = B_2(0, t), \quad (6)$$

$$\frac{1}{\sigma_1} \frac{\partial B_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\sigma_2} \frac{\partial B_2}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (7)$$

Здесь (1), (2) — уравнения магнитной диффузии для двух областей (1 — проводник ($-x_0 \leq x \leq 0$), 2 — вещество ($0 \leq x \leq (D - U)t$)). Значения магнитного поля на границах системы задаются соотношениями (3), (4). Полный ток в системе постоянен, поэтому величина B_0 является константой. Условие отсутствия тока на фронте УВ приводит к непрерывности магнитного поля на фронте (4). Уравнение (5) задает равномерное распределение тока в проводнике в начальный момент времени. Соотношения (6) и (7) выражают непрерывность магнитного и электрического полей на границе раздела проводник-вещество.

Без потери общности положим $B_0 = 1$. Решение в области вещества ищем в виде [3]

$$B_2(x, t) = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_2}{\pi t}} \exp\left(-\frac{x^2 \mu_0 \sigma_2}{4t}\right) \times \\ \times \int_0^\infty b_2(\eta) \operatorname{sh} \frac{\eta[t(D - U) - x] \mu_0 \sigma_2}{2t} \exp\left(-\frac{\eta^2 \mu_0 \sigma_2}{4t}\right) d\eta. \quad (8)$$

Здесь $b_2(\eta)$ — неизвестная функция, которую найдем из условия согласования решений на границе раздела областей. Значения магнитного поля и его производной на границе проводник-вещество могут быть получены из (8) как функции времени. Лапласовские образы этих функций есть

$$L[B_2(0, t)] = \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_2}{p}} F_1(\sqrt{p \mu_0 \sigma_2}), \quad L\left[\frac{\partial B_2}{\partial x} \Big|_{x=0}\right] = \mu_0 \sigma_2 F_2(\sqrt{p \mu_0 \sigma_2}). \quad (9)$$

Здесь использованы обозначения для лапласовских образов $F_1(p) = L[f_1(\eta)]$, $F_2(p) = L[f_2(\eta)]$, где

$$f_1(\eta) = b_2(\eta) \operatorname{sh} \frac{(D - U) \mu_0 \sigma_2 \eta}{2}, \quad f_2(\eta) = b_2(\eta) \operatorname{ch} \frac{(D - U) \mu_0 \sigma_2 \eta}{2}.$$

Рассмотрим задачу в области проводника. Осуществляя над (1) преобразование Лапласа, получим

$$p\hat{B}_1 + \frac{x}{x_0} - \frac{1}{\mu_0\sigma_1} \frac{d^2\hat{B}_1}{dx^2} = 0, \quad (10)$$

где $\hat{B}_1(x, p) = L[B_1(x, t)]$.

Найдем решение дифференциального уравнения (10). Постоянные интегрирования определим из условия сшивки магнитного и электрического полей (6), (7) и формул (9). Решение для образца $\hat{B}_1(x, p)$ имеет вид

$$\hat{B}_1(x, p) = -\frac{x}{x_0 p} + \sqrt{\frac{\mu_0\sigma_2}{p}} F_1(\sqrt{p\mu_0\sigma_2}) \operatorname{ch}(\sqrt{p\mu_0\sigma_1}x) + \left[\mu_0\sigma_1 F_2(\sqrt{p\mu_0\sigma_2}) + \frac{1}{x_0 p} \right] \frac{1}{\sqrt{p\mu_0\sigma_1}} \operatorname{sh}(\sqrt{p\mu_0\sigma_1}x). \quad (11)$$

Потребуем выполнения граничного условия (3), т. е. $\hat{B}_1(-x_0, p) = 1/p$. Получаем из (11) функциональное уравнение

$$\left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} F_2(p) + \frac{1}{x_0 p^2} \right] \left[1 - \exp\left(-2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}x_0 p\right) \right] = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} F_1(p) \left[1 + \exp\left(-2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}x_0 p\right) \right]. \quad (12)$$

Выполняя обратное преобразование Лапласа над (12), получим

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \left[f_2(\eta) - f_2\left(\eta - 2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}x_0\right) \right] + \psi(\eta) = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \left[f_1(\eta) + f_1\left(\eta - 2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}x_0\right) \right], \quad (13)$$

где

$$\psi(\eta) = \begin{cases} \frac{\eta}{x_0}, & 0 \leq \eta \leq 2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}x_0, \\ 2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}, & \eta \geq 2\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}x_0. \end{cases}$$

