

04

## О СТРИМЕРНОМ ПРОБОЕ ВОЗДУХА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© А.В.Ивановский

(Поступило в Редакцию 8 июня 1995 г.)

Стримерный пробой воздуха в однородном электрическом поле рассматривается как движение изолированного электрического заряда. Построена квазиодномерная математическая модель для описания такого движения. Получены зависимости скорости распространения, радиуса канала стримера от напряженности электрического поля. Показано, что минимальная величина поля, необходимая для поддержания стримерного пробоя, определяется полем, в котором прилипание минимально. Получены минимальные скорости и заряд, переносимый стримером

### Введение

Рассматривается следующая задача. Имеется однородное электрическое поле  $E_0$  и заряд  $Q_0$ , гальванически не связанный с электродами, создающими поле. Требуется определить установившуюся скорость продвижения этого заряда в воздушной среде и его пространственное распределение.

Задача в близкой постановке рассматривалась в [1,2]. При этом предполагалось, что заряд сосредоточен на головке стримера и проводимость воздуха за головкой (в канале) пренебрежимо мала. Вопрос о механизме поддержания заряда головки, необходимого для создания сильного поля, ионизирующего воздух на фронте оставался открытым. Этот механизм обсуждается в [3,4]. Сильное поле у головки создается путем поляризации в поле  $E_0$  проводящего участка канала (плазменного элемента) с длиной, определяемой длиной прилипания электронов к молекулам кислорода. В рамках такого представления проведено качественное рассмотрение задачи, получены оценки основных величин, характеризующих стримерный разряд в однородном поле [5]. В частности, может быть понят наблюдаемый экспериментально факт существования минимальной величины  $E_0$  ( $E_0 \geq E_m \approx 4.5$  кВ/см [4]), при которой возможно распространение стримерного разряда в воздухе. Величина  $E_m$  составляет  $\approx 15\%$  от пробойного поля  $E^*$  (поля, в котором частоты ионизации и прилипания сравниваются).

Расчетная модель, адекватно отражающая формирование и распространение стримера, должна самосогласованно описывать процессы в окрестности головки и канале. Такие модели разработаны [6,4]. Подробно состояние вопроса изложено в [7].

Как указано в [7], недостатком имеющихся моделей является то, что радиус канала  $r_0$  в них берется, как правило, из экспериментов  $r_0 = 10^{-3} - 10^{-1}$  см [4,8] или выбирается из каких-либо иных соображений, а не получается в рамках самой модели, т. е. величина  $r_0$ , вообще говоря, не согласована с исходными параметрами задачи (в рассматриваемом случае с  $E_0, Q_0$ ). В настоящей работе делается попытка построения расчетной модели для описания установившегося режима распространения стримера в воздухе в однородном электрическом поле, свободной от указанного недостатка. А также получение в рамках этой модели связи основных величин, характеризующих стример, а именно скорости распространения  $v$  и радиуса канала  $r_0$  с параметрами  $Q_0, E_0$ .

### Физическая модель стримера

Изложенные соображения [3-5] позволяют характеризовать стример в установившемся режиме следующим распределением заряда  $q_{st}$  по длине:

$$q_{st} = q_0 \begin{cases} 0, & z > z_f, \\ \exp\left(\frac{z-z_f}{\lambda}\right), & z < z_f \end{cases} + q_1 \delta(z - z_f) = q_c + q_h, \quad (1)$$

где  $z_f$  — координата фронта.

Полный заряд стримера  $Q_0$  определяется из

$$Q_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} q dz = q_0 \lambda + q_1, \quad (2)$$

т. е. равен сумме заряда канала  $q_0 \lambda$  и заряда головки  $q_1$ . Указанный заряд движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $z$ . В соответствии с [3,4] масштаб  $\lambda$ , характеризующий распределение заряда по каналу, оценивается из  $\lambda = v/\nu_{att}$ , где  $\nu_{att}$  — частота прилипания электронов к молекулам воздуха. Считается, с одной стороны, область локализации заряда головки  $q_1$  много меньше радиуса  $r_0$  [5], с другой стороны,  $r_0 \ll \lambda$ .

Из уравнения непрерывности следует, что распределение заряда (1) соответствует ток  $I$ , равный

$$I = v q_{st}. \quad (3)$$

Заряд стримера (1) создает в пространстве электрическое поле, напряженность которого  $\mathbf{E}$  может быть определена путем решения уравнения Пуассона для потенциала  $\varphi$

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0},$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (4)$$

где  $\rho = q_{st}/(\pi r_0^2)$  — плотность заряда,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении (4) необходимо потребовать выхода поля  $\mathbf{E}$  на значение  $\mathbf{E}_0$  на бесконечности. В результате ударной ионизации воздуха в электрическом поле  $\mathbf{E}$  образуются свободные носители заряда (электроны и ионы), т. е. возникает проводимость  $\sigma$ . Именно эта проводимость и обеспечивает распространение заряда  $q_{st}$  со скоростью  $v$ . Ее величина может быть определена из

$$\sigma = ek_e n_e, \quad (5)$$

где  $k_e(E)$  — подвижность электронов.

