

01;12

ПОНДЕРОМОТОРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© *И.В.Веселитский, В.С.Воронков, С.А.Сизуньков*

Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики при Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского, 603005 Нижний Новгород, Россия

(Поступило в Редакцию 21 февраля 1995 г.)

В окончательной редакции 9 июня 1995 г.)

Рассматривается механика взаимодействия двух постоянных магнитов цилиндрической формы с осевой намагниченностью. Один из магнитов, имеющий кольцевую форму, является неподвижным, а другой — подвижным. Определяются выражения обобщенных сил, действующих на подвижный магнит со стороны магнитного поля неподвижного при их соосном расположении на достаточно большом расстоянии между ними, а также при малых поступательных и угловых отклонениях подвижного магнита от этого положения. Моделирование магнитного поля постоянных магнитов проводится с помощью контуров с токами. Приводится сравнение значений параметров взаимодействия, рассчитанных по полученным аналитическим выражениям, с экспериментально измеренными в установке магнитного подвеса подвижного магнита. Дается также сравнение полученных результатов с утверждениями теорем Ирншоу–Браунбека.

Введение

Определение силового взаимодействия твердых тел с электромагнитным полем является одной из фундаментальных задач электродинамики, интерес к которой возрос в последнее время в связи с использованием в различных областях техники неконтактных типов опор и подшипников [1]. В этих опорах твердое тело удерживается в равновесном положении силами электромагнитного поля в отсутствие механического контакта, что позволяет существенно снизить потери на трение, исключить износ и необходимость смазки, обеспечить вибро и при необходимости вакуумную изоляцию вывешиваемого тела.

Решение этой задачи позволяет проектировать конструкцию неконтактной опоры по заданным техническим требованиям к ней, таким, например, как нагрузочная способность, жесткость и т. п. Особое внимание при этом уделяется вопросам устойчивости равновесного положения твердого тела в электромагнитном поле. Основополагающие теоремы Ирншоу–Браунбека [2,3] по устойчивости твердых тел в электромагнитном поле рассматривают только их поступательные степени

свободы. Открытие эффекта потенциальной ямы в сверхпроводящих подвесах [4] повысило интерес к вопросам устойчивости по всем степеням свободы твердого тела. В [5,6] приводятся расчет и исследование устойчивости диамагнитной подвески постоянного магнита.

Для собственно неустойчивых типов неконтактного подвеса, каким является магнитный подвес, решение задачи силового взаимодействия ферромагнитного тела с магнитным полем необходимо не только для расчета его магнитной системы, но и для проектирования его системы стабилизации. При больших воздушных зазорах и сложной геометрии магнитопровода решение этой задачи возможно лишь численными методами, поскольку использование аналитических методов теории поля ограничено, как правило, случаями определенной симметрии магнитопровода.

В случае плоской симметрии и пренебрежения краевыми эффектами (малые воздушные зазоры) решение этой задачи возможно известными методами электротехники. При сферической симметрии ее решение приведено в [7] для идеальной ферромагнитной сферы в поле гипотетического точечного магнитного заряда. Целью настоящего исследования является решение этой задачи в случае цилиндрической симметрии магнитной системы.

Постановка задачи

Рассматривается механизм взаимодействия двух постоянных магнитов цилиндрической формы с осевой намагниченностью. Один из магнитов, имеющий кольцевую форму, является неподвижным, а другой — подвижным. Предполагается, что подвижный магнит находится на достаточно большом расстоянии от неподвижного соосно с ним и с направлением намагниченности, как показано на рис. 1. Исходными данными для решения задачи являются 1) геометрические размеры постоянных магнитов: R_1, R_2, h_1 — внешний и внутренний радиусы, высота кольцевого неподвижного магнита, R_3, h_3 — радиус и высота подвижного магнита; 2) материалы постоянных магнитов; 3) m — масса; J_0, J — осевой и поперечный моменты инерции тела, составной частью которого является подвижный магнит.