Из (13) можно найти искомую функцию $b_2(\eta)$. Опуская промежуточные выкладки, приведем конечный результат. Решение задачи имеет наиболее прозрачный физический смысл при использовании переменных

$$\varphi = \frac{x}{(D-U)t}, \quad R = \mu_0\sigma_2(D-U)^2t, \quad s = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}, \quad \tau = \frac{t}{\mu_0\sigma_1x_0^2}, \quad \xi = \frac{x}{x_0}.$$

Здесь φ — безразмерная координата в сжатом веществе (на фронте УВ $\varphi = 1$); R — безразмерный параметр, определяющий электромагнитные процессы в веществе (отношение времени диффузии в проводящем слое вещества к времени движения УВ по слою); s — отношение проводимостей вещества и проводника; τ — время наблюдения, отнесенное к времени диффузии поля из проводника; ξ — координата, отнесенная к толщине проводника.

Решение для области вещества имеет вид

$$B_2(x, t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\varphi^2 R}{4}\right) \int_0^{\infty} f(\eta) \operatorname{sh}\left[(1-\varphi)\sqrt{R}\eta\right] \exp(-\eta^2) d\eta, \quad (14)$$

$$f(\eta) = \frac{g(\eta)}{\operatorname{ch}(\sqrt{R}\eta) + \sqrt{s} \operatorname{sh}(\sqrt{R}\eta)}, \quad (15)$$

$$g(\eta) = 2\sqrt{\tau}s\eta, \quad 0 \leq \eta \leq \frac{1}{\sqrt{\tau}}, \quad (16)$$

$$g\left(\eta + \frac{1}{\sqrt{\tau}}\right) = \frac{1 - \sqrt{s} \operatorname{th}(\sqrt{R}\eta)}{1 + \sqrt{s} \operatorname{th}(\sqrt{R}\eta)} g(\eta) + 2\sqrt{s}. \quad (17)$$

Найдем решение в области проводника. Из (11) и (12) получим выражение для лапласовского образа в виде

$$\hat{B}_1(x, p) = -\frac{x}{x_0 p} + \sqrt{\frac{\mu_0 \sigma_2}{p}} \frac{\operatorname{sh}[\sqrt{p\mu_0 \sigma_1}(x+x_0)]}{\operatorname{sh}[\sqrt{p\mu_0 \sigma_1}x_0]} F_1\left(\sqrt{p\mu_0 \sigma_2}\right).$$

Нахождение оригинала функции $\hat{B}_1(x, p)$ встречает определенные технические затруднения. Их удалось преодолеть, применив формулу

$$V(\sqrt{p})W(\sqrt{p}) = L\left[\frac{1}{2\pi^{1/2}t^{3/2}} \int_0^{\infty} v(\eta) d\eta \int_0^{\infty} (\eta + \mu) \exp\left(-\frac{(\eta + \mu)^2}{4t}\right) w(\mu) d\mu\right],$$

где $V(p) = L[v(t)]$, $W(p) = L[w(t)]$.

Опуская детали, приведем результат для области проводника

$$B_1(x, t) = -\xi + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{g(\eta)}{\operatorname{cth}(\sqrt{R}\eta) + \sqrt{s}} G(\xi, \tau, \eta) d\eta, \quad (18)$$

$$G(\xi, \tau, \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{4\tau}[-\xi + 2n + 2\sqrt{\tau}\eta]^2\right\} - \exp\left\{-\frac{1}{4\tau}[\xi + 2(n+1) + 2\sqrt{\tau}\eta]^2\right\}. \quad (19)$$

Выражения (14)–(19) полностью решают поставленную задачу. Как видно из (14)–(17), решение для области вещества зависит от безразмерных параметров φ , R , s , τ . Решение для области вещества зависит от параметров ξ , R , s , τ .

Вспомогательная функция $g(\eta)$ определяется рекуррентным соотношением (17) на основании ее значения на первом интервале переменной интегрирования (16). Длина интервала зависит от соотношения времени наблюдения и времени диффузии поля из проводника. Как нетрудно видеть из (17), функция $g(\eta)$ имеет предел

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} g(\eta) = 1 + \sqrt{s}.$$

Это облеглаетпрактическое использование формул (14)–(17).

