

07;08

## УСИЛЕНИЕ СВЕТА В СВЕТОВОДАХ И РЕЗОНАТОРАХ, ОБРАЗОВАННЫХ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ

© В.П. Торчигин

Институт высокопроизводительных вычислительных систем РАН,  
117334 Москва, Россия  
(Поступило в Редакцию 9 июня 1995 г.)

Показано, что подвижные световоды, образованные в однородном линейном диэлектрике при распространении в нем акустической волны, могут не только удерживать введенный в них свет, но также усиливать его механизмы, приводящие к увеличению энергии света. Установлено, что такое увеличение равно работе со стороны акустической волны по преодолению давления света на стенку подвижного световода. Аналогичная картина может иметь место в звукопроводе с уменьшающимся поперечным сечением. Рассмотренные эффекты могут быть использованы при создании усилителей и преобразователей длины волны света с акустической накачкой.

### Введение

В связи с разработкой стекол для волоконных световодов (ВС) с чрезвычайно малым затуханием менее 1 Дб/Км, т.е. на 5 порядков меньше, чем в нелинейных кристаллах, появляется принципиальная возможность при том же коэффициенте модуляции снизить во столько же раз скорость параметрического преобразования. Поскольку параметрические эффекты пропорциональны скорости изменения энергоемкого параметра, в качестве которого в рассматриваемом случае выступает показатель преломления среды  $n$ , то появляется возможность на 5 порядков уменьшить частоту накачки, осуществляющей модуляцию  $n$ , т.е. отказаться от дорогостоящей накачки в оптическом диапазоне. При частотах накачки  $F = 10^7 - 10^9$  Гц модуляция  $n$  может быть осуществлена за счет совершенно других явлений, чем в нелинейных кристаллах, а именно за счет фотоупругих эффектов, лежащих в основе многих применений акустооптики [1]. В частности, эти эффекты имеют место и в линейной изотропной аморфной среде при распространении в ней акустической волны. Поскольку скорость акустической волны приблизительно в 30 000 раз меньше световой, то для получения одного и того же коэффициента модуляции при прочих равных условиях требуется поток энергии в единицу времени (интенсивность) акустической волны в 30 000 раз меньше, чем световой.

Принципиальная возможность значительного увеличения несущей световой волны в ВС, показатель преломления которого модулируется пьезоэлектрическими модуляторами с частотой  $F \approx 100$  МГц, проанализирована в [2]. К сожалению, теория взаимодействия волн в средах, показатель преломления которых модулируется с частотой  $F$ , значительно меньшей частоты света  $f$ , отсутствует. Существующая теория ориентирована на частоты модуляции, сравнимые с частотами распространяющихся световых волн, т.е. на накачку в оптическом диапазоне. При этом ограничиваются рассмотрением взаимодействия двух или трех волн, справедливо полагая при этом, что из-за материальной дисперсии среды для других возникающих волн с различными комбинационными частотами не выполняется условие пространственного синхронизма и их амплитуды пренебрежимо малы [3].

Совершенно иная ситуация имеет место в рассматриваемом ниже случае с относительно низкочастотной накачкой  $F$ . Волны с комбинационными частотами  $f + F, f + 2F, \dots, f - 2F, \dots$  находятся в узком спектральном диапазоне и должны быть все приняты во внимание, т.е. при низкочастотной накачке необходимо рассматривать многоволновое взаимодействие. Особенности такого взаимодействия проанализированы в [4], где показано, что при достаточно большом количестве комбинационных частот  $N$  ( $N \geq 12$ ) в образуемом этими частотами составляющими световом импульсе по мере его распространения по ВС растет несущая, однако  $N$  остается практически без изменения. При практической реализации такого преобразователя возникают технические трудности, связанные с необходимостью модуляции  $n$  в ВС длиной около 1 км. Кроме того, в ВС предельная преобразуемая мощность света ограничена довольно малой эффективной площадью его поперечного сечения и не превосходит нескольких десятков милливатт.

При внимательном анализе оказывается, что акустическая волна может не только модулировать показатель преломления в ВС, но и сама образовывать в линейной аморфной оптической среде подвижные световоды и резонаторы, которые при определенной форме обладают необычными свойствами — введенное в них излучение по мере распространения может усиливаться по мощности с соответствующим увеличением несущей. В настоящей работе рассматриваются процессы усиления световой волны сначала в идеализированной системе — бесконечном цилиндре, в котором распространяется бегущая акустическая волна к оси цилиндра, а затем полученные результаты применены к реальным системам — тонкому стеклянному диску и коническому капилляру.

Известно, что усилитель света можно превратить в генератор путем организации обратной связи, подавая с выхода усилителя часть усиленного излучения на его вход. Правда, в рассматриваемом случае усиленное по мощности излучение имеет увеличенную несущую и организация обратной связи несколько усложняется, но принципиально возможна. Например, если несущая в преобразователе увеличивается в 2 раза с соответствующим усилением по мощности, то, пропуская полученное излучение через известный вырожденный параметрический делитель частоты на 2 на основе нелинейных кристаллов, который, кроме входного излучения, не требует никакого дополнительного питания и КПД которого достаточно высок и может приближаться к 100% [5], получим на его выходе излучение с той же несущей, что и на входе

преобразователя. Поэтому для организации обратной связи это излучение может быть подано на вход преобразователя. Максимальный коэффициент усиления в таком контуре равен 2. Если коэффициент потерь в преобразователе и делителе менее 2, то в такой системе возможна генерация света за счет энергии акустической волны, используемой в качестве накачки. Поэтому ниже при рассмотрении преобразователя с акустической накачкой будем иметь в виду возможность создания на его основе генератора света, для которого требуется увеличение несущей в преобразователе в 2 раза. Эта цель имеется в виду при оценке параметров различных преобразователей, хотя их область применения гораздо шире, поскольку в принципе они позволяют получать излучение в любом диапазоне длин волн, где потери в стекле достаточно малы.

## Физика явления

Для определенности рассмотрим распространение света в цилиндрическом световоде, образованном в бесконечном стеклянном цилиндре, в котором азимутально однородная цилиндрическая акустическая волна распространяется от периферии к оси цилиндра. Эта волна создает цилиндрическую бегущую волну изменения показателя преломления (БВИПП), которую можно представить в виде

$$n = n_0 \{1 + m(r) \cos[B(r - r_0) + \Omega t]\}, \quad (1)$$

где  $r$  — расстояние от оси цилиндра,  $m(r)$  — зависящий от  $r$  коэффициент модуляции показателя преломления  $n$ ,  $\Omega$  — частота модуляции,  $B = 2\pi/\Lambda$  — постоянная распространения акустической волны,  $\Lambda$  — ее длина волны,  $r_0$  — начальная точка отсчета.

