

01;09

## САМООРГАНИЗАЦИЯ МЕЖДУТИПОВЫХ КОЛЕБАНИЙ И МАЛОМОДОВЫЙ ХАОС В ОТКРЫТОМ РЕЗОНАТОРЕ

© В.Г.Курин, Б.К.Скрынник, В.П.Шестопалов

Институт радиофизики и электроники АН Украины,  
310085 Харьков, Украина  
(Поступило в Редакцию 23 ноября 1994 г.  
В окончательной редакции 7 марта 1996 г.)

Экспериментально исследованы явления самоорганизации маломодового хаоса и автостабилизации частоты, которые можно наблюдать при взаимодействии колебаний в открытом резонаторе, возбуждаемом электронным потоком. Анализ сценариев перехода к хаосу и автостабилизации проводится на основе представлений об особых точках дисперсионных уравнений — вырожденной и невырожденной морсовских критических точках. Установлена связь этих сценариев с самоорганизацией и разрушением междутиповых колебаний.

### Введение

В настоящее время существенное внимание уделяется переходу от квазипериодического движения к хаосу. Это связано не только с возможностью изучения фундаментальных свойств нелинейных эволюционных процессов, но и использования их в физике, химии, биологии. В экспериментальных исследованиях сценариев возникновения детерминированного хаоса наиболее важные результаты получены в работах с ячейкой Бенара [1], где наблюдалось одно из интереснейших явлений из области динамического хаоса — стохастическая синхронизация мод.

Естественной представляется задача создания аналогичной ячейки для исследований динамического хаоса в системах взаимодействующих электромагнитных колебаний. В данной работе в качестве ячейки применяется открытый резонатор (ОР), возбуждаемый электронным потоком (ЭП). Нелинейными элементами в ней являются составляющие модулированного ЭП. Их взаимное влияние друг на друга реализуется посредством возникающих при этом электромагнитных колебаний. Индивидуализация (разделение) нелинейностей определяется собственными степенями свободы взаимодействующих колебаний. Разряженный спектр колебаний ОР позволяет подробно исследовать

развитие неустойчивости в системе из двух взаимодействующих колебаний, а следовательно, и физические особенности, лежащие в основе самозарождения маломодового хаоса.

## Эксперимент

1. Схематический чертеж исследуемой открытой электродинамической структуры (ОЭС) приведен на рис. 1. Такое устройство известно [2] как генератор дифракционного излучения (ГДИ). ОЭС представляет собой ОР, составленный из двух зеркал, одно из которых сферoidalное, другое цилиндрическое. На сферoidalном зеркале выполнено устройство вывода энергии, на цилиндрическом размещена отражательная дифракционная решетка (ОДР), выполненная в виде гребенчатой структуры с ламелями в виде брусков прямоугольного сечения ( $l$  — период ОДР,  $a$  — расстояние между ламелями,  $h$  — их высота).

ЭП, пролетающий вблизи поверхности ОДР, возбуждает в ней поверхностное поле, распространяющееся по ее длине в виде поверхностных волн. Согласно развитой в [3] теории, спектр колебаний ОДР является дискретным (точки спектра представляют собой полюса ядер разрешающихся операторов стационарных краевых задач). В условиях эксперимента собственным значениям (спектральным точкам) ОДР соответствуют ее нормальные колебания (моды), т.е. колебания, отличающиеся продольным индексами (числом полувольт укладываемых на длине ОДР).

2. На рис. 2 приведен типичный спектр колебаний поверхностного поля возбуждаемого на ОДР ЭП. Он действительно дискретный. Регулярные участки представляют собой частотную ширину резонансной кривой (кривой поглощения) на одном типе колебания. Макси-