Решение (14)–(19) зависит от управляющих параметров в нерав-ной степени. Безразмерное время τ входит существенно лишь в дли-ну интервала, определяющего рекуррентное равенство. Значение же функции $g(\eta)$ на границе первого интервала и предельное значение при $\eta \rightarrow \infty$ от τ не зависят. При $\tau \rightarrow \infty$ длина интервала стремится к ну-лю, а сама функция $g(\eta)$ постоянна и не зависит от τ . Таким образом, для $\tau \rightarrow \infty$ и произвольного R задача описывается тремя параметра-ми φ , R , s . Физически это означает, что распределение поля в области проводника равновесно.

Рассмотрим случай большого времени наблюдения. Если $t \rightarrow \infty$, то $\tau \rightarrow \infty$, $R \gg 1$ одновременно. Решение в области вещества можно представить в виде

$$B_2(x, t) \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\varphi^2 R}{4}\right) \int_0^\infty \frac{\text{sh}[(1-\varphi)\sqrt{R}\eta]}{\text{sh}(\sqrt{R}\eta)} \exp(-\eta^2) d\eta,$$

что является решением задачи без проводника для постоянного тока в проводящей области [3]. Магнитное поле в веществе определяется только двумя безразмерными параметрами φ , R . Поле в области про-водника постоянно, параметры проводника не влияют на поле в веще-стве. Таким образом, для большого времени имеем задачу об одной линейно растущей проводящей области.

На рис. 2 показаны распределения плотности тока $j = -\partial B/\partial \xi$ в системе проводник–вещество. В качестве параметров задачи при-няты $\text{Re}_m = \mu_0 \sigma_1 D x_0$ — магнитное число Рейнольдса проводника, $\theta = tD/x_0$ — время наблюдения, отнесенное к времени распростра-нения УВ по проводнику, $s = \sigma_2/\sigma_1$, $\xi = x/x_0$, U/D . Хотя число пара-метров здесь больше, чем в решении (14)–(19), использование их удобно, так как время наблюдения t и проводимость вещества σ_2 входят в па-раметры раздельно и только один раз.

Распределение плотности тока (рис. 2) показано при значениях па-раметров $s = 0.5$, $U/D = 0.5$, $\text{Re}_m = 1$ (а), 10 (б) в разных фазах движе-ния УВ (безразмерное время $\theta = 2, 4, 6, 8, 10$). Плоскость $\xi = 0$ является границей раздела проводник–вещество, область $-1 \leq \xi \leq 0$ соответ-ствует проводнику.

Анализ полученного решения (14)–(19) вместе с зависимостями плотности тока на рис. 2 позволяет прийти к ряду выводов.

При $\tau \gg 1$ электромагнитное состояние проводника равновесно. При $R \gg 1$ электромагнитное состояние вещества равновесно. Система целиком равновесна при выполнении условия на время наблюдения $\mu_0 \sigma_1 x_0^2 \ll t \ll 1/\mu_0 \sigma_2 (D - U)^2$. Это соотношение определяет область применимости электротехнического приближения. В зависимости от соотношения между величинами неравенство может выполняться, да-вая определенную область времени t , или не выполняться. В послед-нем случае измерение проводимости вещества классической техникой невозможно.

Движение УВ приводит к перетеканию тока между областями. Плотность тока на границе раздела проводник–вещество претерпевает скачок, определяемый отношением проводимостей областей.

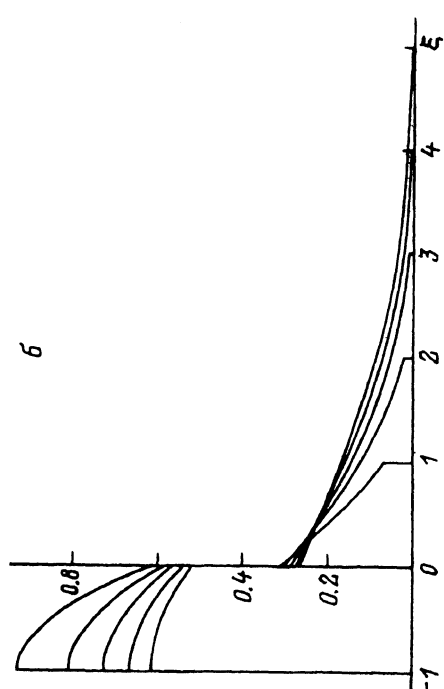
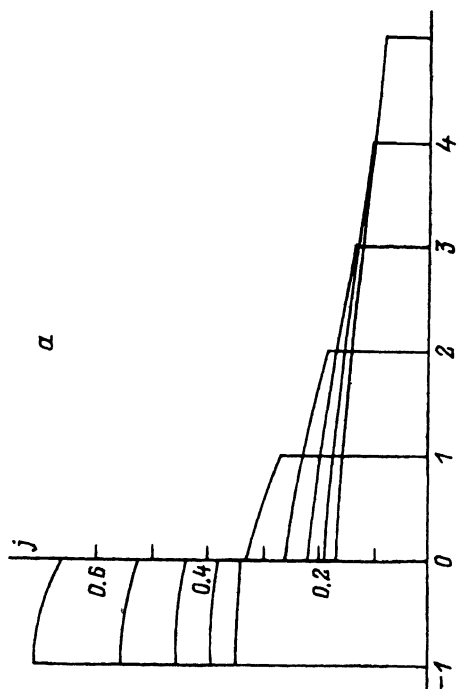