Предполагается, что  $r_0 \gg \Lambda$  и  $m(r) \ll 1$ . В стеклянном цилиндре создается набор вложенных друг в друга концентрических цилиндрических световодов с градиентным изменением по косинусоидальному закону показателя преломления, радиус которых уменьшается со скоростью акустической волны. Такие световоды являются частным случаем изогнутых планарных световодов [6]. Рассмотрим сначала распространение света в таком цилиндрическом световоде при  $t = 0$ ,  $r = r_0$ , используя лучевой подход [7].

Из-за азимутальной однородности градиент изменения показателя преломления в световоде направлен по радиусу. В плоской БВИПП, когда  $1/r = 0$ , центральный луч распространяется в плоскости симметрии световода, проходящей через максимальный показатель преломления. В цилиндрической БВИПП центральный луч, распространяющийся по окружности радиуса  $r_s$ , оказывается сдвинутым относительно цилиндра радиуса  $r_0$  ("цилиндра симметрии"), где  $n$  максимальен, от оси в область, где  $\nabla n(r_s) < 0$  [7]. Действительно, при распространении в неоднородной среде луч изгибается в сторону большего  $n$ . Поэтому в рассматриваемом случае  $r_s$  должен быть несколько больше радиуса "цилиндра симметрии" световода, чтобы луч, отклоняясь в сторону большего  $n$ , отклонялся к оси цилиндра.

Принципиальное отличие обычного интегрально-оптического градиентного цилиндрического световода от такого же световода, образованного БВИПП, состоит в том, что в последнем показатель преломления изменяется не только по его толщине, но и во времени. Это

связано с тем, что световод перемещается к оси со скоростью акустической волны. Находясь в подвижной системе координат, движущейся к оси вместе с акустической волной, нетрудно убедиться, что в той половине световода, которая находится ближе к оси по одну сторону от середины световода, показатель преломления все время растет, а в другой половине световода все время убывает.

Известно, что световая волна, распространяющаяся в среде, показатель преломления которой убывает во времени, за счет параметрических эффектов усиливается по мощности, а ее несущая соответственно возрастает. При этом количество фотонов в волне остается неизменным, однако энергия каждого фотона увеличивается пропорционально росту несущей [2].

В образованном БВИПП прямолинейном световоде при  $1/r = 0$  распределение электрического поля  $E$  моды световой волны симметрично или антисимметрично, что обеспечивает прямолинейность распространения волны вдоль световода. В этом случае суммарный параметрический эффект равен 0, так как повышение несущей в одной половине световода компенсируется уменьшением в другой. Однако в цилиндрическом световоде ситуация оказывается совершенно иной. Центральный луч оказывается сдвинутым относительно "цилиндра симметрии" в сторону от центра. В этом же направлении сдвигается попрек световода распределение поля  $E$  и перестает быть симметричным относительно "цилиндра симметрии" [7]. Поскольку симметрия обеспечивала прямолинейное распространение луча, то асимметрия обеспечивает постоянное отклонение луча к оси, т.е. распространение по кольцевому световоду. Асимметрия приводит к тому, что поле  $E$  оказывается сосредоточенным главным образом в области, где показатель преломления уменьшается во времени. В результате несущая и мощность световой волны возрастают.

Скорость роста несущей можно оценить из следующих соображений. При  $t = 0$  замкнутый световод, максимальный показатель преломления в котором расположен на цилиндре радиуса  $r = r_0$ , фактически является резонатором бегущей волны, который может удерживать введенное в него излучение. Пусть при резонансе длина замкнутого световода равна  $q\lambda$ , где  $q$  — целое,  $\lambda$  — длина световой волны. С увеличением  $t$  радиус световода уменьшается, однако в резонаторе остается запасенное излучение, т.е. для него продолжают выполняться резонансные условия. При этом несущая запасенного в нем излучения должна измениться таким образом, чтобы для нее имел место резонанс в новом резонаторе. Поскольку распределение поля в попречном сечении световода при уменьшении его радиуса практически не изменяется и  $q$  остается прежним, т.е. резонаторная мода остается прежней, то резонанс может быть только в том случае, если длина волны  $\lambda$  уменьшается пропорционально длине резонатора. В соответствии с соотношениями Менли-Роу в параметрических системах без потерь с ростом несущей пропорционально возрастает мощность излучения.

Физические основы механизма повышения запасенной в резонаторе энергии можно понять, если иметь в виду, что циркулирующая в нем световая волна оказывает давление на его внешнюю поверхность, поскольку при каждом отражении от этой поверхности луча, который стремится распространяться прямолинейно, изменяется направление вектора количества движения световой волны. При уменьшении диа-

метра резонатора производится работа по преодолению этого давления, которая переходит в энергию циркулирующей в резонаторе световой волны.

Чтобы убедиться в этом, определим давление, оказываемое на стенки резонатора фотоном. В цилиндрическом световоде импульс фотона равномерно вращается с угловой скоростью  $\omega_0 = c/(nr_0)$ . Разумеется, результирующая сила, действующая со стороны фотона из-за изменения его импульса  $p$  на стенки световода, равна 0. Однако суммарная сила, действующая против движения стенок резонатора к оси цилиндра, равна  $|dp/dt| = |p|\omega_0 = |p|c/(nr_0) = h\nu_0/r_0$ . Работа внешних сил по преодолению давления фотона с учетом того, что при уменьшении радиуса цилиндрического световода увеличивается несущая фотона, может быть представлена в виде  $A = -\int h\nu_0(r_0/r)/r dr$ . Если радиус световода уменьшается в  $q$  раз, то, как легко убедиться,  $A = (q-1)h\nu_0$ , т.е. первоначальная энергия фотона  $h\nu_0$  увеличивается на  $(q-1)h\nu_0$ . Следовательно, как и предполагалось, энергия фотона увеличивается в  $q$  раз.

Таким образом, для существенного увеличения несущей световой волнам необходимо, чтобы размеры полости, в которой удерживается преобразуемое излучение, заметно уменьшались и чтобы за время уменьшения радиационные и диссипативные потери в полости были малы. При таком подходе акустическую волну можно рассматривать лишь как средство, с помощью которого можно образовать быстро сокращающуюся полость, удерживающую излучение во время ее сокращения.

## Количественные оценки

Чтобы оценить повышение несущей для стационарного луча, распространяющегося по окружности радиуса  $r_s$  в цилиндрическом световоде, определим сначала отклонение стационарного луча  $\Delta r = r_s - r_0$  ( $\Delta r \ll r_0$ ) от середины световода. В уравнении эйконала [7]

$$d\{n(\mathbf{r})d\mathbf{r}/ds\}/ds = \nabla n(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $s$  — расстояние вдоль луча, для этого случая имеем  $|\mathbf{r}| = r_s$ .