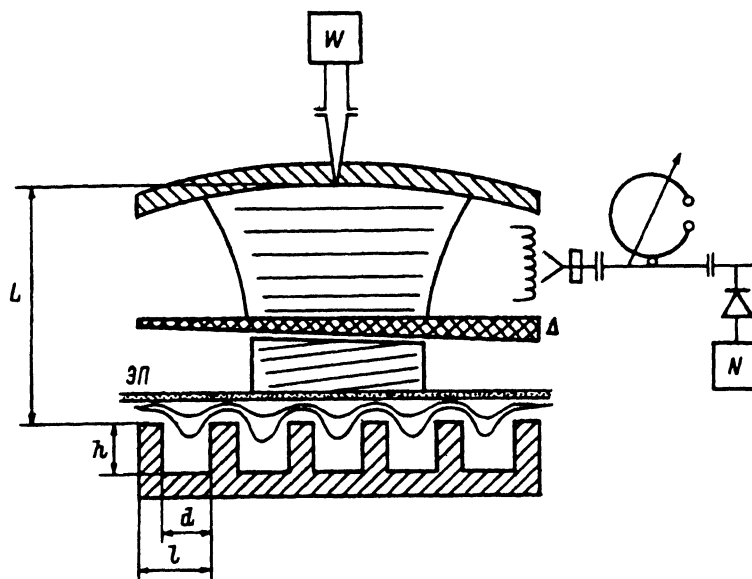


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

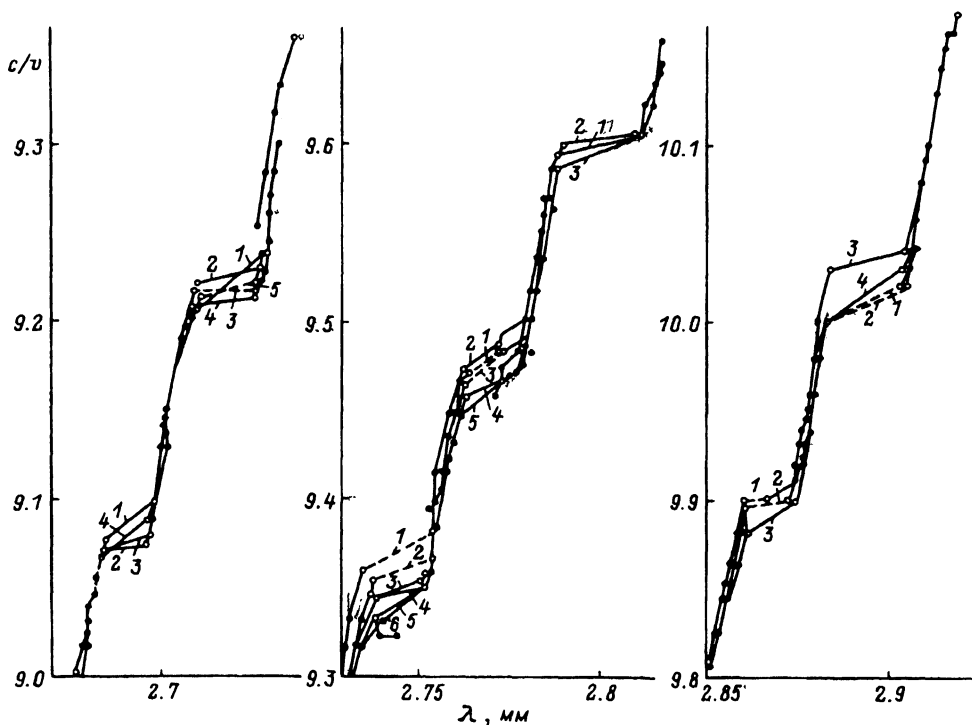


Рис. 2. Спектр поверхностных колебаний ОДР в координатах  $(c/v, \lambda)$ .  
 $c$  — скорость света,  $v$  — фазовая скорость,  $\lambda$  — длина волны.

мальное поглощение возникает на переходах между соседними колебаниями, где происходит срыв генерации и дисперсионная кривая распадается на отдельные (регулярные) участки. На переходах имеют место скачкообразные изменения частоты (показано штриховыми линиями) со срывом генерации или переходы без срыва генерации (сплошные линии) с большой крутизной электронного смещения частоты. Хорошо видно, что с изменением расстояния  $L$  между зеркалами ОР происходит расщепление переходов (цифры на графиках соответствуют различным значениям  $L$  в порядке его увеличения). Продольный индекс соседних колебаний отличается на единицу; дисперсия поля на ОДР нормальная положительная.