Рис. 2.

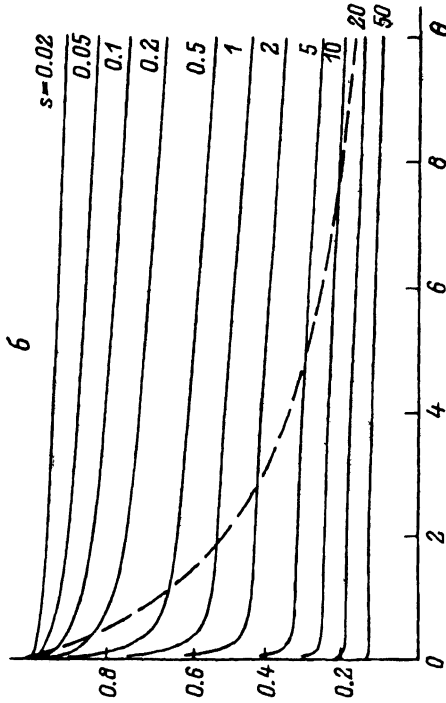
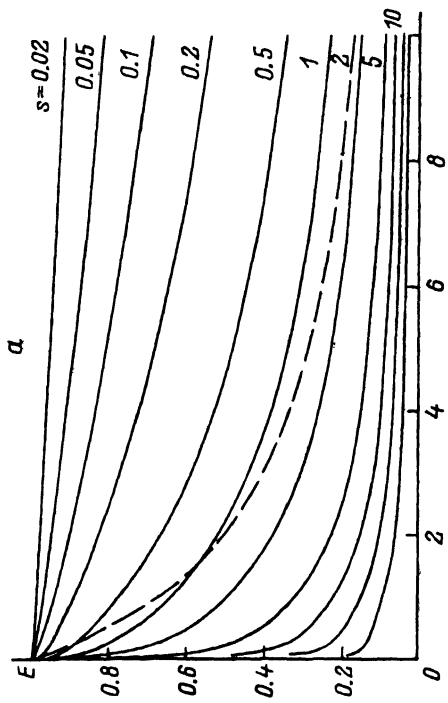


Рис. 3.

Вариация магнитного числа Рейнольдса проводника приводит к следующим изменениям электромагнитной картины (при постоянстве остальных параметров). При $Re_m \ll 1$ ток однороден в пределах области. Распределение тока между областями и изменение со временем могут быть описаны электротехнической моделью. При $Re_m \approx 1$ проявляется нестационарность электромагнитной картины в системе. Плотность тока уменьшается при возрастании пространственной координаты. Ток не успевает равномерно растечься по проводнику и непрерывно растущей проводящей области вещества. При $Re_m \gg 1$ поведение системы существенно нестационарно. В начальные фазы движения УВ плотность тока в проводнике интенсивно меняется вблизи границы раздела областей, оставаясь практически неизменной на поверхности проводника $\xi = -1$. В дальнейшем вследствие диффузии в проводнике устанавливается почти равномерное распределение тока. В области вещества плотность тока сильно варьируется, на фронте УВ j близко к нулю. Фронт УВ и "волна" тока пространственно разделены. Явление отрыва фронта УВ от "волны" тока, отмеченное в [3], имеет место исследуемой системы при $R \gg 1$. Основная часть тока в веществе течет вблизи поверхности раздела $\xi = 0$, медленно диффундируя в толщу проводящего материала. Физически эта ситуация близка к диффузии тока с поверхности в проводящее полупространство.