Полагая  $n(\mathbf{r}) = n_0$ , имея в виду, что для рассматриваемого случая

$$d^2\mathbf{r}/ds^2 = -\mathbf{r}/|\mathbf{r}^2|, \quad (3)$$

а в правой части  $\nabla n(\mathbf{r}) \cong -(\mathbf{r}/r_s)m r_s B \sin[B(\Delta r)]$ , получим

$$r_s^{-1} \cong m(r_s)B \sin[B(\Delta r)]. \quad (4)$$

Откуда

$$\Delta r \cong \arcsin\{1/[m(r_s)Br_s]\}/B. \quad (5)$$

В том месте, где находится стационарный луч, скорость изменения  $n$  во времени при  $t = 0$  в соответствии с (1), (5) равна

$$dn/dt = -n_0 m(r) \Omega \sin[B(\Delta r)] = -n_0 \Omega / (Br_s) = -n_0 v_a / r_s, \quad (6)$$

где  $v_a$  — скорость акустической волны.

Поскольку  $d\omega/dt = -(\omega/n)dn/dt$  [2], то из (6) имеем  $d\omega/dt = v_a\omega/r_s$ . Принимая во внимание, что  $ds/dt = c/n_0$ , получим  $(d\omega/ds)/\omega = v_a n_0/(cr_s)$ , откуда

$$\omega = \omega_0 \exp\{(n_0 v_a/c) \int K ds\}, \quad (7)$$

где  $K = 1/r_s$  — кривизна световода.

Заметим, что в (7) не входят ни коэффициент, ни частота модуляции. Поскольку  $\int K ds = 2\pi$  для любой замкнутой кривой, то для увеличения несущей в  $e$  раз требуется, чтобы луч совершил  $c/(2\pi n_0 v_a)$  оборотов.

В качестве примера рассмотрим преобразование несущей в цилиндрическом световоде с начальным радиусом  $r = r_0$ , уменьшающимся в соответствии с выражением  $r = r_0 - v_a t$  до  $r_0/q$ . Полагая в (7)  $ds = (c/n_0)dt$  и интегрируя по  $t$  в пределах от 0 до  $r_0(1 - 1/q)/v_a$ , получим  $\omega = \omega_0 q$ , т.е. при уменьшении радиуса световода в  $q$  раз во столько же раз возрастает в нем несущая. Этот результат полностью согласуется с проведенным выше качественным рассмотрением.

В том случае, если в цилиндрический световод луч введен со смешением относительно луча, радиус которого определяется (4), то, как и в прямолинейном световоде, он начинает распространяться по осциллирующей кривой, которая пересекает через равные промежутки "цилиндр симметрии". Для этого случая в левую часть (4) добавляется член  $d^2|\mathbf{r}|/ds^2$  и алгебраическое уравнение (4) переходит в следующее дифференциальное уравнение:

$$d^2|\mathbf{r}|/ds^2 = -|\mathbf{r}|^{-1} + m(|\mathbf{r}|)B \sin(B(|\mathbf{r}| - r_0)). \quad (8)$$

Полагая

$$\rho = B|\mathbf{r}|, \quad \rho_0 = Br_0, \quad \zeta = Bs, \quad \Delta\rho = \rho - \rho_0, \quad (9)$$

считая, что  $\rho \gg 1$ , изменения  $\rho$  для удерживаемого световодом луча не превосходят  $2\pi$  и  $m(\rho)$  при таких изменениях постоянен, получим

$$d^2\rho/d\zeta^2 = m(\rho)[\sin(\rho_0 - \rho) - \sin(\rho_0 - \rho_s)]. \quad (10)$$

Как и следовало ожидать, при начальных условиях  $\rho(0) = \rho_s$  и  $d\rho/d\zeta = 0$  получим  $\rho \equiv \rho_s$ . Для прямолинейного световода  $\rho_0 - \rho_s = 0$  и уравнение (10) описывает траектории луча в градиентном световоде с косинусоидальным профилем показателя преломления. Уравнения типа (10) хорошо изучены. Аналогичными уравнениями описываются изменение напряжения на контакте Джозефсона [8], колебания и вращение в поле силы тяжести маятника на жесткой подвеске, на который дополнительно действует постоянный момент сил, движение шайбы на наклонном синусоидальном желобе. Характерной особенностью таких уравнений является наличие замкнутых траекторий на фазовой плоскости, которым в цилиндрическом световоде соответствует режим, связанный с увеличением цилиндрическим световодом излучения.

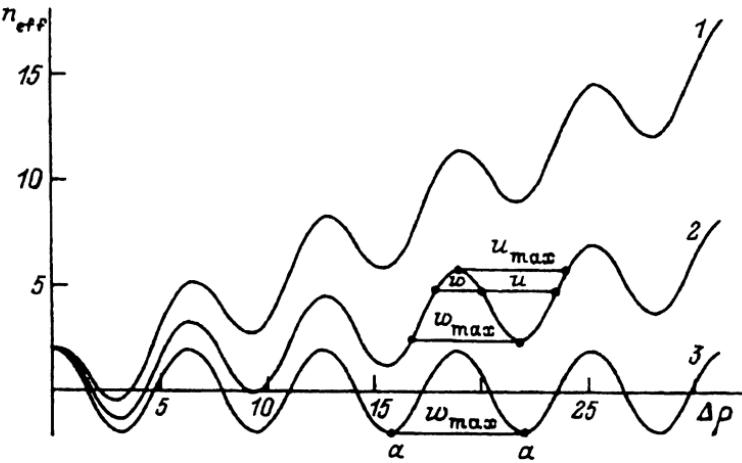


Рис. 1. Изменение эффективного показателя преломления  $n_{\text{eff}}$  вдоль нормированного радиуса цилиндра  $\rho$  для азимутальной волны типа шепчущей галереи при  $\rho_0 m = 2, 5, \infty$  (соответственно кривые 1-3).

Из (7) следует, что наиболее быстро и на наименьшем расстоянии может быть осуществлено преобразование в световоде максимальной кривизны. Однако оказывается, что в соответствии с (4) максимальная кривизна ограничена коэффициентом модуляции  $m$  и постоянной распространения  $B$ . Практика показывает, что  $m = 10^{-4}$  — вполне достижимая величина. Что касается  $B$ , то ее максимальное значение определяется тем, что с ростом  $B$  уменьшается ширина световода. Известно, что для каждого типа световода существует минимально допустимая ширина, ниже которой световод не может передавать свет. Оценка этой ширины не может быть получена из лучевого подхода и требуется переход к волновому рассмотрению.

