

01;10

СЛИППИНГ-НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ПРИ КОМБИНИРОВАННОЙ ФОКУСИРОВКЕ

© М.Г.Никулин, А.В.Шаталов

Московский радиотехнический институт РАН,
113519 Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 13 июля 1995 г.)

Проведено исследование слиппинг-неустойчивости сплошного релятивистского электронного пучка, инжектируемого с эквипотенциального катода и распространяющегося в цилиндрической камере дрейфа в условиях комбинированной фокусировки внешним продольным и собственным азимутальным магнитными полями, а также радиальным электрическим полем ионного канала. Показано, что с увеличением релятивистского фактора электронов γ максимальный инкремент неустойчивости убывает пропорционально $\gamma^{-5/2}$, а область неустойчивости смещается в сторону положительных (отрицательных) значений продольного волнового числа при положительных (отрицательных) азимутальных числах. При этом в область неустойчивости попадают возмущения с нулевым спиральным углом, которые при определенных условиях могут стать наиболее быстрорастущими. С увеличением степени зарядовой компенсации пучка f область неустойчивости сужается, а максимальный инкремент падает пропорционально $1-f$ и при полной компенсации заряда, когда исчезает радиальный градиент продольной скорости пучка, неустойчивость не возбуждается.

Введение

Релятивистские электронные пучки (РЭП) находят в последнее время многочисленные приложения в современных технологиях и фундаментальных физических исследованиях. В связи с этим интенсивно развиваются новые методы получения, в частности, в ускорениях таких пучков. Одновременно активно изучаются вопросы обеспечения устойчивости РЭП в трактах ускорения и транспортировки.

Важной особенностью релятивистских электронных пучков является их способность к фокусировке собственным азимутальным магнитным полем. При транспортировке РЭП в вакууме в продольном магнитном поле самофокусировка пучка позволяет увеличить его ток при заданном внешнем поле или уменьшить магнитное поле при фиксированном токе. Релятивистское увеличение массы частиц приводит к снижению инкрементов неустойчивости РЭП.

Для поперечной фокусировки релятивистского электронного пучка может использоваться также плазменный канал, созданный самим пучком или внешним источником. При распространении пучка по такому каналу легкие плазменные электроны выталкиваются отрицательным пространственным зарядом части пучка, а оставшиеся на месте значительно более тяжелые положительно заряженные ионы обеспечивают транспортировку РЭП в так называемом “режиме ионной фокусировки” [1].

Существенные преимущества ионной фокусировки по сравнению с традиционной для ускорителей фокусировкой продольным магнитным полем состоят в меньшей чувствительности фокусирующей силы, соответственно пропорциональной $1/\sqrt{\gamma}$ и $1/\gamma$, к релятивистский фактору частиц γ , а также в отсутствии в этом случае слиппинг-неустойчивости [2-4] и неустойчивости обрыва импульса [5]. Кроме того, ионная фокусировка принципиально дает возможность транспортировки релятивистских электронных пучков на значительные расстояния, технически недостижимые при магнитной фокусировке, требующей создания сильного магнитного поля в больших объемах. Если, однако, за время прохождения пучка по каналу в режиме ионной фокусировки ионы успевают прийти в движение, то возможно развитие ионной шланговой неустойчивости [6], приводящей на нелинейной стадии к значительному отклонению и уширению пучка.

Особый интерес представляет комбинированная магнитно-электростатическая фокусировка РЭП, при которой пучок удерживается в поперечном направлении внешним продольным и собственным азимутальным магнитными полями и одновременно радиальным электрическим полем ионного канала. В этом случае можно уменьшить индукцию магнитного поля и/или увеличить ток пучка. Кроме того, продольное магнитное поле должно ослаблять ионную шланговую неустойчивость РЭП, а ионный канал — неустойчивость обрыва импульса и слиппинг-неустойчивость РЭП.

Слиппинг-неустойчивость является одной из возможных неустойчивостей электронного пучка, распространяющегося в вакуумном или в ионном канале во внешнем продольном магнитном поле [2-4]. Она относится к неустойчивости конвективного типа и обусловлена широм (неоднородностью радиального распределения) продольной скорости электронов, возникающим, например, за счет электростатического потенциала нескомпенсированного заряда пучка. На нелинейной стадии этой неустойчивости возможно появление в пучке стационарных дипольных и мультипольных вихревых структур [7,8]. В случае раскачки дипольной моды пучок как целое отклоняется от оси, что может послужить затравкой для неустойчивости обрыва импульса или ионной шланговой неустойчивости. Нарастание мелкомасштабных поперечных мод может изменить микроструктуру пучка и увеличить его эмиттанс.