Для нахождения концентрации электронов проводимости  $n_e$  необходимо решить уравнение кинетики ионизации

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \text{div}(k_e \mathbf{E} n_e) = \nu_{ion} n_e - \nu_{att} n_e, \quad (6)$$

где  $\nu_{ion} = \alpha_t k_e E$  — частота ионизации,  $\alpha_t$  — первый коэффициент Таунсенда.

В (6) пренебрегается диффузией и рекомбинацией частиц, а также отлипанием электронов от отрицательных ионов.

При решении (6) возникает вопрос о появлении первичных электронов, дающих начало электронным лавинам. Будем считать, что они возникают в результате разрушения электрическим полем отрицательных ионов, концентрация которых оценивается из  $n_0 \approx 10^3$  1/см<sup>3</sup> [8]. Математически это моделируется путем задания начального условия при решении (6)

$$n_e \Big|_{E=E^*} = n_0, \quad (7)$$

т. е. считается, что при достижении пробойного поля  $E^*$  ( $\nu_{ion} > \nu_{att}$  при  $E > E^*$ ) отрицательные ионы разрушаются.

Отметим, что, связав плотность заряда  $\rho$  с плотностью тока проводимости  $\sigma \mathbf{E}$  соотношением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\sigma \mathbf{E}) = 0, \quad (8)$$

мы полностью замыкаем постановку задачи, т. е. решая совместно уравнения (4)–(8) с начальным зарядом  $Q_0$  (например, в виде плотности заряда  $\rho = Q_0 \delta(r)$ ) до установления, получим искомый результат — установившуюся скорость  $v$ , распределение заряда  $\rho$  и т. д. Упростим математическую постановку, воспользовавшись физическими соображениями, а именно предполагаемым распределением плотности заряда (1) и наработками в области построения моделей стримера [6,4].

Решение уравнений (4) с распределением заряда (1) и выходом напряженности электрического поля на значение  $E_0$  на бесконечности вблизи оси стримера ( $r = 0$ ), имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2,$$

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} + E_0, \quad (9)$$

где

$$\varphi_0 = \frac{q_0}{\pi \epsilon_0 r_0} \exp[(z - z_f)/\lambda] \int_0^\infty \frac{J_1(r_0 s)}{s^2 - 1/\lambda^2} ds \begin{cases} 0, & z > z_f, \\ 1, & z \leq z_f, \end{cases}$$

$$\varphi_1 = \frac{q_0}{2\pi \epsilon_0 r_0} \int_0^\infty \frac{J_1(r_0 s)}{s} ds \begin{cases} \frac{\exp[-s(z - z_f)]}{s + 1/\lambda}, & z > z_f, \\ \frac{\exp[s(z - z_f)]}{s - 1/\lambda}, & z \leq z_f, \end{cases}$$

$$\varphi_2 = \frac{q_1}{2\pi \epsilon_0 r_0^2} \left\{ ((z - z_f)^2 + r_0^2)^{0.5} - |z - z_f| \right\},$$

интегралы в (9) при  $z \leq z_f$  следует понимать в смысле главного значения,  $J_1(x)$  — функция Бесселя первого порядка.

Рассмотрим область канала  $z < z_f$ . С точностью до членов порядка  $r_0/\lambda \ll 1$  выражение для  $\varphi_0$  имеет вид

$$\varphi_0 = \frac{q_0}{C_0} \exp[(z - z_f)/\lambda] = \frac{q_c}{C_0}, \quad (10)$$

где

$$C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln\{2\lambda/r_0 - \gamma + 0.5\}}$$

— погонная емкость канала стримера ( $\gamma = 0.577215665$  — постоянная Эйлера).

Приравняв выражение для тока в канале  $I_0 = \pi r_0^2 \sigma E_x$ , записанное в предположении однородности по сечению  $\sigma$  и  $E_x$ , значению  $I_0 = v C_0 \varphi_0$ , следующему из (1), (3), (10), получаем

$$\varphi_0 = \frac{\pi r_0^2 \sigma E_x}{C_0 v}. \quad (11)$$

Уравнения (9), (11) дают замкнутую систему для определения поля  $E_x$ , погонного заряда  $q_c$  и тока  $I_0$  в канале. Эта система может быть записана в виде

$$\frac{d\varphi_0}{dz} + E_x = E_0 E_1(q_0, \lambda) + E_2(q_1),$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi r_0^2 \sigma E_x}{v C_0} = \frac{q_c}{C_0},$$

$$I_0 = vq_c = vC_0\varphi_0, \quad (12)$$

где

$$E_1(q_0, \lambda) = \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0 r_0} \int_0^\infty \frac{J_1(y)}{y - r_0/\lambda} \exp[y(z - z_f)/r_0] dy,$$

$$E_2(q_1) = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 r_0^2} \left\{ 1 + \frac{(z - z_f)/r_0}{\sqrt{1 + (z - z_f)^2/r_0^2}} \right\} \quad (z < z_f).$$

Рассмотрим область головки. Поскольку заряд головки локализован в узком слое ( $\ll r_0$ ), то связь между погонным зарядом и потенциалом, аналогичная (10), здесь отсутствует. Поэтому будем исходить из локально-плоского приближения. В отличие от классической постановки задачи о плоском фронте ионизации (см., например, [9]) учтем двумерность задачи путем модельного введения полной плотности тока (суммы токов смещения и проводимости), отличной от нуля.