Как показано в [5,6,8], моделирование магнитного поля цилиндрического постоянного магнита с осевой намагниченностью может осуществляться заданием некоторой плотности тока на цилиндрической поверхности магнита. Тем самым предполагается, что постоянный магнит в этом случае эквивалентен однослойному соленоиду, длина и радиус которого равны длине и радиусу магнита. Плотность поверхностного тока J зависит от материала постоянного магнита и считается заданной.

При условии, что $h_{1,3} \ll h$, т. е. высота постоянных магнитов много меньше высоты подвеса, силовое и моментное взаимодействие постоянных магнитов, показанных на рис. 1, может моделироваться взаимодействием трех колец с током: неподвижных с токами I_1, I_2 и подвижного с током I_3 , представленных на рис. 2 с учетом поступательных и угловых перемещений подвижного кольца относительно равновесного состояния на оси подвеса. С неподвижными кольцами связана декартова система координат $0, \xi, \eta, \zeta$, центр 0 которой расположен в центре

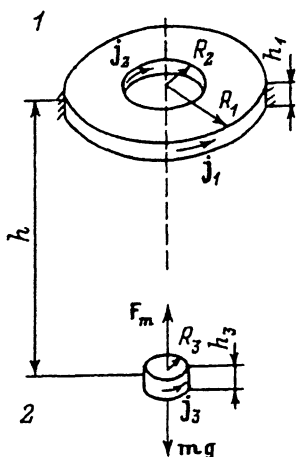


Рис. 1. неподвижный (1) и подвижный (2) постоянные магниты.

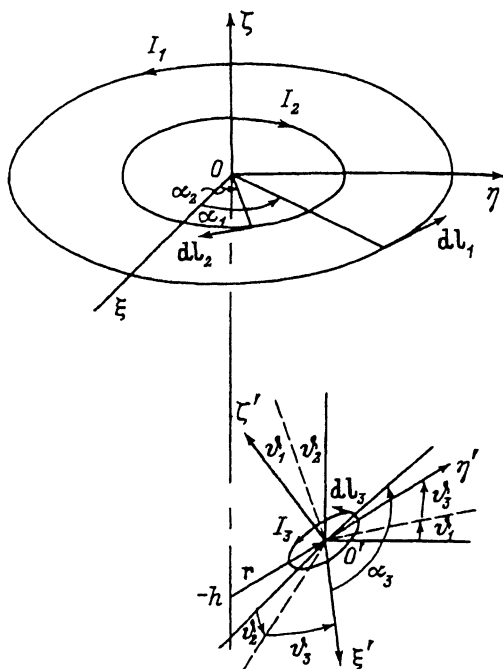


Рис. 2. Токовая модель постоянных магнитов и используемые системы координат.

колец 1, 2. С подвижным кольцом связана система координат O', ξ', η', ζ' , центр O' которой расположен в центре кольца 3. Положение подвижного кольца в неподвижной системе координат определяется вектором $\mathbf{r}(\xi, \eta, \zeta - h)$ поступательного перемещения его центра от некоторой точки на оси ζ и углами Крылова $^{[10]}$ θ_1, θ_2 — наклона плоскости подвижного кольца к горизонту и θ_3 — поворота в этой плоскости. Неотклоненное положение подвижного кольца на оси ζ задается условием

$$\xi_0 = \eta_0 = 0, \quad \zeta_0 = -h, \quad \theta_{10} = \theta_{20} = 0, \quad \theta_3 = \theta_{30}. \quad (1)$$

Величина токов в кольцах определяется высотой постоянных магнитов и поверхностной плотностью тока, а их направление — направлением намагниченности постоянного магнита с изменением направления для внутренней поверхности в соответствии с рис. 1

$$I_1 = -I_2 = j_1 h_1, \quad I_3 = j_3 h_3. \quad (2)$$

Такая постановка задачи аналогична задачам определения силового взаимодействия сверхпроводящих колец с током, рассмотренным в $^{[4]}$. Как показано в $^{[9]}$, для контуров с постоянными токами можно ввести силовую функцию, играющую роль энергии магнитного взаимодействия,

$$U = (1/2) \sum_{j,k} I_j I_k L_{jk}(q_i), \quad (3)$$

где $L_{jk}(q_i)$ — коэффициенты само- и взаимной индукции контуров с токами I_j, I_k , зависящие от их обобщенных координат q_i .