Слиппинг-неустойчивость сплошного релятивистского электронного пучка в необходимом для этого случая непотенциальном приближении рассматривалась в разных вариантах в работах [9-11]. Так в [9] исследовалась неустойчивость пучка в вакуумном канале в пренебрежении собственным магнитным полем и вращением электронов в равновесии. В [10] учитывалась частичная зарядовая компенсация пучка, его

равновесное вращение и собственное магнитное поле. Однако найденный в этой работе пространственный инкремент не обращается в нуль в предельном случае полной компенсации заряда пучка, когда отсутствует шир продольной скорости, чего не должно быть по определению слиппинг-неустойчивости. В работе [11] путем лоренц-преобразования, известного из [12] нерелятивистского дисперсионного уравнения для гировихревой неустойчивости, получено выражение для инкремента слиппинг-неустойчивости РЭП и рассмотрен частный случай ультра-релятивистского пучка в вакууме с нерелятивистским широм скорости.

В предлагаемой работе проведено исследование слиппинг-неустойчивости РЭП в случае комбинированной фокусировки внешним продольным магнитным полем и радиальным электрическим полем ионного канала при учете самофокусировки и вращения пучка. Для этого используется прямой метод решения исходных уравнений гидродинамики заряженной жидкости и уравнений для потенциалов электромагнитного поля в лабораторной системе координат, что, конечно, усложняет выкладки по сравнению с использованным в [11] методом перехода в сопутствующую пучку систему, но позволяет лучше выявить роль отдельных эффектов. Некоторые результаты настоящей работы в сжатом виде были представлены ранее в [13,14].

Равновесное состояние

Рассматривается сплошной релятивистский электронный пучок, инжектируемый с эквипотенциального катода и дрейфующий в металлическом круглом волноводе радиуса a вдоль оси z цилиндрической системы координат r, φ, z . Пучок характеризуется релятивистским фактором $\gamma_0(r)$, имеет однородную плотность n_0 и плотностью заполняет поперечное сечение волновода. Удержание пучка в равновесии осуществляется однородным внешним продольным магнитным полем $B_{0z}e_z$, азимутальным магнитным полем $B_{0\varphi}e_\varphi$ тока I пучка и радиальным электрическим полем $E_{0r}e_r$ однородного ионного фона с плотностью $n_i = fn_0$, где f — постоянная по сечению степень компенсации заряда пучка.

При исследовании равновесия и устойчивости пучка будем пользоваться уравнениями гидродинамики электронной жидкости с полями скорости $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ и плотности $n(\mathbf{r}, t)$ и уравнениями для скалярного $\varphi(\mathbf{r}, t)$ и векторного $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ потенциалов электромагнитного поля, подчиняющихся калибровке Лоренца, в виде

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{P} + \text{grad } H = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } n\mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 4\pi en(1 - f), \quad (3)$$

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{4\pi e}{c} n\mathbf{v}. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{P} = \gamma m \mathbf{v} - (e/c)\mathbf{A}$ и $H = \gamma c^2 - e\varphi$ — релятивистский канонический импульс и полная энергия электрона, имеющего заряд $-e$ и массу покоя m ; c — скорость света. Движение ионной компоненты рассматривать не будем, считая его медленным из-за массивности ионов.

Равновесные характеристики пучка и электромагнитного поля, отмечаемые, как и выше, индексом 0, определим из уравнений (1)–(4), сохраняя в них только производные по r , поскольку в равновесии пучок стационарен и однороден по φ и z . Для упрощения задачи потребуем выполнения неравенств

$$\varepsilon = \frac{\gamma_0 \omega_b^2}{\omega_c^2} \ll 1, \quad (5)$$

$$\mu = \frac{\omega_b^2 a^2}{4\gamma_0 c^2} = \frac{I}{I_A} \ll 1, \quad \gamma_0^2 \beta_0^2, \quad (6)$$

$$\varepsilon \mu \ll \gamma_0^{-2}, \quad (7)$$

где $\omega_b^2 = 4\pi n_0 e^2/m$, $\omega_c = eB_{0z}/mc$; $I_A = mc^3 \gamma_0 \beta_0/e$ — ток Альфвена, $\beta_0 = v_0/c$, $\beta_0 = |\beta_0|$.

Условие (5) сильной замагниченности пучка позволяет пренебречь центробежным разлетом электронов, условия (6) относительной слаботочности пучка дают возможность считать радиальную неоднородность γ_0 , v_{0z} и $\omega_e = v_{0\varphi}/r$ незначительной, неравенство (7) позволяет пренебречь собственным продольным магнитным полем пучка, а также вкладом вращения пучка в полную энергию электронов. При этом

$$\beta_{0\varphi}^2 \ll 1 - \beta_{0z}^2 = \gamma_{0z}^{-2} \simeq \gamma_0^{-2}. \quad (8)$$

Отметим, что параметры ε и μ обычно возникают естественным путем при описании динамики РЭП во внешнем и собственном магнитных полях соответственно.