Таким образом, анализ дисперсионных кривых показывает, что наблюдаемые колебания, являются полями поверхностных волн, которые обычно возбуждаются ЭП на замедляющих системах в режиме лампы обратного волн. Условимся такие колебания называть первичными.

Кроме этих полей ЭП и ОДР возбуждает еще и объемное поле, энергия которого сосредоточена между зеркалами ОР. В результате переотражения от зеркал объемное поле падает на ОДР с задержкой относительно первичного. В связи с этим в ОЭС возникают сложные колебательно-волновые процессы, состоящие из первичного поля ОДР, вторичного поля, которое также является поверхностным и появилось в результате дифракции объемного поля на ОДР и объемного поля ОР. Еще раз отметим, что первые два относятся к поверхностным по-

лям ОДР. Их запаздывание относительно друг друга создает явление раздвоения нелинейности модулированного ЭП на элементарные, которые взаимодействуют между собой. При таких условиях ОЭС аналогична [4] системам с запаздыванием, для которых характерно самозарождение хаоса, в данном случае маломодового, так как в сценарии участвуют два колебания ОДР. В качестве внешнего управляющего параметра здесь выступает расстояние между зеркалами  $L$  ОР. При изменении  $L$  происходит изменение угла наклона фронта волны, падающей на ОДР, порождающей на ней вторичное поле. Следовательно, но, меняется и величина запаздывания первичного и вторичного полей ОДР относительно друг друга. Этот эффект можно усилить внесением в объем ОР диэлектрической клиновидной пластины  $\Delta$ , как это показано на рис. 1. Пластина должна быть из материала с малыми потерями. Если первичное и вторичное поля на ОДР окажутся неразличными, то такие колебания вырождены. Изменением  $L$  достигается снятие вырождения. При этом образуется некоторая полоса снятия вырождения, в которой наблюдаются указанные колебания. Для эксперимента представляют интерес точки совпадения частот колебаний (критические области), в которых сохраняются индивидуальные свойства колебаний. Они становятся различными, и имеет смысл говорить об их взаимодействии.

2. Для наблюдения взаимодействия производилось измерение частоты  $f$  и мощности  $P$  в зависимости от управляющего параметра  $L$  с шагом  $\Delta L = 0.01$  мм на регулярных участках дисперсионных кривых, аналогичных приведенным на рис. 2, при фиксированных значениях ускоряющего напряжения  $U$  и тока  $I$  ЭП. Графики приведены на рис. 3. Видно, для случая рис. 3, *a* характер изменения выходной мощности  $P(L)$  представляет собой типичную кривую поглощения одиночного колебательного контура, дисперсионные кривые  $f(L)$  линейны и полосы снятия вырождения колебаний на ОДР не наблюдается.

На рис. 3, *b* уже видно снятие вырождения. Здесь  $\chi$  — полоса снятия вырождения. На участке  $cd$  дисперсионной кривой  $f(L)$  отношение приращений  $\Delta L$  и  $\Delta \lambda$  отрицательно. Поскольку при  $U = \text{const}$  и  $I = \text{const}$  изменение  $L$  эквивалентно изменению соотношения между групповой и фазовой скоростями волн на ОДР, то можно записать, что

$$\frac{-\Delta L}{+\Delta \lambda} \sim -\frac{\lambda}{v} \frac{dv}{d\lambda}.$$

Поэтому связь между групповой и фазовой скоростью запишется в виде

$$u = v + \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (1)$$

На участке  $dn$  будем иметь

$$\frac{-\Delta L}{-\Delta \lambda} \sim +\frac{\lambda}{v} \frac{dv}{d\lambda}$$

и вместо (1)