Выбор обобщенных координат с углами Крылова [10] обусловлен возможностью получения аналитического выражения взаимоиндукции контуров в виде, удобном для определения сил и моментов, действующих по осям декартовой системы координат.

Взаимоиндукция двух контуров

Как известно [9], взаимная индуктивность двух контуров, поперечным сечением которых пренебрегается, может быть представлена в виде

$$L_{jk} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{dl_j dl_k}{|r_{jk}|} \quad (4)$$

где r_{jk} — радиус-вектор, проведенный от элемента дуги dl_j одного из контуров к элементу дуги dl_k другого контура.

Для расчета взаимной индуктивности двух колец с токами I_1, I_3 (или I_2, I_3) необходимо выразить координаты элементов токов dl_j ($j = 1-3$) в неподвижной системе координат $0, \xi, \eta, \zeta$. Они, согласно рис. 2, будут следующими:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= R_1 \cos \alpha_1, & \eta_1 &= \sin \alpha_1, & \zeta_1 &= 0, \\ \xi_2 &= R_2 \cos \alpha_2, & \eta_2 &= \sin \alpha_2, & \zeta_2 &= 0, \\ \left\| \begin{array}{c} \xi_3 \\ \eta_3 \\ \zeta_3 \end{array} \right\| &= A \left\| \begin{array}{c} R_3 \cos \alpha_3 \\ R_3 \sin \alpha_3 \\ 0 \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{c} \xi \\ \eta \\ -h + \zeta \end{array} \right\|, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\alpha_{1,2,3}$ — углы, отсчитываемые от осей ξ, ξ' в плоскости колец с током; ξ, η, ζ — координаты центра подвижной системы координат, смещенного от равновесного состояния (1); A — матрица направляющих косинусов углов Крылова [10].

Поскольку после преобразования координат (5) угол θ_3 суммируется с углом α_3 , а в (4) предполагается интегрирование по α_3 от 0 до 2π , то в (5) сумма $\theta_3 + \alpha_3$ заменяется на α_3 . С помощью (5) определяются выражения компонент векторов dl_j в неподвижной системе координат

$$\begin{aligned} dl_1 : d\xi_1 &= -R_1 \sin \alpha_1 d\alpha_1, & d\eta_1 &= R_1 \cos \alpha_1 d\alpha_1, & d\zeta_1 &= 0, \\ dl_2 : d\xi_2 &= -R_2 \sin \alpha_2 d\alpha_2, & d\eta_2 &= R_2 \cos \alpha_2 d\alpha_2, & d\zeta_2 &= 0, \\ dl_3 : d\xi_3 &= R_3 (-\cos \theta_2 \sin \alpha_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \alpha_3) d\alpha_3, \\ & d\eta_3 &= R_3 \cos \theta_1 \cos \alpha_3 d\alpha_3, \\ & d\zeta_3 &= R_3 (\sin \theta_2 \sin \alpha_3 + \sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \alpha_3) d\alpha_3. \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом полученных выражений контурный интеграл (4) для вычисления взаимной индуктивности контуров 1, 2 с контуром 3 представляется в виде

$$\frac{4\pi}{\mu_0} L_{j3} = \oint \frac{d\xi_j d\xi_3 + d\eta_j d\eta_3 + d\zeta_j d\zeta_3}{\left[(\xi_j - \xi_3)^2 + (\eta_j - \eta_3)^2 + (\zeta_j - \zeta_3)^2 \right]^{1/2}}, \quad (7)$$