Рассмотрение проведем для неподвижных резонаторов, созданных “замороженной” акустической волной. При этом следует иметь в виду, что в цилиндрическом световоде способность световода удерживать моду уменьшается с уменьшением его радиуса. Максимум эффективного показателя преломления  $n_{\text{eff}}(\Delta\rho)$  в кольцевом световоде сдвинут в то место  $\rho_s$ , где находится стационарный луч. Тогда закон изменения  $n_{\text{eff}}(\Delta\rho)$  отличен от косинусоидального. Чтобы определить функцию  $n_{\text{eff}}(\Delta\rho)$ , заметим, что в градиентном прямолинейном световоде с произвольным изменением  $n(x) = n_0 + \Delta n(x)$ , где  $\Delta n \ll n_0$ , поперечное отклонение луча  $x$  описывается уравнением (2), из которого имеем  $d^2x/ds^2 = d\{\ln[n(x)]\}/dx$ . Сравнивая это уравнение с (8) и интегрируя правую часть последнего, получим, что в цилиндрическом световоде

$$n_{\text{eff}}(\Delta\rho)/n_0 \cong 1 + m \cos(\Delta\rho) + \Delta\rho/\rho_0. \quad (11)$$

При малых  $\rho_0$ , когда  $\rho_0 m < 1$ ,  $n_{\text{eff}}(\Delta\rho)$  не имеет максимумов и, естественно, отсутствуют световоды. С ростом  $\rho_0$  появляются максимумы, которые еще слабо отличаются от расположенных посредству минимумов. Это означает, что световоды еще не совсем полноценные по сравнению с теми, которые получаются при  $\rho_0 m \gg 1$  (рис. 1).

Исходя из изложенного, необходимо убедиться, во-первых, что образованный некоторый максимум  $n_{\text{eff}}$  световод способен пропускать

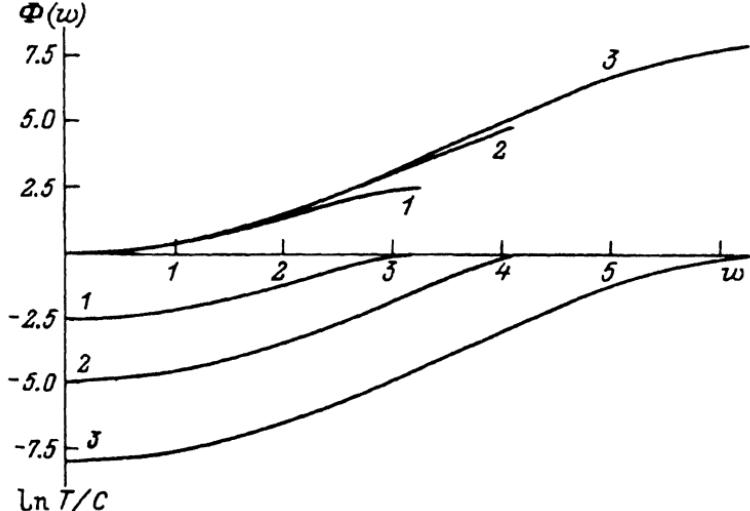


Рис. 2. Зависимость фазового сдвига  $\Phi$  и затухания  $\ln T/C$  от эффективной ширины световода  $w$  при  $\rho_0 m = 2, 5$  (соответственно кривые 1-3).

хотя бы низшую волноводную моду и, во-вторых, что введенное в световод излучение не будет заметно просачиваться через соседние световоды справа и слева на рис. 1. Известно, что при распространении моды в любом световоде для нее имеет место так называемый поперечный резонанс [6], при котором

$$\varphi = 2\pi p - \pi, \quad (12)$$

где  $p$  — целое.

Для рассматриваемого случая  $\varphi = \int \beta_r(r) dr$ ,

$$\beta_r(r) = \beta \{[n_{\text{eff}}(r)/n_0]^2 - [\beta_\varphi(r)/\beta]^2\}^{1/2}, \quad (13)$$

$\beta = \omega n_0/c$ ,  $\beta_r(r)$  и  $\beta_\varphi$  — соответственно радиальная и азимутальная постоянные распространения.

Интегрирование производится при полном обходе области шириной  $w$ , в которой  $\beta_r(r) > 0$  (рис. 1). Из (13) с учетом (11) имеем

$$\beta_r(\Delta\rho) \cong \beta \{1 - \beta_\varphi^2/\beta^2 + 2[m \cos \Delta\rho + \Delta\rho/\rho_0]\}^{1/2}. \quad (14)$$

Интегрируя (14) в области шириной  $w$ , получим  $\varphi = 2C\Phi(w)$ , где коэффициент  $C = m^{1/2}(\Lambda/\lambda)$  характеризует способность световода удерживать введенное в него излучение,  $\Phi(w) = \int J^{1/2} d(\Delta\rho)$ ,

$$J = \{[1 - \beta_\varphi^2/\beta^2]/m + 2[\cos \Delta\rho + \Delta\rho/(m\rho_0)]\}^{1/2}. \quad (15)$$

Функция  $\Phi(w)$  при разных значениях параметра  $\rho_0 m$  показана на рис. 2. Абсолютный максимум  $\Phi(w) = 8$  имеет место при  $\rho_0^{-1} = 0$  и  $w = 2\pi$  (при интегрировании между минимумами  $aa$  на рис. 1). Если

при этом  $m = 10^{-4}$ ,  $\Lambda/\lambda = 100$ , то  $C = 1$  и  $\varphi = 16$ , что обеспечивает выполнение условия (12) при  $p = 1, 2, 3$ .

Оценим теперь возможные радиационные потери запасенного в резонаторе излучения из-за того, что резонатор имеет распределенную связь с соседними резонаторами, образованными предыдущим и последующими периодами акустической волны. Разумеется, если резонатор образован уединенным возмущением при воздействии на пьезомодулятор одиночного импульса напряжения, такой проблемы не возникает. Если же пьезомодулятор возбуждается синусоидальным напряжением, то необходимо убедиться, что не происходит заметной утечки энергии через цепочку связанных полями рассеяния резонаторов, каждый из которых расстроен относительно своих соседей. Оба соседа возбуждаются через поля рассеяния световода, которые по своему воздействию эквивалентны распределенному источнику, имеющему  $2l$  вариаций по азимуту. Поскольку диаметр соседей отличается от диаметра рассматриваемого резонатора на величину  $\Delta D = \sigma D$ , где  $\sigma = \Lambda/r_0$ , то азимутальная длина волны вынужденных колебаний под действием распределенного источника отличается от собственной длины волны на величину  $\Delta\lambda_\varphi = \sigma\lambda$ . Если коэффициент связи между световодами равен  $\kappa$ , то стационарная амплитуда вынужденных колебаний под действием волны единичной амплитуды в распределенно связанном световоде определяется выражением  $\alpha = \kappa/(\Delta\beta/\beta)$ , где  $(\Delta\beta/\beta) = \Delta\lambda_\varphi/\lambda = \sigma$  [9, 10]. Коэффициент связи пропорционален коэффициенту перекрытия мод в рассматриваемых световодах и экспоненциально уменьшается с ростом расстояния между ними [6].