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (2)$$

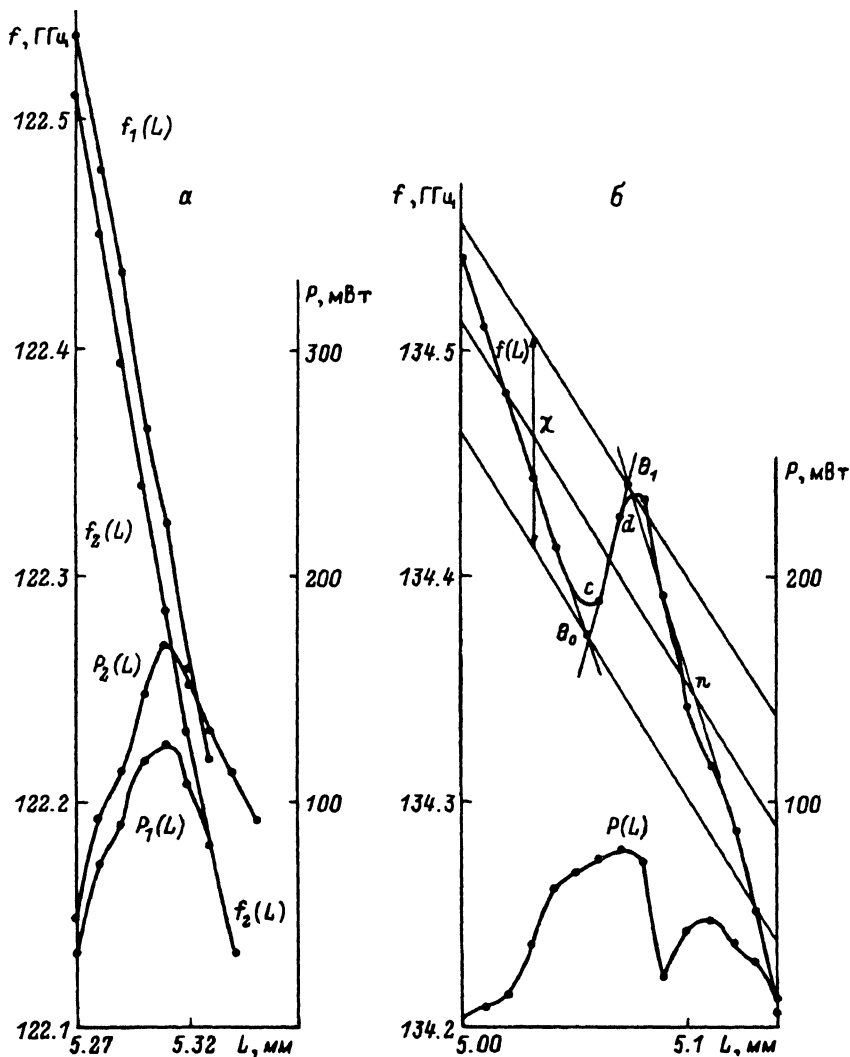


Рис. 3. Зависимость частоты  $f(L)$  и мощности  $P(L)$  при малых изменениях расстояний между зеркалами ОР и фиксированных значениях ускоряющего напряжения  $U$  и тока  $I$ .  
 $a$  — для  $f_1(L)$  и  $P_1(L)$  при  $U_1 = 3434 \text{ В} = \text{const}$  и  $I_1 = 70 \text{ мА} = \text{const}$ ; для  $f_2(L)$  и  $P_2(L)$ ,  $U_2 = U_1 = \text{const}$ ,  $I_2 = 80 \text{ мА} = \text{const}$ ;  $b$  —  $U = 4330 \text{ В} = \text{const}$ ,  $I = 70 \text{ мА} = \text{const}$ .

Следовательно, участок  $cd$  на рис. 3,  $b$  соответствует аномальной дисперсии на ОДР, а участок  $dn$  — нормальной дисперсии. Как уже отмечалось выше, нормальная дисперсия типична при возбуждении первичного поля ОДР. Аномальная дисперсия навязывается ОДР вторичным полем. Таким образом, исследуемая ОЭС позволяет возбуждать на ОДР режимы с конкурирующими типами дисперсии. В случае рис. 3,  $b$  снятие вырождения достигается только изменением  $L$ .

