1996 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 66, в. 5
1996 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 66, N 5

01;09;10

СИНХРОННОЕ ДВИЖЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ В ВОЛНЕ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ПОД УГЛОМ К МАГНИТНОМУ ПОЛЮ

© *В.П.Милантьев*

Российский университет дружбы народов,
117198 Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 6 февраля 1995 г.)

Показано, что в поперечной или продольной волне, распространяющейся под углом к магнитному полю, существует особый режим движения релятивистской частицы, называемый синхронным, в котором условие резонанса частицы с волной выполняется с возрастающей точностью по мере увеличения энергии частицы. В синхронном режиме черенковского резонанса обнаружена тенденция к неограниченному ускорению.

Введение

В 1962 г. Коломенским, Лебедевым [1] и Давыдовским [2] было открыто явление циклотронного авторезонанса. Оно состоит в том, что условие циклотронного резонанса релятивистской частицы с поперечной электромагнитной волной, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля, сохраняется во все время движения частицы, несмотря на релятивистское изменение ее массы. С тех пор авторезонанс изучался во многих работах [3–6]. На принципах авторезонанса основаны различные предложения об ускорении заряженных частиц [7–9], генерации электромагнитного излучения [10,11] и разнообразные астрофизические приложения [12,13]. Однако возможность авторезонансного режима движения частицы в волне, распространяющейся под углом к магнитному полю, в литературе не обсуждалась, хотя имеется ряд работ, в которых рассматривалось движение частицы вблизи циклотронного резонанса и резонансов на гармониках гирочастоты в поле наклонно распространяющейся электромагнитной волны [14–18].

Настоящая работа посвящена исследованию возможности циклотронного авторезонанса в наклонно распространяющейся волне. Показано, что авторезонансное движение заряженной частицы в указанном выше смысле, вообще говоря, невозможно. Однако существует особый режим движения, который можно назвать синхронным и в котором условие резонанса выполняется с возрастающей точностью по мере увеличения энергии частицы. Такой режим обеспечивается существованием определенных интегралов уравнений движения частицы. Показано, что синхронное движение при циклотронном резонансе и резонансах на высших гармониках гирочастоты осуществляется как в поперечной, так и в продольной волне. Найдено, что в рассмотренных случаях темп ускорения выше, чем в случае поперечной вакуумной волны, распространяющейся вдоль магнитного поля. В синхронном режиме черенковского резонанса обнаружена тенденция к неограниченному ускорению релятивистской частицы и в продольной, и в поперечной волне, распространяющейся под углом к магнитному полю. Рассмотрена также возможность отдачи энергии частицей волне.

Отметим, что существуют многочисленные исследования, посвященные проблеме неограниченного ускорения заряженной частицы волной, распространяющейся поперек или наклонно по отношению к внешнему магнитному полю. Это — серфатронный механизм (см., например, [19,20]). Однако в этом случае магнитное поле необходимо лишь для серфинга частицы вдоль фронта волны и оно должно быть достаточно слабым (гирочастота много меньше частоты волны). Поэтому циклотронный резонанс здесь в принципе невозможен.

1. Синхронное движение в поперечной волне

Зададим поперечную электромагнитную волну с произвольной поляризацией, распространяющейся под углом к магнитному полю $\mathbf{B}_0$, направленному вдоль оси z, в виде

$$\mathbf{E} = \boldsymbol{\mathcal{E}} \exp(i\theta) + \text{к.с.}, \quad \mathbf{B} = \boldsymbol{\mathcal{B}} \exp(i\theta) + \text{к.с.}, \tag{1}$$

где комплексные амплитуды связаны соотношением (в стандартных обозначениях)

$$\boldsymbol{\mathcal{B}} = c[\mathbf{k}\boldsymbol{\mathcal{E}}]/\omega, \tag{2}$$

θ — фаза (эйконал) волны, так что $\omega = -(\partial\theta/\partial t)$, $\mathbf{k} = \nabla\theta$, к.с. означает комплексное сопряжение.