Оценить коэффициент связи  $\kappa$  можно из анализа коэффициента прохождения  $T$  туннелирующих лучей из рассматриваемого световода в соседний. В соответствии с [7]

$$T = \exp\left\{-\beta \int [(\beta_\varphi^2/\beta)^2 - (n_{\text{eff}}(r))^2/n_0^2]^{1/2} dr\right\}, \quad (16)$$

где  $n_{\text{eff}}$  определяется (11) и интегрирование ведется в области  $u$  (рис. 1), в которой подкоренное выражение больше нуля.

Сравнивая (13) и (16), легко видеть, что подкоренные выражения в них отличаются знаком, сумма областей интегрирования  $u + w = u_{\max} = w_{\max}$  не зависит от  $w$  (рис. 1) и максимум  $|\ln T|/C = \Phi(w_{\max})$ . Выбирая на рис. 2 значение  $w$ , при котором отношение  $[\ln T]/C/\Phi(w)$  равно  $\gamma$  и, имея в виду, что при выполнении условия поперечного резонанса при  $p = 1$ ,  $2C\Phi(w) = \pi$ , получим

$$|\ln T| = \gamma\pi/2. \quad (17)$$

Таким образом, при достаточно большом  $\gamma$  можно обеспечить любое требуемое ослабление. Например, если  $\rho_0 m = 5$  и требуется обеспечить ослабление  $T = 10^{-5}$ , то  $|\ln T| = 11.51$ . Тогда из (17)  $\gamma \cong 7.33$  и из рис. 2 получим, что  $[\ln T]/C/\Phi(w) = 7.33$  при  $w \cong 1$ ,  $\Phi(w) \cong 0.8$ , т.е. ширина моды должна быть приблизительно в 6 раз меньше  $\Lambda$ . Из условия поперечного резонанса можно определить коэффициент  $C = \Phi(w)\pi/2$ . В рассматриваемом случае  $C \cong 2$  и при  $m = 10^{-4}$  получим  $\Lambda/\lambda \cong 200$ .

Как видно из рис. 1, ширина туннелей при уменьшении  $\rho$  монотонно увеличивается, а затем туннель становится сплошным. Поэтому поток энергии от рассматриваемого резонатора в сторону меньших  $\rho$  равен 0. Со стороны больших  $\rho$  также может существовать не 1, а несколько последовательных туннелей, через которые излучение проникает с ослаблением, прежде чем попасть в область, где оно может свободно распространяться. Поэтому при указанных параметрах  $\rho_0$ ,  $t$ ,  $\Lambda$ ,  $\lambda$  условие отсутствия заметных потерь энергии через цепочку связанных резонаторов выполняется с некоторым запасом. В реальной системе этот запас может быть легко устранен, например, путем уменьшения коэффициента модуляции  $t$ , т.е. мощности акустической волны.

Разумеется, бесконечно длинный цилиндрический резонатор бегущей азимутальной световой волны является абстракцией, обычно принимаемой для того, чтобы упростить задачу и исключить вариации поля вдоль оси цилиндра. Если вместо бесконечного цилиндра взять тонкий стеклянный диск толщиной  $h \cong 0.1$  мм, то проведенное выше рассмотрение остается в силе. Отличие проявляется лишь в том, что для постоянных распространения световой и акустических волн появляются составляющие  $\beta_y$ ,  $B_y$  вдоль оси диска и по толщине диска также имеет место поперечный резонанс. Поскольку при толщине диска  $h \gg \lambda$  имеем  $\beta_y \ll \beta_\phi$ , то бегущая азимутальная волна будет испытывать полное внутреннее отражение от торцов диска. Несколько сложнее осуществляется переход от бесконечного цилиндра к тонкому диску для акустической волны, поскольку коэффициент модуляции вдоль толщины диска изменяется, так как на торце диска давление акустических волн равно 0 и, следовательно,  $t = 0$ . Профиль  $t$  в сечении по диаметру диска для основной моды акустической волны изменяется по косинусоидальному закону точно так же, как и амплитуда поля световой волны. Чтобы сконцентрировать поле световой волны в области, где  $t$  максимально, достаточно иметь диск с градиентным изменением  $t$  по толщине, при котором  $t$  в середине диска максимально. В этом случае поле световой волны сосредоточено в середине диска в слое с увеличенным показателем преломления и практически не достигает поверхности диска, что позволяет уменьшить затухание из-за рассеяния на микронеоднородностях его торцов. При этом условия распространения световой волны, а следовательно, и ее затухание оказываются такими же, как в широко применяемых градиентных световодах с диаметром внешней оболочки около 125–150 мкм.

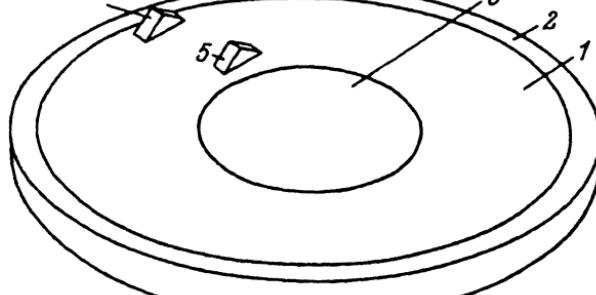


Рис. 3. Преобразователь несущей световой волны с акустической накачкой.

Ввод и вывод излучения в дисковый резонатор 1, в котором акустическая волна возбуждается с помощью пьезоэлектрического преобразователя 2 и поглощается в нагрузке 3, может быть осуществлен стандартными методами, например, с помощью призм 4, 5 (рис. 3). Располагая призмы на соответствующем расстоянии от центра, можно выводить излучение с разными несущими. Изменяя коэффициенты связи между призмами и подвижными резонаторами, можно изменять соотношение мощностей выходного излучения с разными несущими, т.е. получать излучение требуемого спектрального состава.

Весьма заманчива возможность повышения эффективности преобразования путем увеличения фазовой скорости  $v'_a$  акустической волны в звукопроводе, толщина которого  $h$  лишь незначительно превосходит  $\Lambda/2$ . В этом случае  $v'_a = v_a(1 - (\Lambda/2h)^2)^{-1/2}$ . Если разброс толщины диска менее  $0.01\Lambda$ , то вполне допустимо  $v'_a = 10v_a$ , что позволяет получать световоды с требуемой для удержания моды шириной при увеличенной на порядок скорости изменения  $n$ .