где, согласно (5), (6), для $j = 1, 2$

$$\begin{aligned}
 & d\xi_j d\xi_3 + d\eta_j d\eta_3 + d\zeta_j d\zeta_3 = d\alpha_j d\alpha_3 \times \\
 & \times R_j R_3 \left[(\cos \theta_2 \sin \alpha_3 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \alpha_3) \sin \alpha_j + \cos \theta_1 \cos \alpha_3 \cos \alpha_j \right] \times \\
 & \quad \times (\xi_3 - \xi_j)^2 + (\eta_3 - \eta_j)^2 + (\zeta_3 - \zeta_j)^2 = \\
 & = \left[R_3 (\cos \theta_2 \cos \alpha_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \alpha_j) + \xi - R_j \cos \alpha_j \right]^2 + \\
 & \quad + \left[R_3 \cos \theta_1 \sin \alpha_3 + \eta - R_j \sin \alpha_j \right]^2 + \\
 & \quad + \left[R_3 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \alpha_3 - \sin \theta_2 \cos \alpha_3) - h + \xi \right]^2 = h^2 f_j (\cdot).
 \end{aligned}$$

Эти интегралы в общем виде выражаются по аналогии с [4] через эллиптические, однако для дальнейшего анализа желательно иметь их аналитическое выражение, которое может быть получено приближенными методами разложением подынтегрального выражения по малому параметру

$$R_3/h = \varepsilon \ll 1. \quad (8)$$

В этом случае интегрирование в (7) по углу α_3 дает следующий результат:

$$\frac{4\pi}{\mu_0} L_{j3} = -\pi \varepsilon^2 R_j \oint_0^{2\pi} \frac{g(\cdot) d\alpha_j}{f_j^{3/2}(\cdot)}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
 f_j(\cdot) &= 1 + \rho_j^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 2\rho_j(x \cos \alpha_j + y \sin \alpha_j) - 2z, \\
 g(\cdot) &= \cos \theta_1 \cos \theta_2 (x \cos \alpha_j + y \sin \alpha_j - \rho_j) + \\
 &+ (z - 1)(\sin \theta_1 \sin \alpha_j - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \alpha_j) \quad (j = 1, 2), \\
 x &= \xi/h, \quad y = \eta/h, \quad z = \zeta/h, \quad \rho_j = R_j/h,
 \end{aligned}$$

а относительные поступательные отклонения подвижного магнита также предполагаются малыми

$$x, y, z \ll 1. \quad (10)$$

Интегрирование (9) по углу α приводит к искомому приближенному выражению коэффициентов взаимной индукции (4) с точностью до квадратов малых величин (8), (10)

$$\begin{aligned}
 L_{j3} \cong \pi \mu_0 R_j^2 R_3^2 \left\{ \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{(h^2 + R_j^2)^{2/3}} \left[\frac{1}{2} + \frac{3h\zeta}{2(h^2 + R_j^2)} - \frac{3(4h^2 - R_j^2)}{8(h^2 + R_j^2)^2} \right] \times \right. \\
 \times \left. \left(\xi^2 + \eta^2 - 2\zeta^2 \right) \right] + \frac{3h(\eta \sin \theta_1 - \xi \cos \theta_1 \sin \theta_2)}{4(h^2 + R_j^2)^{5/2}} + \\
 \left. + \frac{3(4h^2 - R_j^2)(\eta\zeta \sin \theta_1 - \xi\zeta \cos \theta_1 \sin \theta_2)}{4(h^2 + R_j^2)^{7/2}} \right\} \quad (j = 1, 2). \quad (11)
 \end{aligned}$$

Силы и моменты, действующие на подвижный магнит со стороны магнитного поля неподвижного магнита

Подстановка выражения (11) в силовую функцию (3) позволяет приближенно определить силы в магнитном поле кольцевого неподвижного магнита при их соосном расположении на достаточно большом расстоянии друг от друга, а также при малых поступательных и угловых отклонениях подвижного магнита от положения (1). Для этого достаточно взять производные силовой функции по соответствующим обобщенным координатам. В результате получаются следующие аналитические выражения сил и моментов.