На рис. 4 приведены аналогичные графики, но уже с помещенной в объем ОР кварцевой клиновидной пластиной (рис. 1). Как и следовало ожидать, число критических областей (точек совпадения) увеличи-

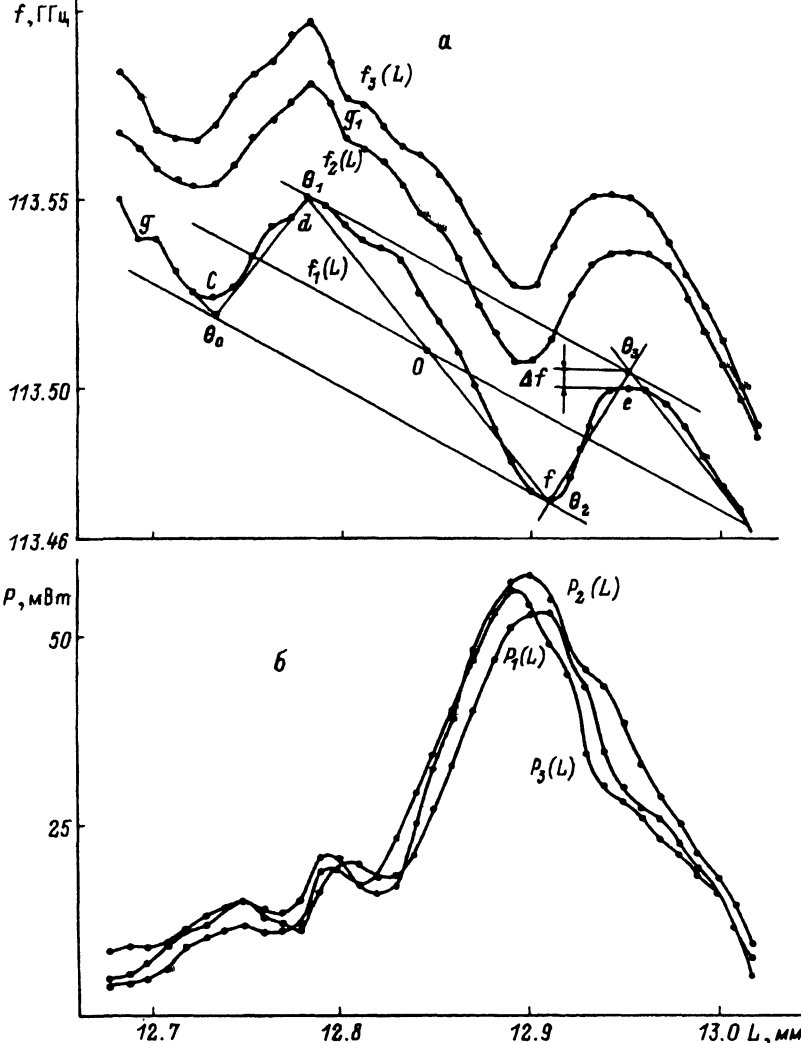


Рис. 4.  $a$  — зависимость частоты от расстояния между зеркалами ОР  $f(L)$  при фиксированных значениях ускоряющего напряжения  $U$  и тока  $I$  соответственно:  $f_1(L) - U_1 = 3103 \text{ В} = \text{const}$ ,  $f_2(L) - U_2 = 3106 \text{ В} = \text{const}$ ,  $f_3(L) - U_3 = 3109 \text{ В} = \text{const}$ ;  $I = 70 \text{ мА} = \text{const}$ ;  $b$  — зависимость мощности, запасенной в объеме ОР в процессе изменения расстояния между зеркалами ОР  $P(L)$ . Графики мощности  $P_1(L)$ ,  $P_2(L)$ ,  $P_3(L)$  сняты синхронно с графиками ( $a$ ) для контроля существования перестраиваемого (вторичного) поля на ОДР.

лось, что позволяет восстановить более полную картину явления взаимодействия. Для удобства отобразим дисперсионную кривую  $f_1(L)$  в кривую с координатами  $\Delta L$ ,  $\Delta \lambda$  (рис. 5). Здесь хорошо видна полоса снятия вырождения. При этом в одних случаях точки совпадения ( $\theta_1 \theta_2$ ) находятся на границах полосы, в других они смещаются относительно этой границы с, е.

В точках  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  наблюдается вырождение одного колебания в другое. Разделяющие их в данном случае пассивные точки относятся к типу вырожденных морсовских критических точек (ВМКТ) [5].