Из релятивистских уравнений движения частицы с массой покоя m_0, зарядом e в поле (1), (2) следует точный интеграл [14,15]

$$\mathbf{P} - \mathbf{N}\gamma - i(\varepsilon \exp(i\theta) - \text{к.с.}) + [\Omega\rho] = \text{const}. \tag{3}$$

Здесь и далее используются безразмерные переменные: импульс $\mathbf{P} = \mathbf{p}/m_0 c\omega$, вектор гирочастоты $\boldsymbol{\Omega} = e\mathbf{B}_0/m_0 c\omega$, радиус-вектор $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}\omega/c$, комплексная амплитуда волны $\varepsilon = e\boldsymbol{\mathcal{E}}/m_0 c\omega$, показатель преломления $\mathbf{N} = \mathbf{k}c/\omega$, релятивистский фактор γ, время $\tau = \omega t$. Для выделения циклотронного вращения частицы введем цилиндрические координаты в пространстве импульсов, $P_\perp$, P_z, θ_0

$$P_x = P_\perp \cos\theta_0, \quad P_y = P_\perp \sin\theta_0, \tag{4}$$

где θ_0 — фаза циклотронного вращения.

Тогда уравнения движения частицы принимают вид

$$\frac{dP_\perp}{d\tau} = 2^{-1}\left\{\varepsilon_-(1 - N_z P_z/\gamma) + \varepsilon_z P_z N_-/\gamma\right\} \exp(i\theta_+) +$$
$$+ 2^{-1}\left\{\varepsilon_+(1 - N_z P_z/\gamma) + \varepsilon_z P_z N_+/\gamma\right\} \exp(i\theta_-) + \text{к.с.}, \tag{5}$$

$$\frac{dP_z}{d\tau} = \varepsilon_z \exp(i\theta) + (P_\perp/2\gamma)\{(N_z\varepsilon_- - \varepsilon_z N_-)\exp(i\theta_+) +$$
$$+ (N_z\varepsilon_+ - \varepsilon_z N_+)\exp(i\theta_-)\} + \text{к.с.}, \tag{6}$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = (\varepsilon_z P_z/\gamma)\exp(i\theta) + (P_\perp/2\gamma)\{\varepsilon_-\exp(i\theta_+) + \varepsilon_+\exp(i\theta_-)\} + \text{к.с.}, \tag{7}$$

$$\frac{d\theta_0}{d\tau} = -\Omega/\gamma + \left\{(\varepsilon_x N_y - \varepsilon_y N_x)\gamma^{-1}\right\}\exp(i\theta) +$$
$$+ (i/2P_\perp)\{[\varepsilon_-(1 - N_z P_z/\gamma) + \varepsilon_z P_z N_-/\gamma]\exp(i\theta_+) -$$
$$- [\varepsilon_+(1 - N_z P_z/\gamma) + \varepsilon_z P_z N_+/\gamma]\exp(i\theta_-)\} + \text{к.с.}, \tag{8}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -1 + N_z P_z/\gamma + \left(N_\perp P_\perp \gamma^{-1}\right)\cos(\theta_0 - \phi). \tag{9}$$

Здесь

$$\varepsilon_\pm = \varepsilon_x \pm i\varepsilon_y, \quad N_\pm = N_x \pm iN_y = N_\perp \exp(\pm i\phi),$$
$$\operatorname{tg}\phi = N_y/N_x, \quad N_\perp = \sqrt{N_x^2 + N_y^2}, \quad \theta_\pm = \theta \pm \theta_0. \tag{10}$$

Обычно из соображений удобства далее вводят дрейфовые переменные [15–17] $\rho_x = \xi - P_\perp \Omega^{-1}\sin\theta_0$, $\rho_y = \eta + P_\perp\Omega^{-1}\cos\theta_0$ и рассматривают плоскую волну с фазой $\theta = -\tau + \mathbf{N}\boldsymbol{\rho}$. Мы используем другой, более общий подход, основанный на том, что при учете конечного гирорадиуса частицы (по сравнению с поперечной длиной волны) необходимо от фазы волны θ перейти к новой фазе ψ по формуле [21]

$$\psi = \theta + \mu\sin(\psi_0 - \phi), \tag{11}$$

где

$$\mu = N_\perp P_\perp/\Omega, \quad \psi_0 \equiv \theta_0. \tag{11a}$$

Тогда, используя известные формулы для функций Бесселя J_n

$$\exp\left(\pm i\mu\sin(\psi_0 - \phi)\right) = \sum_{-\infty \leqslant h \leqslant \infty} J_n(\mu)\exp\left(\pm in(\psi_0 - \phi)\right),$$

$$J_{n-1}(\mu) + J_{n+1}(\mu) = (2n/\mu)J_n(\mu),$$
$$J_{n-1}(\mu) - J_{n+1}(\mu) = 2J_n'(\mu) \equiv 2\frac{dJ_n(\mu)}{d\mu},$$