Сила по оси ζ в положении (1) и

$$F_m = \partial U / \partial \zeta = \frac{3\pi}{2} \mu_0 I_3 R_3^2 h \left[\frac{I_1 R_1^2}{(h^2 + R_1^2)^{5/2}} + \frac{I_2 R_2^2}{(h^2 + R_2^2)^{5/2}} \right]. \quad (12)$$

Силы по осям ξ, η

$$\partial U / \partial \xi = \partial U / \partial \eta = 0. \quad (13)$$

Моменты, действующие по углам θ_j ,

$$\partial U / \partial \theta_j = 0 \quad (j = 1-3). \quad (14)$$

Силы и моменты, возникающие при малых отклонениях подвижного магнита от положения (1) при его поступательных или угловых перемещениях, определяются вторыми производными силовой функции, ненулевые значения которых приводятся ниже,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = c_1 = \\ &= -\frac{3\pi}{4} \mu_0 I_3 R_3^2 \left[\frac{I_1 R_1^2 (4h^2 - R_1^2)}{(h^2 + R_1^2)^{7/2}} + \frac{I_2 R_2^2 (4h^2 - R_2^2)}{(h^2 + R_2^2)^{7/2}} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \theta_1} = \frac{\partial^2 U}{\partial \theta_2} = c_2 = -\frac{\pi}{2} \mu_0 I_3 R_3^2 \left[\frac{I_1 R_1^2}{(h^2 + R_1^2)^{3/2}} + \frac{I_2 R_2^2}{(h^2 + R_2^2)^{3/2}} \right], \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta \partial \theta_1} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \theta_1 \partial \eta} = -\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \theta_2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial \theta_2 \partial \xi} = c_3 = \\ &= \frac{3}{4} \pi \mu_0 I_3 R_3^2 h \left[\frac{I_1 R_1^2}{(h^2 + R_1^2)^{5/2}} + \frac{I_2 R_2^2}{(h^2 + R_2^2)^{5/2}} \right] = \frac{F_m}{2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Полученные аналитические выражения (12)–(17) позволяют рассчитывать силы и моменты, действующие на подвижный магнит на достаточно большом расстоянии от неподвижного как на его оси, так и при малых поступательных и угловых отклонениях от нее.

Исследование пондеромоторного взаимодействия постоянных магнитов в установке магнитного подвеса

Экспериментальная проверка полученных результатов проводилась на установке магнитного подвеса, в которой положение (1) подвижного магнита было равновесным состоянием системы стабилизации [12], обеспечивающей устойчивость и положительную жесткость подвеса по оси ξ автоматическим регулированием поля неподвижного магнита с помощью соосного с ним электромагнита. В этом равновесном состоянии при нулевом токе электромагнита вес подвижного элемента mg уравнивался силой (12) со стороны магнитного поля неподвижного магнита

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \zeta} \right|_0 = F_m = mg \quad (18)$$

при отсутствии действующих на подвижный магнит других сил и моментов (13), (14).

В установке использовались постоянные магниты, имеющие следующие геометрические размеры: $R_1 = 42.5$ мм, $R_2 = 21.5$ мм, $R_3 = 5$ мм, $h_1 = 24$ мм, $h_3 = 5$ мм, и изготовленные: кольцевой неподвижный магнит 1 из Fe-Ba, а подвижный магнит 2 — из Sm-Co. Равновесное состояние (1) соответствовало высоте подвеса $h = 88$ мм при массе подвижного элемента, включающего магнит 2 составной частью, $m = 3.95$ г и при осевом $J_0 = 0.45 \cdot 10^{-7}$ кгм² и поперечном $J = 0.8 \cdot 10^{-7}$ кгм² моментах инерции. Подвижный элемент был выполнен так, что геометрический центр магнита и направление вектора его намагниченности совпадали соответственно с центром масс и осью симметрии подвижного магнита.