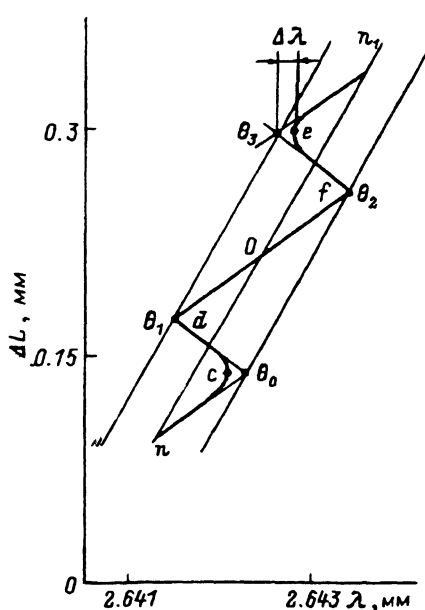


Рис. 5. Зависимость длины волны от малых изменений расстояния между зеркала ОР.

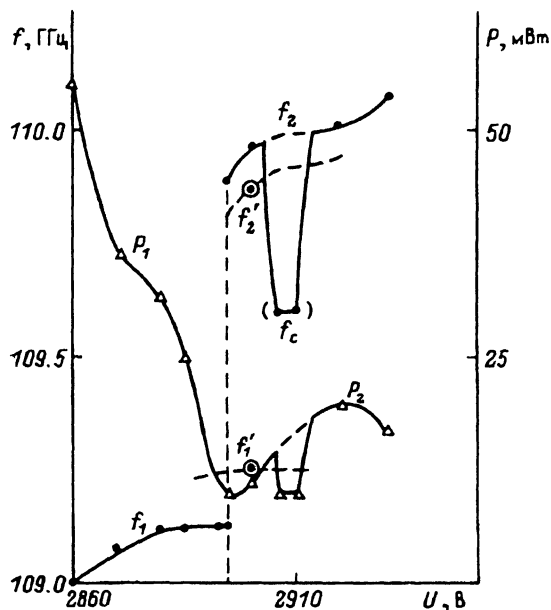


Рис. 6. Зависимость частоты  $f$  и мощности  $P$  в области перехода между соседними колебаниями поверхностных волн ОДР от ускоряющего напряжения  $U$ .

Совсем иная картина имеет место в окрестностях  $e$  и  $c$ , где хорошо видны (рис. 4,  $a$ ) горизонтальные участки, на которых дисперсия отсутствует, т.е. имеет место равенство  $u = v$ . Из сравнения (1) и (2) вытекает, что указанное равенство будет выполнено, если

$$\sum_{i=1}^2 \lambda_i \frac{dv}{d\lambda} = 0. \quad (3)$$

Очевидно, это возможно, когда в критической области добротности взаимодействующих колебаний совпадают, т.е.  $Q_1(L) = Q_2(L)$ . Выполнение условия (3) приводит к компенсации дисперсий, что вызывает “катастрофу” — скачок частоты  $\Delta f$ , как это видно на рис. 4,  $a$  (или  $\Delta \lambda$  на рис. 5). Известно [5], что такие особые точки дисперсионных уравнений называются морсовскими критическими точками (МКТ). Точки  $e$  и  $c$  относятся к такому типу особых точек, а их окрестности являются областью существования междутиповых колебаний [5]. Катастрофа при этом состоит в том, что в МКТ колебания воздействуют на ЭП одновременно и противоположно: поле с аномальной дисперсией ускоряет электроны ЭР, с нормальной — замедляет их. Таким образом, если в точках совпадения наблюдается превращение аномальной дисперсии в нормальную, то соответствующие им поля разделены устойчивой ВМКТ.

При сохранении в этих точках совпадения конкурирующих типов дисперсии и равенства добротностей колебаний происходит компенсация дисперсий — катастрофа (отображение  $\theta_0 \rightarrow c$  или  $Q_3 \rightarrow e$ ),

сопровождаяющаяся своеобразным ветвлением дисперсионной кривой: в одном случае она имеет общую точку с границей полосы вырождения ВМКТ, в другом она, не касаясь границы, проходит через МКТ.