С учетом изложенного, уравнение для определения напряженности поля  $E_x$  вблизи головки в установившемся режиме

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

запишется в виде

$$j_0(z) = -v\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial z} + \sigma E_x. \quad (13)$$

При выборе зависимости плотности тока  $j_0$  от координаты  $z$  будем исходить из следующих соображений.

1. Поле  $E_x = E_1 + E_2 + E_0$  вблизи фронта ( $z > z_f$ ) определяется из (9). Ассимптотика

$$E_1 = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial z}$$

при  $\lambda/r_0 \gg 1$  и

$$E_2 = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial z}$$

имеют вид

$$E_1(q_0) \cong \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0 r_0^2} \left\{ ((z - z_f)^2 + r_0^2)^{0.5} - (z - z_f) \right\}, \quad (\lambda/r_0 \gg 1),$$

$$E_2(q_1) = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 r_0^2} \left\{ 1 - \frac{z - z_f}{\sqrt{(z - z_f)^2 + r_0^2}} \right\}. \quad (14)$$

2. Соответствующая (14) плотность тока ( $\sigma \equiv 0$ ) имеет вид

$$j^+ = -v\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial z} = j_1 + j_2, \quad (15)$$

$$j_1 = \frac{v}{2\pi r_0^2} q_0 \left( 1 - \frac{(z - z_f)}{\sqrt{(z - z_f)^2 + r_0^2}} \right), \quad j_2 = \frac{v}{2\pi} q_1 \left( (z - z_f)^2 + r_0^2 \right)^{1.5}.$$

3. За головкой плотность тока определяется из (см. (1), (3))

$$j^- = \frac{I_0}{\pi r_0^2} = \frac{v q_0}{\pi r_0^2}. \quad (16)$$

4. Из (15), (16) видно, что для обеспечения непрерывности плотности тока  $j^-(z = z_f) = j^+(z = z_f)$  необходимо потребовать

$$q_1 = r_0 q_0, \quad (17)$$

т.е. ток канала поддерживает на головке заряд, равный по величине заряду канала на длине, определяемой его радиусом.

В предположении бесконечно узкого фронта (13) с учетом (15)–(17) примет вид

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 v} E_x = -\frac{q_0}{2\pi\epsilon_0 r_0^2} \begin{cases} 1 - \frac{(z - z_f)}{\sqrt{(z - z_f)^2 + r_0^2}} + \frac{r_0^3}{(\sqrt{(z - z_f)^2 + r_0^2})^3}, & z > z_f, \\ 2, & z < z_f. \end{cases} \quad (18)$$

Уравнение (18) и есть искомое уравнение для определения поля  $E_x$  в окрестности головки стримера.

В принятых приближениях однородных по сечению канала и головки  $E_x$ ,  $\sigma$  уравнения кинетики ионизации воздуха (5), (6) в установившемся режиме

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -v \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

переписутся в виде

$$\frac{\partial n}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial z} (k_e E_x n_e) = -\frac{1}{v} (\nu_{ion} - \nu_{att}) n_e, \quad (19)$$

$$\sigma = e k_e n_e.$$

Естественно также считать, что коэффициенты кинетики ионизации  $\nu_{ion}$ ,  $\nu_{att}$ ,  $k_e$  зависят только от продольной компоненты поля  $E_x$ . При проведении расчетов эти зависимости брались из [8]. На рис. 1 представлены величины  $\nu_{ion}$ ,  $\nu_{att}$  как функции  $E$ . При малых  $E$  прилипание идет в трехчастичных столкновениях, при больших ведет механизм диссоциативного прилипания с образованием атома и атомарного иона кислорода. Минимум частоты прилипания соответствует переходу с одного канала на другой. Соответствующее данным коэффициентам кинетики ионизации пробойное поле составляет  $E^* = 28.25$  кВ/см.

При описании электрического поля вблизи головки в [6,4] предполагалось, что оно имеет сферическую симметрию, т.е. учитывалось

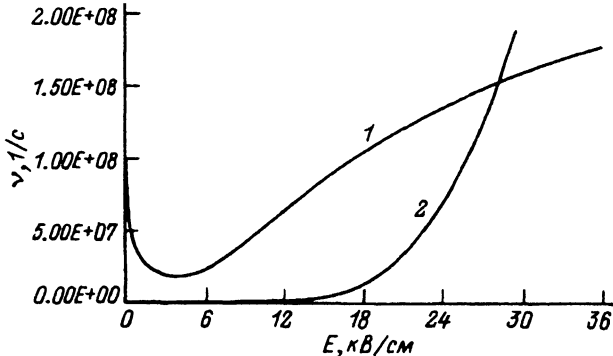


Рис. 1. Зависимости от поля  $E$  частот прилипания (1), ионизации (2).