Учитывая, что в силу эквипотенциальности катода в пространстве дрейфа выполняется равенство

$$\partial H_0 / \partial r = 0, \quad (9)$$

из уравнения (1) получаем условие равновесия пучка в виде

$$\omega_v = \kappa v_0, \quad (10)$$

где $\omega_v = \text{rot } \mathbf{P}_0/m$ — частота вихря, κ — неизвестная пока функция r .

Соответствующая (10) пара скалярных уравнений имеет вид

$$\omega_{c\varphi} - (\gamma_0 v_{0z})' = \kappa \omega_e r, \quad (11)$$

$$\omega_{cz} + 2\gamma_0 \omega_e + r(\gamma_0 \omega_e)' = \kappa v_{0z}, \quad (12)$$

где $\omega_c = -eB_0/mc$, а штрих означает производную по радиусу.

Релятивистский фактор γ_0 определяется строго из уравнений (3), (9) с учетом однородности плотности n_0 и равен

$$\gamma_0 = \gamma_{00} \left[1 + (1-f)\mu \frac{r^2}{a^2} \right], \quad \gamma_{00} = \gamma_0(0). \quad (13)$$

Отсюда находим в первом приближении по μ продольную скорость частиц

$$v_{0z} = v_{00} \left[1 + \frac{(1-f)\mu}{\gamma_0^2 \beta_0^2} \frac{r^2}{a^2} \right], \quad v_{00} = v_{0z}(0) \quad (14)$$

и далее используя уравнение (4), получаем выражение для собственного азимутального магнитного поля пучка, которое затем дает

$$\omega_{c\varphi} = \frac{\beta_{0z} \omega_b^2 r}{2c}. \quad (15)$$

Из уравнений (11), (12) определяем теперь равновесную угловую скорость пучка ω_e и коэффициент κ

$$\omega_e = (1 - \beta_{0z}^2 - f) \frac{\omega_b^2}{2\omega_c}, \quad \kappa = \frac{\omega_{cz} + 2\gamma_0 \omega_e}{v_{0z}}. \quad (16)$$

Выпишем также важные для дальнейшего выражения для радиальных градиентов продольной и угловой скоростей пучка (в безразмерной форме)

$$\frac{av'_{0z}}{c} = 2\mu \frac{(1-f)r}{\gamma_0^2 \beta_0} \frac{r}{a}, \quad \frac{a^2 \omega'_e}{c} = 4\mu \sqrt{\epsilon} \mu \frac{(1-f)r}{\gamma_0^2} \frac{r}{a}. \quad (17)$$

Отметим, что рассматриваемые градиенты малы и обращаются в нуль при полной компенсации заряда пучка.

Дисперсионное уравнение

Исследуем устойчивость найденного выше равновесного состояния относительно малых спиральных в общем случае возмущений вида $u = u_1(r) \exp i(l\varphi + k_z z - \omega t)$, где l и k_z — азимутальное и аксиальное волновые числа, ω — циклическая частота возмущения. Система уравнений (1)–(4) после линеаризации и громоздких преобразований принимает вид

$$\square \varphi_1 = 4\pi e n_1, \quad (18)$$

$$\square A_{1r} - \frac{1}{r^2} [A_{1r} + 2ilA_{1\varphi}] = \frac{4\pi e}{c} n_0 v_{1r}, \quad (19)$$

$$\square A_{1\varphi} - \frac{1}{r^2} [A_{1\varphi} - 2ilA_{1r}] = \frac{4\pi e}{c} [n_0 v_{1\varphi} + n_1 v_{0\varphi}], \quad (20)$$

$$\square A_{1z} = \frac{4\pi e}{c} [n_0 v_{1z} + n_1 v_{0z}], \quad (21)$$

$$\mathbf{v}_1 = -\frac{\gamma_0}{\Omega^2} \left[i\gamma_0 \omega_d \mathbf{a}_1 + \boldsymbol{\omega}_g \times \mathbf{a}_{1r} + \boldsymbol{\omega}_v \times \mathbf{a}_{1r} + \frac{(\boldsymbol{\omega}_v \mathbf{a}_1) \boldsymbol{\omega}_g}{i\gamma_0 \omega_d} \right], \quad (22)$$

$$n_1 = -\frac{\gamma_0 n_0}{\Omega^2} \left[i\gamma_0 \mathbf{k} + \frac{\mathbf{k} \times \boldsymbol{\omega}_v}{\omega_d} + \frac{(\boldsymbol{\omega}_g \mathbf{k}) \boldsymbol{\omega}_v}{i\gamma_0 \omega_d^2} \right] \mathbf{a}_1 + \frac{n_0}{i\omega_d} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \left[\frac{\gamma_0}{\Omega^2} (i\gamma_0 \omega_d \mathbf{a}_1 + \boldsymbol{\omega}_g \times \mathbf{a}_{1r}) \mathbf{e}_r \right]. \quad (23)$$