## Возможности практического использования

Диск является далеко не единственной конфигурацией, в которой возможно преобразование излучения. Диск рассмотрен лишь для того, чтобы объяснить физику преобразования и открывавшиеся при этом возможности на примере тела, резонансные моды которого хорошо изучены. На рис. 4 показано в качестве примера несколько других типов звукопроводов (они же светопроводы), получающихся при последовательной деформации диска. Во всех звукопроводах акустическая волна распространяется сверху вниз. Азимутальная волна типа "шепчущей галереи" возбуждается в горизонтальной плоскости. Преимущества представленных конфигураций перед диском состоит в том, что площадь поперечного сечения звукопровода может быть сделана существенно меньше и соответственно требуется меньшая мощность акустической волны. Кроме того, формирование плоской акустической волны технически осуществить гораздо проще, используя для этой цели обычные плоские пьезоэлектрические модуляторы. Во всех световодах на рис. 4, так же как и в плоском диске, центральная по толщине часть может иметь увеличенный на несколько процентов  $n$  (закрашена), чтобы сконцентрировать поле световой волны в максимуме амплитуды акустической волны и уменьшить потери на микронеоднородностях боковых стенок. В соответствии с (4) увеличение  $n$  на  $\Delta n = 0.01n$  оказывается достаточным, чтобы обеспечить радиус изгиба луча менее 1 мм.

Для определенности рассмотрим преобразование волны в коническом капилляре на рис. 4, б. Фактически каждый из созданных акустической волной кольцевых резонаторов представляет собой открытый диэлектрический резонатор, в котором возбуждена азимутальная резонаторная мода типа "шепчущей галереи". Известно, что любой диэлектрический резонатор имеет для азимутальной моды отличные от нуля радиационные потери, которые уменьшаются при увеличении его диэлектрической постоянной  $\epsilon = n^2$ , нормированного диаметра  $D/\lambda$  и индекса азимутальной моды  $l$ . Показано, что для достаточно больших  $D/\lambda$  и  $l$  эти потери пренебрежимо малы [11]. Например, для конического капилляра, средний диаметр которого равен  $D = 1$  мм, в кото-

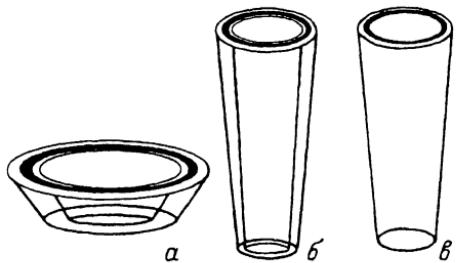


Рис. 4. Возможные формы звуко-проводов для преобразования несущей световой волны.

ром  $n = 1.45$ ,  $\Delta n/n = 1\%$ ,  $\lambda = 0.6$  мкм,  $l = 10000$ , и в соответствии с зависимостями, представленными в [11], определяемая радиационными потерями добротность  $Q_{\text{rad}} > 10^{12}$ . Путем увеличения диаметра капилляра радиационные потери всегда могут быть сделаны меньше диссипативных и поэтому не являются ограничивающим фактором.

Отличие образованных акустической волной резонаторов в капилляре от обычных кольцевых открытых диэлектрических резонаторов [11] проявляется в следующем.

1. Поперечное сечение первых представляет собой трапецию, а не прямоугольник.

2. Распространение света в вертикальном направлении ограничено не за счет явления полного внутреннего отражения от торцов резонатора, где происходит скачкообразное изменение показателя преломления, а за счет косинусоидального изменения показателя преломления во всей толщине резонатора.

3. Резонаторы перемещаются в пространстве и при этом постепенно уменьшаются их поперечное сечение.

Покажем, что первая особенность приводит к тому, что распределение поля вдоль толщины резонатора оказывается несимметричным относительно его середины и максимум поля оказывается сдвинутым в сторону большего основания. Для доказательства могут быть использованы как волновой, так и лучевой подходы. При волновом подходе отметим, что с уменьшением поперечного сечения азимутальная составляющая постоянной распространения увеличивается в соответствии с выражением

$$\beta_\varphi(r) = \beta_\varphi(r_0)r_0/r, \quad (18)$$

где  $r$  — радиус поперечного сечения.

Поскольку при распространении по световоду с медленно (адиабатически) уменьшающимся радиусом поперечного сечения мода сохраняется, т.е. ее радиальный и азимутальный индексы остаются неизменными а, следовательно, и структура поля в поперечном сечении, то  $\beta_r/\beta_\varphi$  остается неизменным.

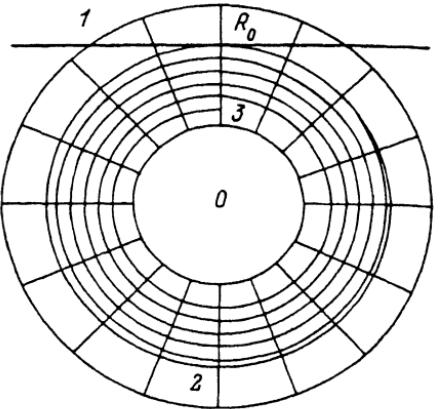


Рис. 5. Траектория луча в коническом капилляре на его развертках.

Пусть радиус конического капилляра изменяется вдоль его длины в соответствии с выражением

$$r = r_0 + z \operatorname{tg} \theta, \quad (19)$$

где  $\theta$  — угол конусности конического капилляра, ось которого совпадает с направленной вверх осью  $z$  (рис. 4).

Тогда с учетом (18), (19) имеем  $\beta_z(r) = \{\beta^2 - \beta_r^2(r) - [\beta_\varphi(r_0)r_0/(r_0 + z \operatorname{tg} \theta)]^2\}^{1/2}$  и  $\beta_z$  с ростом  $z$  увеличивается. Если рассматривать полуволновой резонатор толщиной  $\lambda_z/2$ , где  $\lambda_z = 2\pi/\beta_z$  — длина волны вдоль  $z$ , и допустить, что напряженность поля  $E$  на его верхнем и нижнем основаниях равна нулю, то максимум  $E$  не будет в середине между этими основаниями. Действительно, максимум был бы в середине, как в обычном цилиндрическом резонаторе, если бы  $\beta_z$  не зависела от  $z$ . Однако в рассматриваемом случае  $\beta_z$  увеличивается с увеличением  $z$ , длина волны при этом  $z$  уменьшается, поэтому расстояние от максимума  $E$  до нижнего основания будет больше, чем до верхнего. Следовательно, максимум оказывается сдвинутым в сторону верхнего основания.