поля  $E_2$  и плотность тока  $j_2$  (см. (12), (15), (18)) и пренебрегалось влиянием поля  $E_1$  и плотности тока  $j_1$ , создаваемых зарядами канала на движение головки. Вблизи фронта  $|z - z_f|/r_0 \leq 1$  или на достаточном удалении  $|z - z_f|/\lambda \geq 1$ ,  $E_1 \approx (z - z_f)^2$ , т. е. асимптотики  $E_1$  имеют сферическую симметрию, как и  $E_2$ . Отсюда следует, что при несильных перенапряжениях ( $E_z \geq E^*$  при  $(z - z_f)/r_0 \leq 1$ ) приближение сферической симметрии поля вблизи головки может быть оправдано. В случае больших поляризации последовательный подход требует разделения полей сферической и цилиндрической симметрии.

В уравнениях (12) в отличие от [6,4] в явном виде выделен потенциал кабельной волны  $\varphi_0$ , т. е. часть потенциала, линейно связанная с погонным зарядом. Это привело к появлению дополнительных источников  $E_1, E_2$ .

### Математическая постановка задачи

Введем безразмерные величины:  $x = (z - z_f)/r_0$ ;  $E = E_x/E^*$ ;  $q = q_0/(2\pi\epsilon_0 r_0 E^*)$ ;  $L = \lambda/r_0$ ;  $n = n_e/n^*$ ;  $k = k_e/k^*$ . Уравнение для поля  $E$  и погонного заряда  $q$  принимает вид (см. (12))

$$\frac{dq}{dx} + C'_0(L)E = C'_0(L)(E'_0 + q'_0 E_q(L, x)), \quad (20)$$

$$q = \frac{\tau_0}{\tau_m} nk(E)E, \quad x < 0,$$

где  $C'_0 = \ln(L - \gamma + 0.5)$ ,  $q'_0 = q_0/(2\pi\epsilon_0 r_0 E^*)$  — безразмерные погонная емкость и максимальное значение погонного заряда стримера;  $E'_0 = E_0/E^*$  — безразмерное поле;  $\tau_0 = r_0/v$  — характерное время нарастания поля на фронте;  $\tau_m = 2\epsilon_0/(ek^*n^*)$  — максвеловское время релаксации заряда;

$$E_q(L, x) = \int_0^\infty \frac{J_1(y) \exp(yx)}{y - 1/L} dy + 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Уравнение для определения поля  $E$  на головке стримера (18) с учетом (3) запишутся так:

$$\frac{dE}{dx} - \frac{2\tau_0}{\tau_m} nk(E)E = -q_0 \begin{cases} 1 - x(1+x^2)^{-0.5} + (1+x^2)^{-1.5}, & x < 0, \\ 2, & x > 0, \end{cases} \quad (21)$$

$$q = \frac{\tau_0}{\tau_m} nk(E)E.$$

Уравнение для определения безразмерной концентрации электронов проводимости  $n$  (19) выглядят следующим образом:

$$\frac{dn}{dx} + \beta \frac{v_{dr}^*}{v} \frac{d}{dx} (nk(E)E) = (\nu_{att} - \nu_{ion})\tau_0 n, \quad (22)$$

где  $v_{dr}^* = k^* E^*$  — характерная скорость дрейфа электронов.

В (20)–(22) считается  $E > 0$ ,  $q > 0$ . При этом  $\beta = 1$ , если знаки  $Q_0$ ,  $E_0$  совпадают (положительный стример),  $\beta = -1$ , если знаки  $Q_0$ ,  $E_0$  различны (отрицательный стример),  $\beta = 0$ , если дрейфом электронов пренебрегается. Не нарушая общности, значения  $n^*$ ,  $k^*$ , а следовательно, и  $\tau_m$ ,  $v_{dr}^*$  могут быть выбраны произвольно.

Безразмерный полный заряд стримера (2) определяется из

$$Q = \frac{Q_0}{2\pi\epsilon_0 r_0^2 E^*} = \int_{-\infty}^{+\infty} q dx = q'_0(L+1). \quad (23)$$

В случае  $\beta = 0$  при заданном поле  $E'_0$  решение уравнений (20), (21), (22) с условием (23) на заряд стримера определяется тремя параметрами: временем нарастания поля  $\tau_0$ , величиной погонного заряда  $q'_0$ , пространственным масштабом  $L$ . Эти три параметра могут быть найдены из следующих трех условий: равенства погонного заряда канала и головки, получаемых соответственно путем совместного решения уравнений (20), (22) и (21), (22) в точке ошибки решений в окрестности фронта; равенства соответствующих концентраций электронов (или с учетом первого полей  $E$ ); выполнения соотношения (23) для полного заряда.

Алгоритм решения может быть следующим.

1. Задаем характерное время нарастания поля  $\tau_0$ .