Здесь введены частота возмущения со сдвигом по Допплеру $\omega_d = \omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0$, гировектор $\omega_g = \omega_c + 2\gamma_0\omega_e$, ускорение электрона в возмущенных полях

$$\mathbf{a}_1 = -\frac{e}{\gamma_0 m} [\mathbf{G}_1 - \beta_0(\beta_0 \mathbf{G}_1)], \quad (24)$$

$$\mathbf{G}_1 = -\left[\Phi'_1 + \frac{r\omega'_e}{c} A_{1\varphi} + \beta'_{0z} A_{1z} \right] \mathbf{e}_r - ik\Phi_1 + \frac{i\omega_d}{c} A_1, \quad (25)$$

обобщенный потенциал $\Phi_1 = \varphi_1 - \beta_0 A_1$, тангенциальный волновой вектор возмущения $\mathbf{k} = k_\varphi \mathbf{e}_\varphi + k_z \mathbf{e}_z$, $k_\varphi = l/r$, $\Omega^2 = \omega_v \omega_g - \gamma_0^2 \omega_d^2$, оператор

$$\square = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{l^2}{r^2} - k_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2};$$

индексы τ и r отмечают соответственно тангенциальную и радиальную компоненты вектора \mathbf{a}_1 .

Уравнения (18)–(23) образуют замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка для потенциалов Φ_1 и A_1 . В дальнейшем ограничимся исследованием устойчивости в окрестности черенковского резонанса $\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 = 0$, считая, что

$$|\omega_d| \ll \omega \simeq |\mathbf{k}\mathbf{v}_0|, \quad (26)$$

и оставляя в правых частях уравнений (18)–(21) только члены, содержащие резонансные знаменатели ω_d и ω_d^2 , дающие наибольший вклад в возмущения зарядов и токов. Проанализируем в связи с этим уравнения (18)–(23).

Наибольший вклад в возмущение электростатического потенциала φ_1 за счет знаменателя ω_d^2 дает слагаемое в n_1 , пропорциональное $\omega_g \mathbf{k}(\omega, \mathbf{a}_1)$, содержащее одновременно гирочастоту ω_g и частоту вихря ω_v . Непотенциальность вносит наибольший вклад через A_{1z} благодаря аксиальному току $-n_1 e v_{0z}$, переносящему возмущение плотности со скоростью v_{0z} . Вклад поперечных компонент A_{1r} , $A_{1\varphi}$ векторного потенциала относительно невелик, так как пропорциональная ω_d^{-2} составляющая азимутального тока $-n_1 e v_{0\varphi}$ мала по сравнению с $-n_1 e v_{0z}$ в отношении $v_{0\varphi}/v_{0z} \ll 1$, а радиальный ток $-n_0 e v_{1r}$ не имеет резонансных слагаемых. При этом в обобщенном потенциале $\Phi_1 = \varphi_1 - \beta_0 A_1$ вкладом азимутальной компоненты $A_{1\varphi}$ векторного потенциала, входящей в Φ_1 с малым множителем $\beta_{0\varphi}$, вообще можно пренебречь.

Комбинируя теперь (18) и (21) с учетом равенства (10), после некоторых преобразований получаем уравнение

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{l^2}{r^2} - k_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right] \Phi_1 = \frac{\omega_b^2}{\gamma_0^2 \omega_d} \left\{ \frac{(\gamma_0 \mathbf{k}\mathbf{v}_0)'}{\Omega^2} \frac{d}{dr} \Phi_1 + \right. \\ \left. + \frac{\omega_g \mathbf{k}}{\gamma_0^3 \omega_g \mathbf{v}_0} \left[\beta_0 \mathbf{A}_1 - \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}_0}{\omega_d} \Phi_1 \right] + \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r}{\Omega^2} [\mathbf{k} \times \omega_g] \mathbf{e}_r + \frac{\gamma_0 \mathbf{k}\mathbf{v}_0}{c^2} \right] \Phi_1 \right\}, \quad (27)$$

в котором отброшены малые по критериям (5)–(7) поправки, а также члены нулевого и более высокого порядков по ω_d . Проведем упрощение полученного уравнения. Прежде всего во втором члене в фигурных