Условие равновесия (18) с учетом равенства (2) разнонаправленных токов на внутренней и внешней поверхности кольцевого магнита позволяют выразить произведение токов $I_1 I_3$ токовой модели постоянных магнитов через их геометрические размеры, высоту подвеса и вес подвижного элемента

$$I_1 I_3 = \frac{2mg}{3\pi\mu_0} R_3^{-2} h^{-1} \left[\frac{R_1^2}{(h^2 + R_1^2)^{5/2}} - \frac{R_2^2}{(h^2 + R_2^2)^{5/2}} \right]^{-1} = 23.4 \text{ кА}^2. \quad (19)$$

После введения такой нормировки произведения токов зависимость силы (12), уравнивающей вес подвижного элемента в диапазоне масс 4–8 г, совпадает с расчетной с погрешностью, не превышающей 10%. Подстановка (19) в (15)–(17) позволяет определить жесткости $c_{1,2,3}$ в равновесном состоянии (1). Эти жесткости определяют собственные частоты колебаний подвижного элемента в магнитном подвесе. Расчет этих частот проводится характеристическому уравнению

$$mJ\lambda^4 + (Jc_1 + mc_2)\lambda^2 + c_1c_2 - c_3^2 = 0, \quad (20)$$

учитывающему взаимосвязь угловых и поступательных перемещений подвижного элемента, определяемую смешанными производными (17) силовой функции.

Одним из необходимых условий устойчивости подвижного элемента в магнитном подвесе является отсутствие у характеристического

уравнения (20) корней с положительной реальной частью. Это условие выполняется, если

$$c_1 c_2 - (mg)^2/4 \geq 0. \quad (21)$$

Анализ выражений (15)–(17) жесткостей поперечного взаимодействия подвижного магнита с магнитным полем, неподвижного в равновесном состоянии (18), показывает, как зависят частоты ω собственных колебаний, определяемые уравнением (20) от геометрических параметров неподвижного магнита $R = (R_1 + R_2)/2$ и $\rho = (R_1 - R_2)/(R_1 + R_2)$, а также отношения поперечного момента инерции J подвижного элемента к его массе m . На рис. 3 представлены расчетные зависимости при условии $J/mR \ll 1$ относительных значений первой собственной частоты $\omega_1 \sqrt{R}/\sqrt{g}$ (кривые 1, 2) и второй собственной частоты $\omega_2 \sqrt{J}/\sqrt{mgR}$ (кривые 3, 4) от относительной высоты подвеса h/R для двух предельных случаев геометрии неподвижного магнита. Первый случай соответствует тонкому кольцу ($\rho \ll 1$; кривые 2, 4), а второй — диску ($\rho = 1$; кривые 1, 3). Для исследуемых постоянных магнитов значения относительных собственных частот указаны на этом рисунке крестиками. Из рис. 3 видно, что для устойчивости подвеса необходимо обеспечение достаточно большого расстояния между магнитами $h \geq r(\rho)R$. При увеличении неферромагнитной массы подвижного элемента происходит уменьшение этого расстояния. Оценка максимально допустимой массы подвижного элемента с учетом приближенности исследуемой модели может быть получена из условия потери устойчивости подвеса на первой форме собственных колебаний, когда $\omega_1 = 0$. Для этого необходимо в силовую характеристику (12) подставить минимально допустимую высоту подвеса $h_{\min} = r(\rho)R$, где, согласно рис. 3, $R_1 = 1.27(\rho = 1)$, $R_2 = 1.77(\rho \ll 1)$, и воспользоваться равенством (18). Для исследуемого подвеса оценка максимально допустимой массы подвижного элемента составляет 9 г.

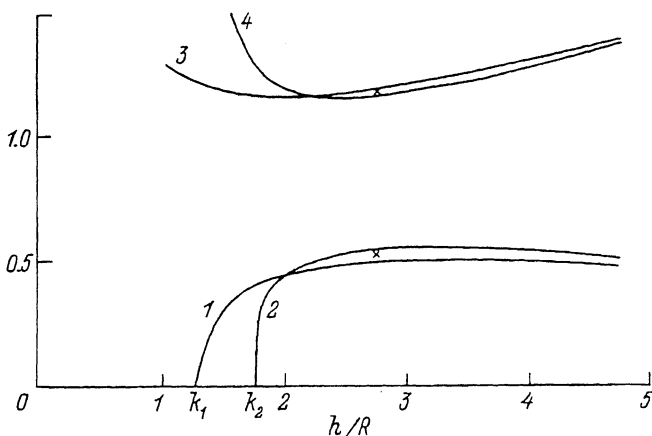


Рис. 3. Зависимость относительных частот собственных колебаний подвижного элемента в магнитном подвесе от относительной высоты h/R подвеса.