2. Путем совместного решения (21), (22) в области  $x > x^*$  ( $x^* < 0$ ) до выхода  $q$  на квазистационарное значение  $q = q'_0$  подбираем  $q'_0$ , из условия достижения максимума  $q$  в  $x = 0$ . Определяем соответствующее квазистационарное значение  $E = E^+$  ( $n = n^+$ ). Значение  $x^*$  определяется из  $E(x^*) = E^*$  или (см. (21) при  $n \equiv 0$ )

$$E^* = \left(1 + (1+x^{*2})^{-0.5}\right) \left(x^* (1+x^{*2})^{0.5}\right). \quad (24)$$

Начальные условия при решении (21), (22) следующие:

$$E(x = x^*) = E^*; \quad n(x = x^*) = \frac{n_0}{n^*}. \quad (25)$$



3. Ищем совместное решение (20), (22) в области  $-\infty < x \leq 0$ , удовлетворяющее условиям  $q(x=0) = q'_0$ ,  $E(x=0) = E^+$  ( $n(x=0) = n^+$ ); (23). При этом параметр  $L$  варьируется. Если такое решение существует, то значения  $\tau_0$ ,  $q'_0$ ,  $l$ , а также безразмерный заряд  $Q$  являются параметрами стримера, реализующимися при  $E = E'_0$ . Если нет, то задаем новое значение  $\tau_0$  (1.) и повторяем всю процедуру 2.-3., и т. д.

При  $x \rightarrow -\infty$  (20) имеет нефизическое экспоненциально расходящееся решение. Поэтому решение в области  $-\infty < x \leq 0$  с условиями  $n(x=0) = n^+$ ;  $q(x=0) = q'_0$  является математически некорректной задачей. Корректная постановка требует задания граничных условий при  $x = -\infty$ . Указанная особенность является следствием эллиптичности исходной системы уравнений (4), для получения устойчивого решения которой требуется задание условий на потенциал на обеих границах по  $z$  рассматриваемой области. Физически разумным является решение (20), (22), выходящее на следующую асимптотику при  $x \rightarrow -\infty$ :  $E \rightarrow E'_0$ ;  $q \rightarrow 0$ ;  $n \rightarrow 0$ . Асимптотическая связь между  $q$  и  $n$  получается из (20)

$$n = q \frac{\tau_m}{\tau_0 k (E'_0) E'_0}, \quad x \rightarrow -\infty. \quad (26)$$

Видно, что уравнения (20), (22) целесообразно решать методом "стрельбы" из  $x \rightarrow -\infty$ . При этом выход из  $x \rightarrow -\infty$  определяется (26).

При  $\beta = \pm 1$  процедура решения (20), (22) и (21), (22) полностью аналогична. Дополнительно, для решения (22) необходимо задать скорость  $v$ . При этом стример характеризуется размерными величинами:  $E_0$ ;  $Q_0$  и соответствующими  $\tau_0$ ,  $v$ ,  $q_0$ ,  $\lambda$ . Радиус  $r_0$  определяется по  $v$  и полученному при решении  $\tau_0$ .

### Анализ решения

На рис. 2 представлены результаты решения (21), (22) при  $\beta = 0$ ,  $E'_0 = 0.2$ ,  $\tau = 0.0065$ . Погонная плотность заряда имеет пик шириной

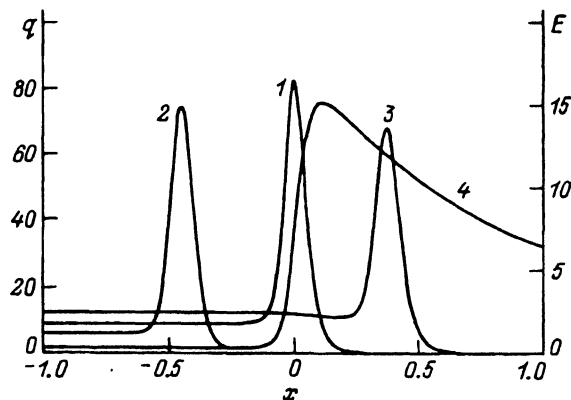


Рис. 2. Зависимости погонного заряда  $q$  от координаты  $x$ .  
 $q_0$ : 1 — 8.7, 2 — 12, 3 — 5.7, 4 — поле  $E$   $q_0 = 8.7$ .

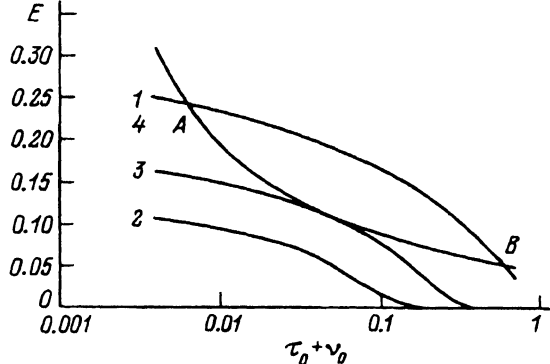


Рис. 3. Зависимость напряженности поля  $E$  от  $\tau_0$ .

1 —  $E^{++}$  при  $E_0 = 0.135$ , 2 —  $E^-$  при  $E_0 = 0.1$ , 3 —  $E^-$  при  $E_0 = 0.135$ , 4 —  $E^-$  при  $E_0 = 0.2$ .