скобок справа в силу неравенства (26) пренебрежем слагаемым $\beta_0 \mathbf{A}_1$, не превышающем, очевидно, по порядку величины Φ_1 . Далее оценим остальные слагаемые в фигурных скобках правой части, не содержащие резонансного знаменателя. При этом получаем

$$\frac{(\gamma_0 \mathbf{k} \mathbf{v}_0)'}{\Omega^2} \sim \frac{\varepsilon \omega a}{\gamma_0 v_0^2}, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r}{\Omega^2} (\mathbf{k} \times \boldsymbol{\omega}_g) \mathbf{e}_r \sim \frac{\varepsilon \omega}{\gamma_0 c^2}, \quad \frac{\gamma_0 \mathbf{k} \mathbf{v}_0}{c^2} \sim \frac{\gamma_0 \omega}{c^2}.$$

С учетом этих оценок, предполагая дополнительно, что

$$\varepsilon k_r a \ll \gamma_0^2 \beta_0^2, \quad (28)$$

где k_r^{-1} — характерный размер возмущения по r , в правой части уравнения (27) можно пренебречь слагаемыми содержащими производные по радиусу. При этом (27) превращается в уравнение для обобщенного потенциала Φ_1 , которое удобно представить в виде

$$\frac{d^2 \Phi_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Phi_1}{dr} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 + \frac{\omega_b^2 \mathbf{k} \mathbf{v}_0}{c^2 \gamma_0 \omega_d} \left(\frac{c^2 \boldsymbol{\omega}_g \mathbf{k}}{\gamma_0^4 \omega_d \boldsymbol{\omega}_g \mathbf{v}_0} - 1 \right) - \frac{l^2}{r^2} \right] \Phi_1 = 0. \quad (29)$$

Здесь слагаемые в квадратных скобках, за исключением последнего, в силу условий (5)–(7) слабо зависят от радиальной координаты r . Уравнение (29) в таком случае можно считать уравнением Бесселя. Его решения, ограниченные на оси $r = 0$, записываются в виде

$$\Phi_1(r) = A J_l(k_\perp r), \quad (30)$$

где A — произвольная постоянная, J_l — функция Бесселя первого рода порядка l , постоянная k_\perp , представляющая собой поперечное волновое число, определяется равенством

$$k_\perp^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_z^2 + \frac{\omega_b^2 \mathbf{k} \mathbf{v}_0}{c^2 \gamma_0 \omega_d} \left[\frac{c^2 \boldsymbol{\omega}_g \mathbf{k}}{\gamma_0^4 \omega_d \boldsymbol{\omega}_g \mathbf{v}_0} - 1 \right]. \quad (31)$$

Условие обращения в нуль радиальной составляющей скорости электронов v_{1r} на стенке камеры дрейфа в принятом приближении сводится к условию $\Phi_1(a) = 0$, из которого следует уравнение

$$k_\perp^2 a^2 = \nu_{ln}^2, \quad (32)$$

где ν_{ln} — n -й нуль функции Бесселя J_l .

При условии, что пространственно-временные характеристики возмущения удовлетворяют неравенству

$$|\omega^2 - k_z^2 c^2| \ll \nu_{ln}^2 c^2 / a^2, \quad (33)$$

из (31), (32) получается дисперсионное уравнение задачи

$$\omega_d^2 + \frac{4\mu \mathbf{k} \mathbf{v}_0}{\nu_{ln}^2} \left[\omega_d - \frac{c^2 \boldsymbol{\omega}_g \mathbf{k}}{\gamma_0^4 \omega_g \mathbf{v}_0} \right] = 0, \quad (34)$$

определяющее волновые свойства системы и ее устойчивость.

Решение дисперсионного уравнения (34) имеет вид

$$\omega_{d1,2} = -\frac{2\mu}{\nu_{ln}^2} \mathbf{k}\mathbf{v}_0 \pm \frac{2\sqrt{\mu}}{\nu_{ln}} \left[\frac{c^2 \omega_g \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{v}_0)}{\gamma_0^4 \omega_g \mathbf{v}_0} + \frac{\mu}{\nu_{ln}^2} (\mathbf{k}\mathbf{v}_0)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (35)$$

Поскольку $|\omega_g \mathbf{k} / \omega_g \mathbf{v}_0| \sim |\mathbf{k}\mathbf{v}_0 / \mathbf{v}_0^2|$, то второй член в квадратных скобках мал по сравнению с первым, если

$$\mu \ll \nu_{ln}^2 / \gamma_0^4 \beta_0^2. \quad (36)$$

Считая это ограничение выполненным, запишем решение дисперсионного уравнения с учетом равенства (10) в виде

$$\omega_{d1,2} = -\frac{2\mu}{\nu_{ln}^2} \mathbf{k}\mathbf{v}_0 \pm \frac{2\sqrt{\mu}c}{\gamma_0^2 \nu_{ln}} \left[\frac{\omega_g \mathbf{k}(\mathbf{k}\omega_v)}{\omega_g \omega_v} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (37)$$