В связи с проблемой измерения проводимости представляет интерес зависимость от времени электрического поля на границе системы, к которой может быть подключен регистрирующий прибор (осциллограф). Как ясно из рис. 2, электромагнитное состояние на границе проводник-вещество наиболее чувствительно к движению УВ. Именно здесь рационально располагать измерительные электроды. На рис. 3 приведены временные развертки электрического поля на границе проводник-вещество $E(\theta)$: $U/D = 0.5$, $Re_m = 1(a)$, $10(b)$. Значения параметра s варьировались в пределах $0.02-50$, зависимости показаны сплошными линиями. Штриховые линии — зависимость, соответствующая электромагнитному равновесию в системе для $s = 1$. Электротехническая модель дает зависимость напряжения от времени $V(t)/V_0 = 1/(\sigma_2(D - U)t/\sigma_1 x_0 + 1)$. Отклонение штриховой линии от соответствующих сплошных кривых на рис. 3 указывает на неприменимость электротехнической модели в данной области управляющих параметров. Характер найденных зависимостей $E(\theta)$ отличается от равновесных зависимостей $E_e(\theta)$: при малых временах кривая $E(\theta)$ испытывает резкое понижение, при больших — изменение $E(\theta)$ со временем более слабое, чем $E_e(\theta)$. Такое поведение может быть объяснено с помощью распределений $j(\xi)$ (рис. 2). При малых временах к проводнику подключается проводящая область, скорость диффузии тока в области вещества вблизи плоскости $\xi = 0$ максимальна, а подкачка тока с далеких слоев проводника опаздывает, в результате плотность тока и электрическое поле быстро уменьшаются. По мере движения УВ распределение плотности тока в веществе становится неоднородным, при больших временах фронт УВ отрывается от "волны" тока. Изменение плотности тока и электрического поля носят характер диффузии в обширное проводящее пространство, что приводит к медленным изменениям электрического поля при $\xi = 0$. При больших s на зависимостях $E(\theta)$ можно выделить область существенного изменения наклона графика. После резкого уменьшения электрического поля далее наблюдается почти постоянный его уровень, что соответствует отрыву фронта УВ от "волны" тока.

Из рис. 3 видно, что в условиях сильной электромагнитной нестационарности поведение электрического поля на границе раздела проводник-вещество существенно зависит от значения s . Этот факт служит обоснованием возможности измерения проводимости вещества в области сильной нестационарности электромагнитных процессов в измерительной ячейке, характерной для переходов диэлектрик-металл. При проведении эксперимента известными являются параметры Re_m , U/D , неизвестно s . Сопоставлением экспериментальной зависимости напряжения от времени в заданной точке системы и серии расчетных зависимостей электрического поля для разных s может быть найдена проводимость вещества. Такой метод снимает ограничения классической техники измерений ^[1,2] на величину проводимости, временное разрешение и дает возможность экспериментально исследовать металлизацию вещества в УВ. Таким образом, нахождение проводимости вещества сводится к решению задачи, обратной к сформулированной проблеме диффузии магнитного поля. Найденное аналитическое решение является основой создания эффективных пропедевтических решений обратных задач диффузии поля и определения проводимости вещества при переходах диэлектрик-металл в УВ.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом № 94-02-04022 Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

- [1] *Styris D.L., Duvall G.E.* // High Temp.-High Pres. 1970. Vol. 2. N 5. P. 477-499.
- [2] *Килер Р.* // Физика высоких плотностей энергии. М.: Наука, 1974. С. 120-143.
- [3] *Гилев С.Д., Михайлова Т.Ю.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 5. С. 1-9.
- [4] *Бриш А.А., Тарасов М.С., Цукерман В.А.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. Вып. 6. С. 1543-1550.
- [5] *Бриш А.А., Тарасов М.С., Цукерман В.А.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. Вып. 1. С. 22-25.
- [6] *Кулешова Л.В.* // ФТТ. 1969. Т. 11. Вып. 5. С. 1085-1091.
- [7] *Якушев В.В.* // ФГВ. 1978. № 2. С. 3-19.
- [8] *Набатов С.С., Дремин А.Н., Постнов В.И. и др.* // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 3. С. 143-145.
- [9] *Набатов С.С., Дремин А.Н., Постнов В.И. и др.* // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 29. Вып. 7. С. 407-410.
- [10] *Гилев С.Д., Трубочев А.М.* // ПМТФ. 1988. № 6. С. 61-67.
- [11] *Биченков Е.И., Гилев С.Д., Трубочев А.М.* // ПМТФ. 1989. № 2. С. 132-145.