$\approx 0.1$  вблизи фронта и выходит на квазистационарное значение  $q'_0$ , которое и является граничным условием для решения (20), (22), (23). То есть, как и предполагалось при выводе уравнений (21), заряд головки локализован в узкой области  $\Delta x \ll r_0$ . При выбранных  $\tau_0$ ,  $E_0$  значение  $q'_0 = 8.7$  является истинным, поскольку при нем заряд головки сконцентрирован в окрестности  $x = 0$ . Поле  $E$  выходит также на квазистационарное значение  $E = 0.242$ . Это значение и является граничным ( $E^+$ ) для решения (20), (22), (23).

На рис. 3 кривой 1 представлена зависимость  $E^+$  от  $\tau$  ( $\nu_0 = 10^8$  1/с) при  $E'_0 = 0.135$ . Кривыми 2, 3, 4 иллюстрируются аналогичные зависимости  $E^- = E(x \rightarrow -0)$ , полученные путем решения (20), (22), (23) с граничным условием  $q(x = -0) = q'_0$  для полей  $E'_0 = 0.1, 0.135, 0.2$ . Значения  $E_+(\tau_0)$  слабо зависят от  $E'_0$  (кривая соответствует  $E'_0 = 0.135$ ). Из анализа рис. 3 следует, что при  $E'_0 < E_{\min} = 0.135$  ( $E_{\min} = 3.8$  кВ/см) совместного решения (20)–(23) не существует, т.е. стационарное распространение стримера невозможно; в поле  $E'_0 = E'_{\min}$  кривые  $E^+(\tau_0)$ ,  $E^-(\tau_0)$  касаются (пересекаются в одной точке), т.е. решение урав-

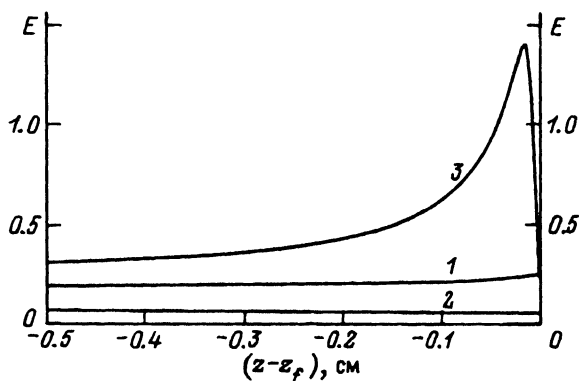


Рис. 4. Пространственное распределение поля по каналу при  $E'_0 = 0.2$ ,  $Q_0 = 8.3$  нК.

1 — точка А, 2 — точка В, 3 —  $E'_0 + q'_0 \cdot E_q$ , точка А.

ней модели однозначно; поле  $E_{\min}$  совпадает по величине с полем, в котором частота прилипания электронов минимальна (рис. 1); при  $E'_0 > E'_{\min}$  имеются две точки пересечения ( $A, B$  на рис. 3), т. е. при заданных  $Q_0$  и  $E_0$ , в рамках модели получается два возможных режима распространения стримера.

Попробуем установить, какой из двух возможных режимов реализуется. На рис. 4 показано распределение электрического поля по длине при  $Q_0 = 8.3$  нК и  $E'_0 = 0.2$ . Кривая 1 построена для  $\tau_0 \nu_0 = 0.0065$  (точка  $A$  на рис. 3),  $\tau_0 = 0.01$  см ( $Q = 5.328 \cdot 10^3$ );  $\lambda = 6.125$  см;  $v = 1.54 \cdot 10^8$  см/с. Кривая 2 для случая  $\tau_0 \nu_0 = 0.6$  (точка  $B$  на рис. 3):  $\tau_0 = 0.208$  см ( $Q = 12.3$ );  $v = 3.47 \cdot 10^7$  см/с;  $\lambda = 2.15$  см. Оценивая времена спада проводимости  $\tau \approx \lambda/v$ , получаем  $\tau_A \approx 4 \cdot 10^{-8}$  с;  $\tau_B = 6 \cdot 10^{-8}$  с. Частоты  $\nu_A \approx 2.5 \cdot 10^7$  1/с;  $\nu_B \approx 1.7 \cdot 10^7$  1/с близки к характерным частотам прилипания (рис. 3).

В случае режима  $A$  напряженность электрического поля по длине канала близка к  $E'_0$ . В случае  $B$  напряженность заметно меньше  $E'_0$ , что эффективно уменьшает частоту прилипания (рис. 1). Сравнение с рис. 1 показывает, что в случае  $A$  параметры канала, а следовательно, и стримера определяются диссоциативным механизмом прилипания электронов к молекулам кислорода. В случае  $B$  — трехчастичным, т. е. реализация двух возможных режимов распространения связана с существованием двух каналов прилипания электронов. При ограничении тока диссоциативным прилипанием стример распространяется (при данных  $Q_0, E_0$ ) с большей скоростью и более вытянут, нежели в случае ограничения тока прилипанием в трехчастичных столкновениях. Энергия, затрачиваемая внешним электрическим полем на продвижение стримера на единицу длины пути, одинакова в обоих случаях и равна  $E_0 \cdot Q_0$ .