$R = (R_1 + R_2)/2$ — средний радиус неподвижного магнита. 1, 3 — неподвижный магнит в виде диска [$\rho = 1$]; 2, 4 — в виде тонкого кольца [$\rho = (R_1 - R_2)/(R_1 + R_2) \ll 1$].

Собственные частоты колебаний подвижного элемента в магнитном подвесе экспериментально наблюдаются при их возбуждении с помощью модуляции тока в электромагните подвеса от внешнего генератора. Расчетные и экспериментально измеренные (указаны в скобках) значения этих частот для исследуемых постоянных магнитов, характеризующихся в состоянии равновесия (1), (18) жесткостями $c_1 = 0.6 \text{ Н/м}$, $c_2 = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ Нм}$, $c_3 = 1.94 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$, получились следующими: $f_1 = 1.5 (1.6)$, $f_2 = 21.7 (22.0) \text{ Гц}$.

Хорошее совпадение расчетных значений подъемной силы и собственных частот колебаний подвижного элемента в магнитном подвесе с экспериментально измеренными подтверждает адекватность рассмотренной токовой модели пондеромоторного взаимодействия двух постоянных магнитов цилиндрической формы с осевой намагниченностью.

Выражение (19) позволяет определять необходимые для расчета плотности поверхностного тока постоянных магнитов по их силовому взаимодействию. Так, используя справочное значение [12] поверхностного тока постоянного магнита из Sm-Co, равное 6 кА/см , по формуле (19) рассчитывается плотность поверхностного тока для магнита из Fe-Ba, которая равна 3.25 кА/см .

Заключение

В рассмотренной модели пондеромоторного взаимодействия постоянных магнитов в соответствии с теоремами Ирншоу-Браунбека [2,3] получено равенство нулю суммы вторых производных силовой функции по поступательным перемещениям контура с фиксированным током, моделирующего подвижный магнит, в магнитном поле неподвижного магнита. Механический смысл полученного результата (15) состоит в равенстве нулю суммы жесткостей к поступательным перемещениям подвижного элемента.

В дополнение к поступательным степеням свободы вывешенного за постоянный магнит тела на основе этой модели исследованы его угловые степени свободы, что важно для расчета собственных частот колебаний тела в подвесе и оценки максимальной массы подвижного элемента в разрабатываемых магнитных подвесах, использующих постоянные магниты цилиндрической формы с осевой намагниченностью.

В заключение авторы выражают благодарность Р.В. Линькову за ценные замечания при обсуждении этой работы. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 94-01-00214-а).

Список литературы

- [1] *Вышков Б.Д., Иванов В.И.* Магнитные опоры в автоматике. М.: Энергия, 1978. 160 с.
- [2] *Earnshaw S.* // Trans. Cambridge Phill. Soc. 1842. Vol. 7. P. 97-112.
- [3] *Braunbeck W.* // Z. Phys. 1939. Bd 112. H. 7, 8. S. 753-763.
- [4] "Магнитная потенциальная яма" — эффект стабилизации сверхпроводящих динамических систем. / Под ред. В.С. Михалевича, В.В. Козореза, В.М. Рашкован и др. Киев: Наукова думка, 1991. 336 с.
- [5] *Линьков Р.В.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 6. С. 1113-1121.
- [6] *Линьков Р.В.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 9. С. 1898-1899.

- [7] *Воронков В.С., Поздеев О.Д.* // Изв. вузов. Электромеханика. 1992. № 3. С. 3-8.
- [8] *Парселл Е.М.* Электричество и магнетизм. Берклевский курс физики. Т. 2. М.: Наука, 1975. 440 с.
- [9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [10] *Лурье А.И.* Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
- [11] *Воронков В.С.* // Изв. вузов. Приборостроение. 1984. Т. 27. № 8. С. 32-37.
- [12] *Мишин Д.Д.* Магнитные материалы. М.: Наука, 1991. 384 с.
-