При лучевом подходе отметим, что азимутальный луч в коническом капилляре распространяется по спирали с уменьшающимся диаметром витков и шагом между ними. В конечном счете этот шаг становится равным нулю, после чего луч начинает распространяться в обратную сторону. Траектория луча может быть представлена прямой линией 1 на развертках конического капилляра, плотно прижатых друг к другу [7] (рис. 5). Легко видеть, что в точке  $R_0$  шаг спирали равен нулю. Для того чтобы луч удерживался в коническом капилляре, то есть двигался на развертке по окружности 2 радиуса  $R_0$  необходимо, чтобы в этой точке и во всех последующих, в которых окажется луч, существовал градиент показателя преломления, направленный к центру.

Используя уравнение эйконала (2) и зависимость показателя преломления от  $z$ , аналогичную (1), где  $r$  заменена на  $z$ , получим выражение аналогичное (4), из которого можно определить смещение стационарного луча от максимума показателя преломления в сторону большего основания конического капилляра. Нетрудно убедиться, что стационарный луч распространяется по областям, где имеет место максимум электрического поля, полученный при волновом рассмотрении. Таким образом, конусность рассматриваемого диэлектрического резонатора приводит к тому, что максимум электрического поля оказывается сдвинутым в сторону большего основания. По мере распространения акустической волны радиус траектории захваченного луча будет уменьшаться, т.е. траектория луча на развертках фокона соответствует спирали 3. Вторая из указанных выше особенностей рассматриваемых подвижных диэлектрических резонаторов имеет скорее количественный, чем качественный характер. Плавное изменение показателя преломления используется в градиентных световодах с таким же успехом, как и скачкообразное.

Третья из указанных особенностей имеет для преобразования света принципиальный характер. Нетрудно убедиться, что при движении резонатора показатель преломления в нижней половине резонатора все время растет, а в верхней все время уменьшается. Поскольку максимум электрического поля смешен в сторону большего основания конического капилляра, т.е. в верхнюю половину резонатора, где

показатель преломления уменьшается, то энергия запасенного излучения увеличивается [2]. В соответствии с соотношениями Менли-Роу при этом пропорционально увеличивается несущая запасенного в резонаторе излучения с соответствующим уменьшением его длины волны. Такое уменьшение удачно сочетается с уменьшением поперечных размеров резонатора, так что условия резонанса продолжают выполняться для излучения с измененной длиной волны.

Из представленного рассмотрения физических механизмов, ответственных за увеличение энергии запасенного в резонаторе излучения, которые оказались такими же, как и в рассмотренных выше подвижных кольцевых резонаторах бегущей волны, следует, что зависимость несущей от расстояния  $z$  вдоль конического капилляра обратно пропорциональна его диаметру  $D$ .

В приведенном рассмотрении нигде не использовалась специфика линейного закона изменения  $D$  вдоль  $z$ . В том случае, если  $D$  изменяется произвольным образом, то длина волны запасенного в резонаторе излучения изменяется пропорционально  $D$ . Ограничения накладываются лишь на скорость изменения  $D$ , т.е. на  $(dD/dz)/D$ . При достаточно большой скорости изменения  $D$ , максимально возможное изменение длины волны, которое обеспечивается при заданных параметрах модуляции  $m$  и  $\Omega$ , может оказаться недостаточным. В этом случае излучение не сможет удерживаться резонатором. Если допустить, что на рассматриваемом участке  $d\{\ln[D(z)]\}/dz = \sigma_1$ , то такой участок соответствует коническому капилляру, образованному из конуса, вершина которого находится на расстоянии  $R = D/(dD/dz) = \sigma_1^{-1}$  от этого участка. Тогда следующее из (4) условие для удержания излучения  $r^{-1} < mB$  может быть записано в виде:

$$\sigma_1 < mB. \quad (20)$$

Имея в виду (9) и записывая изменение диаметра конического капилляра с расстоянием в виде  $D = D_0 \exp(\sigma B z)$ , где  $\sigma = \sigma_1/B$ , получим из (20)  $\sigma < m$ , т.е. относительное изменение диаметра  $\Delta D/D$  на расстоянии  $\Lambda/2\pi$  должно быть меньше коэффициента модуляции  $m$ . Это же условие может быть представлено в виде  $\rho > m^{-1}$ , где в соответствии с (9)  $\rho = 2\pi R/\Lambda$  — нормированное расстояние от рассматриваемого сечения до вершины воображаемого конуса.

Уместно отметить, что зависимость показателя преломления от частоты в обычных преобразователях света с использованием нелинейных кристаллов и оптической накачки, являющаяся главным препятствием для обеспечения фазового синхронизма на всей длине взаимодействия волн с различными несущими, в рассматриваемом случае практически не оказывает влияния на процесс преобразования. Действительно, изменение показателя преломления с ростом частоты будет лишь сказываться на длине волны  $\lambda$  в стекле. Поскольку изменение  $\lambda$  эквивалентно с точки зрения обеспечения поперечного резонанса соответствующему изменению поперечного сечения, а закон изменения поперечного сечения не влияет на конечные результаты преобразования, то зависимость показателя преломления от частоты не сказывается на результатах преобразования. Из этих же соображений следует, что изменение  $\lambda$  при изменении температуры также не сказывается на преобразовании. Преобразование может осуществляться при любых

температурах, при которых сохраняются оптические и упругие свойства стекла.

В заключение оценим влияние неизбежных потерь  $\alpha_{ac}$ ,  $\alpha_{lt}$  мощности акустической и световой волн в звукопроводе (световоде), в котором  $D = D_0 \exp(\sigma B z)$ , коэффициент преобразования  $q = D_0/D$  и, следовательно, его длина

$$S = \ln q / (\sigma B). \quad (21)$$

Поскольку погонный коэффициент затухания мощности акустической волны  $\alpha_a$  линейно зависит от несущей, т.е.  $\alpha_a = \alpha F$ , где  $\alpha = 1.23 \cdot 10^{-7} \text{ с}/\text{м}$  [12], то  $\alpha_{ac} = \exp\{\alpha v_a \ln q / (2\pi\sigma)\}$  и  $\alpha_{ac}$  не зависит от частоты модуляции. С учетом концентрации энергии акустической волны в меньшем сечении конического каллияра получим  $I_q = I_0 / \exp\{\alpha v_a / (2\pi\sigma) - 1\} \ln q\}$ , где  $I_q$  и  $I_0$  — интенсивности в конце и начале звукопровода. Для плавленого кварца безразмерный параметр  $\alpha v_a \cong 7.4 \cdot 10^{-4}$ . Тогда, например, при  $m = 10^{-4}$ ,  $\sigma = 0.25m$  и  $q = 2$  получим  $I_0/I_q = 13.09$ . Поскольку коэффициент  $C \sim m^{1/2} q$ , то при уменьшении интенсивности акустической волны в 13.09 раз  $m^{1/2}$  уменьшается в 1.9 раз и при  $q = 2$  коэффициент  $C$  остается практически неизменным, т.е. способность подвижных резонаторов удерживать введенное в них излучение сохраняется. Таким образом, независимо от частоты модуляции и длины звукопровода из плавленого кварца в нем может быть увеличена несущая световой волны в 2 раза при  $m = 10^{-4}$ ,  $\sigma = 0.25m$ .