Существование минимального поля  $E_{\min}$ , обеспечивающего продвижение стримера, может быть понято следующим образом. При  $E_0 < E_{\min}$  режим  $A$  не может реализоваться, поскольку при этом  $E \approx E_0$  и ограничение тока неминуемо происходит механизмом трехчастичного прилипания (режим  $B$ ). С другой стороны, режим  $B$  также не реализуем по следующим причинам: в соответствии с правилом равных площадей [9]  $E < E_0$ ; при  $E_0 < E_{\min}$  уменьшение поля приводит к росту частоты прилипания (рис. 1), а следовательно, к перекрытию токового канала, обеспечивающего поддержание заряда на головке.

Можно высказать предположение, что в реальных условиях реализуется режим с ограничением тока диссоциативным прилипанием (случай  $A$ ) как обеспечивающий наиболее быстрое распространение стримера. В пользу этого говорит сравнение приведенных выше расчетных параметров стримера с измеряемыми в опытах [4].

Отличие полученного поля  $E_{\min}$  от значения  $E_m$ , измеряемого в опытах, может быть объяснено как неточностью используемой зависимости  $\nu_{att}(E)$ , так и экспериментальными погрешностями. Отметим, что в работе [10] измеренные поля в стримерной зоне положительного лидера составили  $\approx 5$  кВ/см, что несколько больше приводимых в [4].

На рис. 5 представлены зависимости заряда  $Q$  и времени  $\tau_0$  от напряженности поля  $E'_0$ . При данных  $Q_0, E_0$  зависимость  $Q(E'_0)$  определяет радиус головки  $r_0$  (23). По величине  $r_0$  и зависимости  $\tau_0(E'_0)$

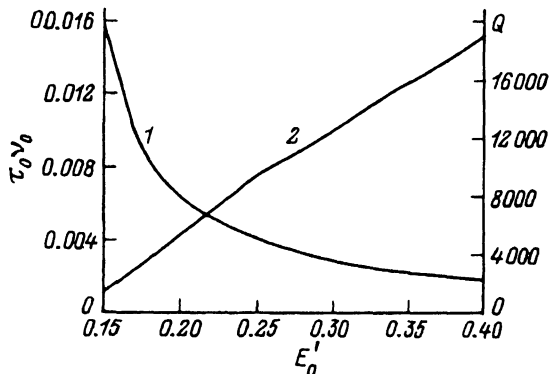


Рис. 5. Зависимости заряда стримера  $Q$  и времени  $\tau_0$  от  $E'_0$ .  
1 —  $\tau_0$ , 2 —  $Q$ .

находится скорость его распространения, т. е. при исходных  $E_0, Q_0$  параметры стримера определяются построенными на рис. 5 кривыми.

Результаты исследования влияния дрейфа электронов иллюстрируются на рис. 6, на котором представлены зависимости радиуса головки  $r_0$  и скорости стримера  $v$  ( $v_0 = 10^8$  см/с) от полного заряда, полученные с учетом ( $\beta = \pm 1$ ) и без учета дрейфа электронов при  $E'_0 = 0.2$ . Учет дрейфа приводит к снижению скорости. Радиус головки для катодонаправленного стримера ( $\beta = +1$ ) меньше, а для анодонаправленного ( $\beta = -1$ ) больше, чем в расчетах без учета дрейфа электронов. С ростом скорости или заряда различия между катодонаправленными и анодонаправленными стримерами уменьшается.

Как катодонаправленные, так и анодонаправленные стримеры имеют минимальную скорость  $v_{\min}$  (заряд  $Q_{\min}$ ), при которой возможно стационарное распространение. Для анодонаправленных стримеров при  $E'_0 = 0.2$   $v_{\min} = 5 \cdot 10^7$  см/с,  $Q_{\min} = 3.8$  нК; при  $E'_0 = 0.25$   $v_{\min} = 2.7 \cdot 10^7$  см/с,  $Q_{\min} = 3.13$  нК. С ростом  $E'_0$   $v_{\min}$  стремится к скорости дрейфа электронов в пробойном поле  $v_{dr}(E^*) = 1.38 \cdot 10^7$  см/с.

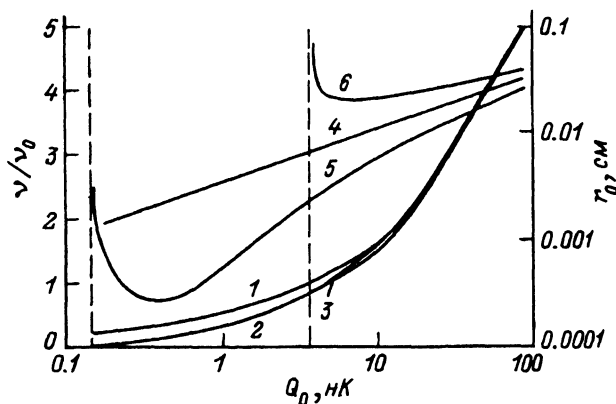


Рис. 6. Зависимости от  $Q_0$  скорости стримера  $v$  при 1 —  $\beta = 0$ , 2 —  $\beta = +1$ , 3 —  $\beta = -1$  и радиуса канала  $r_0$  при 4 —  $\beta = 0$ , 5 —  $\beta = +1$ , 6 —  $\beta = -1$  и  $E'_0 = 0.2$ .