Это уравнение минимальной сложности, содержащее основные черты исследуемой неустойчивости. Оно близко по форме аналогичному уравнению из работы [8], однако получено с учетом непотенциальности, релятивизма, самофокусировки и зарядовой компенсации пучка (в рамках ограничений, налагаемых неравенствами (5)–(7), (28), (36) и условиям (10)), что привело, естественно, к ряду отличий от прототипа. Так, первое слагаемое справа в (37) обусловлено непотенциальностью возмущений и представляет реальную часть частоты возмущения в системе отсчета пучка. Второе слагаемое справа, как и в нерелятивистском потенциальном случае, связано с возмущением плотности заряда и при отрицательном значении подкоренного выражения дает мнимую часть доплеровской частоты ω_d , а следовательно, инкремент неустойчивости системы. Учет релятивистских эффектов и непотенциальности приводит к появлению в этом слагаемом соответственно множителей $\gamma_0 \sqrt{\gamma_0}$ и γ_0 в знаменателе, т.е. к снижению инкремента неустойчивости, а учет самофокусировки — к появлению азимутальной компоненты у вектора ω_g и, значит, к расширению области существования неустойчивости. Частичная компенсация заряда пучка изменяет скорость вращения пучка и радиальные градиенты обеих компонент равновесной скорости, что также должно сказаться на инкременте. Действительно, так как $\omega_g \omega_v > 0$, то для неустойчивости необходимо, чтобы проекции волнового вектора \mathbf{k} на гировектор ω_g и частоту вихря ω_v были разного знака. Это возможно только в том случае, если ω_g и ω_v , равно как и параллельная ω_v , в силу условия (10) скорость \mathbf{v}_0 не лежат на одной прямой. Пучок для этого должен вращаться ($\omega_{v\varphi} = \kappa_{0\varphi} \neq 0$) и/или иметь достаточно сильное собственное азимутальное магнитное поле ($\omega_{g\varphi} \neq 0$). В любом случае, однако, неустойчивость отсутствует при полной компенсации заряда пучка ($f = 1$), когда нет “провисания” потенциала ($\varphi'_0 = 0$) и связанного с ним радиального градиента продольной скорости ($v'_{0z} = 0$). Это следует из того, что векторы ω_g и ω_v связаны соотношением

$$\omega_g = \omega_v + \gamma_0^3 v'_{0z} \left[\mathbf{e}_\varphi + \sqrt{\varepsilon\mu} \beta_{0z} (1 - \beta_{0z}^2 + f) \mathbf{e}_z \right], \quad (38)$$

и при $v'_{0z} = 0$, когда $\omega_g = \omega_v$, уравнение (37) не имеет мнимых корней.

Для действительных значений волнового числа k_z решение дисперсионного уравнения (37) относительно частоты ω имеет вид

$$\omega_{1,2} = k_z v_{0z} + l\omega_e \pm \frac{2\sqrt{\mu}c}{\gamma_0^2 \nu_{ln}} \left\{ [k_z - \beta_0^2 k_0] [k_z + (1 - \beta_0^2 - f)k_0] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (39)$$

где $k_0 = l\omega_b^2/2\omega_c v_{0z}$, опущен малый в лабораторной системе сдвиг частоты порядка $\mu\omega$ и с учетом условия (8) стоит β_0^2 вместо $\beta_0^2 \omega$.

Неустойчивость ($\text{Im } \omega = \omega_1 > 0$) имеет место в интервале

$$-(1 - \beta_0^2 - f)k_0 < k_z < \beta_0^2 k_0 \quad (40)$$

шириной $\Delta k_z = (1 - f)k_0$, где для определенности считается $l > 0$. Максимальный временной инкремент достигается в середине интервала (40) при $k_{zm} = -\frac{1}{2}(1 - 2\beta_0^2 - f)k_0$ и равен

$$\omega_{im} \frac{\sqrt{\gamma_0} l \omega_b a v'_{0z}}{2\nu_{ln} \omega_c r} = \frac{(1 - f)}{\gamma_0^{5/2}} \omega_0, \quad (41)$$

где $\omega_0 = l a \omega_b^3 / 4 \nu_{ln} \omega_c v_{0z}$.

Отметим, что выражение максимального инкремента через v'_{0z} совпадает с полученным в [9] и отличается от найденного в [11] выражения инкремента для произвольного значения γ_0 наличием множителя $la/\nu_{ln}r$. В то же время в нашем случае область неустойчивости по k_z расширяется по сравнению с работой [9] за счет собственного магнитного поля пучка и, в частности, может содержать возмущения с нулевым спиральным углом ($k_z = 0$), исключенные в [9]. Положив формально $\beta_0^2 = 0$ в (40) и $\gamma_0 = 1$, $f = 1$ в (41), получим известные результаты для нерелятивистского пучка в вакууме [12] в пренебрежении магнитным полем пучка.