## Сценарии самозарождения хаоса

1. Рассмотрим сценарий реализации хаоса в области ветвления дисперсионных кривых на переходах ВМКТ $\leftrightarrow$ МКТ. Пусть в точке рис. 4,  $a$  выполнены равенство добротностей колебаний с конкурирующими типами дисперсии и условие (3). В этом случае ВМКТ не устойчива и в ней происходит катастрофа —  $\theta_3 \rightarrow e$  и соответственно самоорганизация междутипового колебания. Если при этом смещение частоты  $\Delta f$ , сопровождающее самоорганизацию междутипового колебания, приведет к нарушению равенства их добротностей в точке  $e$ , то условие (3) уже не будет выполняться, а смещение частоты изменит знак, т.е. произойдет обратное отображение  $e \rightarrow \theta_3$ . В соответствии с начальными условиями в  $\theta_3$  равенство добротностей выполняется (или найдется такая точка между ВМКТ $\div$ МКТ, где оно будет выполнено) и система возвратится в исходное состояние, процесс самоорганизации и разрушения междутипового колебания будет продолжаться во времени, причем периоды циклов переключения могут изменяться со временем, а циклы могут испытывать притяжение к точкам МКТ или ВМКТ и система колебаний переходит в соответствующие им режимы. В МКТ наблюдается режим автостабилизации частоты [6].

2. Выяснив роль ВМКТ и МКТ при самоорганизации и разрушении междутиповых колебаний, обратимся к рассмотрению более сложного сценария: самозарождения хаоса (автомодуляции) в процессе взаимодействия колебаний с одинаковыми типами дисперсии. К ним относятся первичные колебания ОДР, спектр которых приведен на рис. 2. Путем выборок по  $L$  и изменением ускоряющего напряжения находим переход с междутиповыми состояниями (рис. 6).

Рассмотрим этот график подробно. При  $U = 2895$  В наблюдается скачкообразный переход колебаний ОДР  $f_1 \leftrightarrow f_2$ ; для его реализации необходимо “шевеление” ускоряющего напряжения ЭП, т.е. вмешательство внешней силы. Очевидно, в таком случае колебания не связаны и электроны ЭП могут быть поочередно захвачены разными полями с частотами  $f_1$  или  $f_2$ , т.е. находятся на разных фазовых траекториях и, следовательно, разделены некоторым потенциальным барьером, для преодоления которого необходима внешняя сила. При  $U = 2900$  В наблюдается режим автомодуляции [5,7]. С помощью вариаций  $L$  получают устойчивые точки с частотами  $f'_1$  и  $f'_2$ , смещенные относительно дисперсионных кривых  $f_1, f_2$ . Такое смещение  $\Delta f$  характерно для самоорганизации междутиповых колебаний, т.е. явление автомодуляции непосредственно связано с самоорганизацией междутиповых колебаний. Самоорганизация междутипового колебания в области дисперсионной кривой  $f_2$  приводит к смещению частоты (катастрофа); это приводит к росту потерь на  $f_2$  и его срыву. Так как на переходах колебания ОДР  $f_1, f_2$  конкурирующие, то возникает их переключение  $f_2 \supset f_1$ . При повторении этого процесса для  $f_1$ , как видно из рис. 6, реализуется обратное переключение  $f_1 \supset f_2$ . В результате физическая система переходит в исходное состояние и процесс переключения продолжается во времени без вмешательства внешней силы.



В рассмотренном сценарии междутиповое колебание выполняет роль ступеньки (дополнительного уровня), с помощью которой реализуется преодоление потенциального барьера между двумя не связанными колебаниями с одинаковыми типами дисперсии.

Дальнейшее увеличение  $U$  приводит к тому, что колебания поверхностных полей ОДР с частотами  $f_1$  и  $f_2$  и объемного поля ОР объединяются связью одновременно, а не поочередно, как в режиме автомодуляции. В результате появляется участок синхронизации  $f_c$  (рис. 6). Такой график имеет сходство с графиком эксперимента Бенара [1], где наблюдается синхронизация мод. При сближении частот полей синхронизация мод наблюдается в виде автостабилизации частоты [6]. В случае колебаний с одинаковыми типами дисперсии участков синхронизации не наблюдается. Вместо них реализуется плавный переход с одного колебания ОДР на другое с высокой крутизной электронного смещения частоты (рис. 2). На рис. 4, а кроме регулярных участков стабилизации в окрестностях МКТ видны небольшие нерегулярные участки  $q$  на  $f_1(L)$  и  $q_1$  на  $f_3(L)$ , которые образуются в результате воздействия случайного (рассеянного) поля на неоднородностях ОЭС, дифракция которого на ОДР приводит к появлению на ней режима с аномальной дисперсией. Очевидно, в ГДИ можно вызвать стабилизацию частоты случайным (посторонним) сигналом, направленным на ОДР, например, через окно, прозрачное для электромагнитных волн, при этом сигнал должен иметь соответствующую величину энергии, частоты и угла падения на ОДР.