Для катодонаправленных стримеров соответствующие значения составили  $Q_{\min} = 0.15$  нК,  $v_{\min} = 3.9 \cdot 10^6$  см/с. Минимальная скорость в этом случае близка к скорости дрейфа электронов в поле  $E_0$ .

Наличие минимальных скоростей распространения может быть объяснено следующим образом. Для анодонаправленных стримеров при  $v \rightarrow v_{dr}(E^*)$  пробой затруднен из-за экранировки поля на головке выносимым вперед зарядом. Для катодонаправленных при  $v \rightarrow v_{dr}(E_0)$  затруднена подпитка головки со стороны канала из-за выноса электронов в противоположную от головки сторону. Экспериментальные работы, в которых была бы зарегистрирована минимальная скорость анодонаправленных стримеров, авторам неизвестны. В [11] определена минимальная скорость катодонаправленной импульсной короны, которая составила  $v \approx 10^7$  см/с.

Не учтенный эффект уширения канала стримера цилиндрической волной ионизации [12,7], как показывают оценки, в рассматриваемой задаче несильно сказываются на результатах. Поскольку во времена прилипания электронов цилиндрическая волна ионизации не успевает развиться.

## Заключение

1. Рассмотрена задача о движении изолированного электрического заряда  $Q_0$  в воздухе нормальной плотности в однородном электрическом поле  $E_0$ . В результате поляризации происходит усиление поля до значений превышающих пробойное  $E^*$ . Образующиеся электроны проводимости обеспечивают продвижение заряда. Длина проводящего канала ограничивается длиной прилипания. Предполагается, что задача при определенных условиях адекватна задаче о стримерном пробое воздуха в однородном электрическом поле.

2. Сформулирована постановка задачи, сводящаяся к решению двумерного уравнения Лапласа совместно с уравнением кинетики ионизации для определения проводимости среды.

3. На основании известных представлений о структуре стримера построена квазиодномерная модель. Проведен последовательный вывод уравнений из двумерных уравнений Лапласа и кинетики ионизации среды. Сформулирована математическая постановка задачи и алгоритм решения.

4. Получено решение задачи об установившемся движении стримера. Определены зависимости скорости распространения и радиуса головки от величин  $Q_0$ ,  $E_0$ . Обсуждено соответствие с экспериментальными данными.

5. Показано, что минимальное поле  $E_0$ , требуемое для реализации стримерного пробоя, совпадает с полем, в котором прилипание электронов минимально.

6. Получен минимальный  $Q_0(E_0)$  (соответственно  $v_{\min} = v(E_0)$ ), при котором возможен стримерный пробой воздуха. Для катодонаправленных стримеров  $v_{\min}$  определяется скоростью дрейфа электронов в  $E_0$ . Для анодонаправленных  $v_{\min}$  с ростом  $E_0$  стремиться к скорости дрейфа электронов в пробойном поле.

7. В рамках модели возможен учет как пространственной нелокальности (например, убегающих электронов [13]), так и нестационарности

функции распределения электронов. В ряде случаев эти эффекты могут быть существенны на головке стримера.

8. Представляет интерес исследование перехода обсуждаемого режима в режим пробоя с формированием стримерного канала цилиндрической волной ионизации [12,7]. Можно предположить, что пороговое поля для реализации последнего является одновременно верхней границей по полю для существования рассмотренного механизма стримерного пробоя.

### Список литературы

- [1] Даусон Д., Винн Дж. // Электронные лавины и пробой в газах. М.: Мир, 1968. С. 357-371.
  - [2] Gallimberty I. // J. Phys. D. 1972. Vol. 5. P. 2179-2189.
  - [3] Базелян Э.М., Горюнов А.Ю. // Электричество. 1986. № 11. С. 27-33.
  - [4] Базелян Э.М., Ражсанский И.М. Искровой разряд в воздухе. Новосибирск: Наука, 1988. 164 с.
  - [5] Дьяконов М.И., Качоровский В.Ю. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. Вып. 3(9). С. 895-907.
  - [6] Гайворонский А.С., Ражсанский И.М. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 6. С. 1110-1117.
  - [7] Александров Н.Л., Базелян А.Э., Базелян Э.М. и др. // Физика плазмы. 1995. Т. 21. № 1. С. 60-80.
  - [8] Голубев А.И., Ивановский А.В., Соловьев А.А. и др. // ВАНТ. Сер. Теор. и прикл. физика. 1985. № 2. С. 17-27.
  - [9] Лозанский Э.Д., Фирсов О.В. Теория искры. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
  - [10] Петров Н.И., Аванский В.Р., Бомбенкова Н.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. . С. 50-60.
  - [11] Горин Б.Н., Шкилев А.В. // Электричество. 1975. № 2. С. 29-38.
  - [12] Базелян А.Э., Базелян Э.М. // ТВТ. 1994. Т. 32. С. 354-361.
  - [13] Бабич Л.П., Лойко Т.В., Цукерман В.А. // УФН. 1990. Т. 160. № 7. С. 49-82.
-