Решение уравнения (37) относительно $k_z v_{0z}$ для действительных значений ω имеет вид

$$(k_z v_{0z})_{1,2} = \omega - l\omega_e \mp \frac{2\sqrt{\mu}}{\gamma_0^2 \beta_0 \nu_{ln}} \left\{ \omega \left[\omega - \beta_0^2 k_0 v_{0z} + l\omega_e \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (42)$$

где снова опущена поправка порядка $\mu\omega$.

Неустойчивость ($\text{Im } k_z = k_1 < 0$) развивается в интервале

$$0 < \omega < (1 - f)k_0 v_{0z} \quad (43)$$

шириной $\Delta\omega = \Delta k_z v_{0z}$ с максимальным пространственным инкрементом

$$k_{im} = \omega_{im}/v_{0z} \quad (44)$$

на частоте $\omega_m = \frac{1}{a}(1 - f)k_0 v_{0z}$. Из условия $k_{im}L \geq 1$ можно оценить пороговый ток I_c в системе длиной L :

$$I_c = \frac{mc^3}{e} \gamma_0^{5/3} \beta_0^{7/3} \left[\frac{\nu_{ln} a^2 \omega_c}{2l(1 - f)Lc} \right]^{2/3}. \quad (45)$$

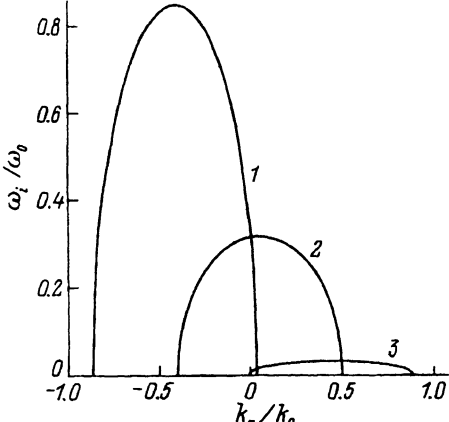


Рис. 1. Инкремент неустойчивости ω_i в зависимости от волнового числа k_z при $f = 0.1$ и различных значениях γ_0 .

1 — 1.02, 2 — 1.41, 3 — 3.

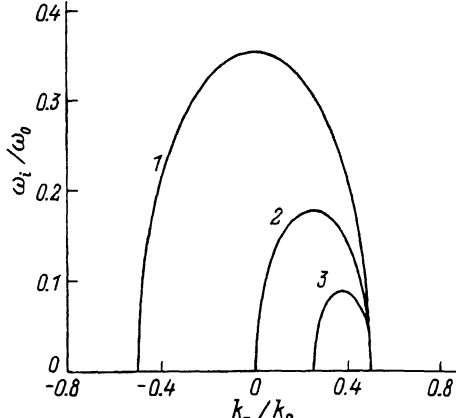


Рис. 2. Инкремент неустойчивости ω_i в зависимости от волнового числа k_z при $\gamma = 1.41$ и различных значениях f .

1 — 0, 2 — 0.5, 3 — 0.75.

Поведение временного инкремента неустойчивости ω_i в зависимости от продольного волнового числа k_z для различных значений релятивистского фактора γ_0 при степени компенсации заряда $f = 0.1$ представлено на рис. 1. Как видим, с увеличением энергии электронов максимальный инкремент неустойчивости падает (согласно (41), пропорционально $\gamma_0^{-5/2}$), а область неустойчивости смещается в сторону положительных (отрицательных) значений продольного волнового числа k_z при положительных (отрицательных) азимутальных числах l . При этом в область неустойчивости попадают возмущения с $k_z = 0$, характеризующиеся нулевым спиральным углом, что невозможно без учета собственного азимутального магнитного поля пучка.

Зависимость инкремента неустойчивости ω_i от k_z для различных значений степени компенсации заряда пучка f в умеренно релятивистском случае ($\gamma_0 = 1.41$) показана на рис. 2. При $f = 0$ (кривая 1) наиболее неустойчивыми являются возмущения с $k_z = 0$, вытянутые вдоль оси z и бисектриссы угла между векторами \mathbf{v}_0 и $-\omega_g$. Неустойчивая волна бежит в этом случае по азимуту. С увеличением f (кривые 2, 3) происходит уменьшение частоты вращения пучка ω_e и вектор скорости \mathbf{v}_0 приводится к вектору $-\omega_g$ (или, что то же, вектор ω_v приводится к вектору ω_g). При этом, согласно (40), (41), пропорционально $1 - f$ сужается область неустойчивости со стороны отрицательных (для $l > 0$) значений k_z и уменьшается величина максимального инкремента. При $f = 1$, когда ионный фон полностью компенсирует заряд пучка и, следовательно, исчезает причина слиппинг-неустойчивости — радиальный градиент v'_{0z} продольной скорости электронов, неустойчивость не возбуждается.