Таким образом, самоорганизация междутипового колебания (соответственно хаотизация или автостабилизация) наблюдается в том случае, когда взаимодействующие колебания имеют различные индивидуальные качества (например, конкурирующие типы дисперсии). Если колебания неразличимы, то междутиповое колебание вырождается в обычную систему связанных колебаний.

## Заключение

Проведенные исследования по изучению явлений самозарождения маломодового хаоса и автостабилизации в ОЭС, возбуждаемой ЭП, позволяют сделать следующие выводы.

1. Сценарии самозарождения маломодового хаоса непосредственно связаны с междутиповым колебанием. В случае взаимодействия колебаний с одинаковыми типами дисперсии оно выполняет роль дополнительного уровня (состояния), который обуславливает их взаимное переключение (хаотизацию) без вмешательства внешних источников энергии. В процессе взаимодействия колебаний с конкурирующими типами дисперсии самоорганизация междутипового колебания приводит к выработыванию управляющего параметра ( $\Delta Q$ ), который определяет состояние системы колебаний во времени — хаотизации, когда  $\Delta Q \neq 0$ , или автостабилизации, когда  $\Delta Q = 0$ .

2. Самозарождение хаоса или автостабилизации колебаний в ОЭС возможно при условии существования нелинейностей. В исследуемой ОЭС источником взаимодействующих нелинейностей является модулированный ЭП, пролетающий вблизи ОДР.

3. Самоорганизация междутипового колебания возможна, если взаимодействующие колебания имеют конкурирующие типы дисперсии

на ОДР, равные добротности и собственные степени свободы. В случае совпадения типов дисперсии междутиповое колебание вырождается в систему обычных связанных колебаний.

4. Минимальное число колебаний, необходимое для самозарождения хаоса или автостабилизации, равно трем: два колебания из спектра поверхностных волн и обязательно еще одно междутиповое колебание. Именно наличие междутипового колебания переводит физическую систему (за счет "шевеления" какого-нибудь неспектрального параметра, например  $\Delta Q$ ) в состояние самозарождения маломодового хаоса или автостабилизации.

Заметим, что анализ эксперимента в данной работе проведен в рамках "спектрального пространства", т.е. с помощью изучения дисперсионных закономерностей. Исследование особых, так называемых МКТ, дисперсионных уравнений позволяет находить новые сценарии самозарождения детерминированного хаоса и возникновения режима стабилизации (синхронизации) колебаний (мод).

Дальнейшие исследования связаны с рассмотрением процессов в конфигурационном пространстве. Для этого развивается концепция эволюционных нелинейных процессов вблизи МКТ. Первые теоретические результаты в этом направлении уже получены в работах [8,9].

#### Список литературы

- [1] Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988. 232 с.
- [2] Шестопалов В.П. Дифракционная электроника. Харьков, 1976. 239 с.
- [3] Шестопалов В.П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур. Киев: Наукова думка, 1987. 252 с.
- [4] Ефимов Б.П., Лукин К.А., Ракитянский В.А., Шестопалов В.П. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 18. С. 9-12.
- [5] Шестопалов В.П. Морсовские критические точки дисперсионных уравнений. Киев: Наукова думка, 1987. 252 с.
- [6] Курин В.Г., Скрынник Б.К., Шестопалов В.П. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 14. С. 33-37.
- [7] Курин В.Г., Скрынник Б.К., Шестопалов В.П. // ДАН Украины. 1992. № 9. С. 75-78.
- [8] Басс Ф.Г., Почанина И.Е., Шестопалов В.П. // ДАН России. 1993. Т. 334 № 1. С. 32-33.
- [9] Шестопалов В.П. // ДАН России. 1994. Т. 335. № 4. С. 440-442.