Затухание световой волны определяется временем  $\tau$ , в течение которого производится преобразование. С учетом (21)  $\tau = \ln q / (\sigma B v_a) = \ln q / (\sigma \Omega) = QT$ , где  $T = 2\pi/\Omega$ ,  $Q = \ln q / (2\pi\sigma)$  определяет количество периодов модуляции, в течение которых происходит преобразование. При указанных выше параметрах  $m = 10^{-4}$ ,  $\sigma = 0.25m$  и  $q = 2$  имеем  $Q = 4410$ , тогда, например, при  $F = 100 \text{ МГц}$  получим  $\tau = 44.1 \text{ мкс}$ . Затухание в стекле, из которого изготавливаются ВС с погонным затуханием менее 0.2 Дб/км в полосе наибольшей прозрачности, составляет  $4 \cdot 10^4 \text{ Дб}/\text{с}$  или 1.76 Дб за время  $\tau = 44.1 \text{ мкс}$ . Учитывая, что в процессе преобразования длина волны изменяется, а затухание зависит от длины волны, в некоторых применениях именно затухание, несмотря на то что оно на 5 порядков ниже, чем в нелинейных кристаллах, может оказаться фактором, ограничивающим эффективность преобразования. Уменьшение периода модуляции  $T$  ведет к пропорциональному уменьшению  $\tau$  и  $\alpha_{lt}$ . Однако при этом сокращается ширина световодов и их способность удерживать введенное в них излучение. Как указывалось, эта ширина может быть увеличена, если толщину  $h$  стенок каллияра выбрать близкой к  $\Lambda/2$ . В любом случае общее время преобразования, которое и определяет затухание световой волны, равно  $QT$ .

Из сопоставления интенсивности акустической волны  $I_{ac} = 2Cm^2v_a/(n_{glass}^4 p^2)$ , обеспечивающей заданный коэффициент модуляции  $m$ , где  $C = 8.6 \cdot 10^{10} \text{ Н}/\text{м}^2$  — модуль упругости,  $n_{glass}$  — показатель преломления стекла,  $p = 0.271$  — фотоупругий коэффициент [1], с интенсивностью световой волны  $I_{lt} = 2m^2\varepsilon_0c/(n_{cryst}^3 X_{(2)}^2)$ , обеспечивающей такой же коэффициент модуляции, где  $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}$ ,

$\chi_{(2)} \cong 40 \cdot 10^{-12}$  м/В — наибольший коэффициент нелинейности кристалла типа LiNbO<sub>3</sub> [6],  $n_{\text{cryst}}$  — показатель преломления нелинейного кристалла, можно убедиться, что интенсивность первой оказывается приблизительно в 10<sup>5</sup> раз меньше, чем второй. Учитывая, что мощность акустического излучения, получаемого с помощью пьезопреобразователей, гораздо дешевле мощности когерентного оптического излучения, использование акустических волн вместо световых для преобразования светового излучения представляется вполне оправданным.

Из приведенного рассмотрения следует, что экспериментальная проверка полученных результатов может быть осуществлена в любом коническом капилляре или фоконе, для которого справедливо одностороннее неравенство (20). При этом специфика преобразования такова, что отсутствуют какие-либо критические размеры или параметры, которые требуются поддерживать с большой точностью. При существующей технологии изготовления ВС выполнение неравенства (20) не представляет труда. Для конкретного конического капилляра с заданными длиной, начальным и конечным диаметрами все остальные рассматриваемые параметры: закон изменения диаметра вдоль длины, частота и коэффициент модуляции, несущая преобразуемой световой волны могут независимо изменяться в достаточно широких пределах. Из этого следует, что преобразование света с длиной волны  $\lambda$  может осуществляться в различных конических капиллярах и, наоборот, в одном и том же коническом капилляре может осуществляться преобразование света с различными длинами волн (одновременно или поочередно).

## Выводы

Таким образом, подвижные световоды и образованные на их основе резонаторы проявляют интересные для практического применения свойства — энергия введенного в них светового излучения может увеличиваться с соответствующим увеличением несущей. В таких световодах нарушается симметричное распределение поля относительно их оси симметрии, что приводит к тому, что большая часть световой энергии оказывается сосредоточенной в областях, где происходит постоянное уменьшение показателя преломления  $n$ . В присутствии поля световой волны такое уменьшение  $n$  требует энергии, равной работе по преодолению давления света при сжатии стенок резонатора. Рассмотренные эффекты могут происходить в областях с относительно небольшими габаритами, например в фоконе с диаметром менее 1 мм и длиной около 100 мм. Эффекты проявляются в любом диапазоне длин волн, но могут использоваться с наибольшим успехом там, где световоды имеют достаточно малое затухание. Одновременно в преобразовании могут участвовать волны с различными несущими, возможно преобразование как когерентного, так и некогерентного излучения. Поскольку преобразование происходит постепенно при распространении света вдоль световода, то, выводя частично свет с различных участков световода, можно получать излучение с требуемым спектральным составом. В преобразователях могут использоваться элементы и материалы, давно применяемые в акустооптике.

Работа выполнена при частичной поддержке Международного научного фонда (грант № MPF000).

## Список литературы

- [1] Бондаренко В.С., Зоренко В.П., Чкалова В.В. Акустооптические модуляторы света. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
  - [2] Торчигин В.П. // Квантовая электрон. 1993. Т. 20. № 4. С. 283–286.
  - [3] Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. М.: Мир, 1989. 560 с.
  - [4] Торчигин В.П. // Квантовая электрон. 1995. Т. 22. № 5. С. 470.
  - [5] Гурзарян Г.Г., Дмитриев В.Г., Никогосян Д.Н. Нелинейно-оптические кристаллы. М.: Радио и связь, 1991. 240 с.
  - [6] Волноводная оптоэлектроника / Под ред. Тамира Т. М.: Мир, 1991. 575 с.
  - [7] Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
  - [8] Дузер Т.В., Тернер Ч.У. Физические основы сверхпроводниковых устройств и цепей. М.: Радио и связь, 1984. 344 с.
  - [9] Торчигин В.П. // Квантовая электрон. 1992. Т. 19. № 4. С. 389–392.
  - [10] Torchigin V.P.// Optical Computing and Processing. 1991. Vol. 1. N 4. P. 337–347.
  - [11] Диэлектрические резонаторы / Под ред. М.Е. Ильченко. М.: Радио и связь, 1989. 328 с.
  - [12] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
-