Полученные выше результаты справедливы, если характеристики возмущения удовлетворяют условиям (26), (28), (33) и (36), которые, положив $|\omega_d| = \omega_{im}$, $k_z = k_{zm}$, $\omega \simeq \omega(k_{zm})$, $k_r \simeq \nu_{ln}/a$, можно записать в виде

$$\gamma_0^4 \beta_0^2 \mu, \quad 4\mu/\gamma_0^4 \beta_0^2, \quad l^2 \varepsilon \mu / 4\beta_0^2 \ll \nu_{ln}^2 \ll \gamma_0^4 \beta_0^4 / \varepsilon^2. \quad (46)$$

Напомним также, что результаты, полученные в предположении однородности распределения ионов без учета их реального движения. Для этого следует потребовать малости смещения иона в поле электронного пучка за время ω_{im}^{-1} , что приводит к неравенству

$$\nu_{in}^2 \ll (1-f)l^2 \varepsilon \mu M / 4\gamma_0^5 \beta_0^2 m, \quad (47)$$

где M — масса иона.

Нетрудно убедиться, что для параметров ε и μ , ограниченных условиями (5)–(7), и достаточно тяжелых ионов всегда найдутся возмущения, удовлетворяющие неравенствам (46), (47), для которых применима развитая выше теория слиппинг-неустойчивости.

Заключение

Таким образом, в работе проведено исследование слиппинг-неустойчивости сплошного релятивистского электронного пучка, инжектируемого с эквипотенциального катода и распространяющегося в цилиндрической камере дрейфа в условиях комбинированной фокусировки внешним продольным и собственным азимутальным магнитными полями, а также радиальным электрическим полем ионного канала. Задача решалась путем исследования дисперсионного уравнения, полученного из уравнений гидродинамики электронной жидкости и уравнений для потенциалов электромагнитного поля, записанных в лабораторной системе координат. Получены выражения для временного и пространственного инкрементов и соответствующих им областей неустойчивости, а также для критического тока в системе конечной длины.

Показано, что с увеличением релятивистского фактора электронов γ_0 максимальный инкремент неустойчивости падает пропорционально $\gamma_0^{-5/2}$, а область неустойчивости смещается в сторону положительных (отрицательных) значений продольного волнового числа при положительных (отрицательных) азимутальных числах. При этом в область неустойчивости попадают возмущения с нулевым спиральным углом, которые при определенных условиях могут стать наиболее быстрорастущими. С увеличением степени зарядовой компенсации пучка f область неустойчивости сужается, а максимальный инкремент падает пропорционально $1-f$, и при полной компенсации заряда, когда исчезает радиальный градиент продольной скорости пучка, неустойчивость не возбуждается.

Список литературы

- [1] Briggs R.J., Clarc J.C., Fessenden T.J. et al. // Proc. 2nd Intern. Topical Cong. on High Power Electron and Ion Beam Research and Technology. Vol. 1. Cornell U.P.; Ithaca; New York, 1977. P. 319.
- [2] Михайловский А.Б., Рухадзе А.А. // ЖТФ. 1965. Т. 35. Вып. 12. С. 2143–2149.
- [3] Лейман В.Г. // Электронная техника. Сер. III. Электроника СВЧ. 1969. Вып. 5. С. 16–25.
- [4] Rome J.A., Briggs R.J. // Phys. Fluids. 1972. Vol. 15. N 5. P. 796–804.
- [5] Neil V.K., Hall L.S., Cooper R.K. // Particle Accerators. 1979. Vol. 9. N 2. P. 213–222.
- [6] Бужер Г.И. // Атомная энергия. 1956. Т. 1. № 5. С. 9–19.
- [7] Голубь Ю.Я., Никулин М.Г., Розанов Н.Е. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 9. С. 78–82.

- [8] Никулин М.Г. // Физика плазмы. 1991. Т. 17. Вып. 12. С. 1467–1474.
- [9] Карбушев Н.И., Удовиченко С.Ю. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 9. С. 1706–1709.
- [10] Карбушев Н.И., Рухадзе А.А., Удовиченко С.Ю. // Краткие сообщ. по физике. М., 1984. Вып. 10. С. 26–29.
- [11] Лейман В.Г., Рыбак П.В. // РиЭ. 1994. № 8–9. С. 1422–1425.
- [12] Лейман В.Г., Литвинцева С.П., Овсянникова О.В. и др. // Препринт ИПМ АН СССР. № 145. М., 1987, 26 с.
- [13] Nikulin M.G., Shatalov A.V. // 10th Intern. Conf. on High Power Partical Beams. Book of Abstracts. San Diego, 1994. P. 2–57.
- [14] Никулин М.Г., Шаталов А.В. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. Вып. 7. С. 74–79.
-