из системы (5)–(9) получим уравнения движения частицы в виде

$$\frac{dP_z}{d\tau} = \sum_n \{\varepsilon_z(1 - n\Omega/\gamma)J_n + P_\perp N_z W_n/\gamma\}\exp(i\psi_n) + \text{к.с.}, \tag{12}$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \sum_n \{\varepsilon_z P_z J_n/\gamma + P_\perp W_n/\gamma\}\exp(i\psi_n) + \text{к.с.}, \tag{13}$$

$$\frac{dP_\perp}{d\tau} = \sum_n \{\varepsilon_z P_z N_\perp n J_n/(\gamma\mu) + (1 - N_z P_z/\gamma)W_n\} \exp(i\psi_n) + \text{к.с.}, \quad (14)$$

$$\frac{d\psi_0}{d\tau} = -\Omega\gamma^{-1} - \sum_n \{\mathbf{e}_z[\mathbf{N}_\perp\varepsilon]J_n/\gamma + (i/P_\perp)[\varepsilon_z P_z N_\perp J_n'/\gamma +$$

$$+ (1 - N_z P_z/\gamma)(\varepsilon\mathbf{N}_\perp J_n'/N_\perp + i\mathbf{e}_z[\mathbf{N}_\perp\varepsilon] n J_n/\mu N_\perp)]\} \exp(i\psi_n) + \text{к.с.}, \quad (15)$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -1 + N_z P_z/\gamma + \sum_n \{\mathbf{e}_z[\mathbf{N}_\perp\varepsilon](\gamma - N_z P_z - n\Omega)J_n/\gamma\Omega\} \exp(i\psi_n) + \text{к.с.}, \quad (16)$$

где $W_n = N_\perp^{-1}\{(\varepsilon\mathbf{N}_\perp n J_n/\mu) + i\mathbf{e}_z[\mathbf{N}_\perp\varepsilon]\}$.

Здесь использованы соотношения

$$N_\perp \mathbf{e}_\mp \exp(\pm i\phi) = \mathbf{N}_\perp \mp i[\mathbf{e}_z\mathbf{N}_\perp],$$

$$\mathbf{e}_\pm = \mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y, \quad \psi_n \equiv \psi - n\psi_0 + n\phi.$$

В области резонанса на s-й гармонике гирочастоты разность частот

$$\Delta_s \equiv (-\gamma + N_z P_z + s\Omega)\gamma^{-1} \quad (17)$$

является малой. Тогда соответствующая комбинация фаз $\psi_{rs} = \psi - s\psi_0$ становится медленной переменной. Это значит, что при достаточно малых амплитудах волны система (12)–(16) может быть усреднена по всем быстрым фазам $\psi - n\psi_0$, кроме резонансной фазы ψ_{rs}. При этом предполагается, что отдельные резонансы не перекрываются между собой. Условия перекрытия резонансов обсуждались, например, в работе [17]. В результате усреднения система (12)–(16) упрощается — все суммы исчезают и остаются лишь члены при $n = s$.

Из усредненной системы в области s-го резонанса следует приближенный интеграл, согласующийся с точным интегралом (3),

$$N_z\gamma - P_z + iJ_s\{\varepsilon_z \exp(i\psi_{rs}) - \varepsilon_z^* \exp(-i\psi_{rs})\} \equiv +Y = \text{const}(\varepsilon^2). \quad (18)$$

В случае продольного распространения поперечной волны ($\varepsilon_z = 0$, $N_\perp = 0$, $N_z = N$) условие точного резонанса (при $s = 1$)

$$\Delta_1 = (-\gamma + NP_z + \Omega)\gamma^{-1} = 0$$

будет сохраняться во все время движения частицы, т. е. будет совпадать с интегралом (18), если $N = 1$, $Y = \Omega$. Это — известные условия авторезонанса [1,2]. При наклонном же распространении волны условие $\Delta_s = 0$ не может сохраняться, если даже оно выполнялось в начальный момент времени. В этом случае условие резонанса может быть совместимо с интегралом (18), если $N_z = 1$, $Y = s\Omega$, причем $|\varepsilon_z| J_n| \ll 1$.

Таким образом, интеграл

$$\gamma - P_z + iJ_s\{\varepsilon_z \exp(i\psi_{rs}) - \text{к.с.}\} = s\Omega + \text{o}(\varepsilon^2) \quad (19)$$

обеспечивает своеобразный авторезонансный или, точнее говоря, синхронный режим движения частицы. При этом в отличие от случая продольного распространения вакуумной волны для осуществления синхронного режима движения частицы необходимо, чтобы лишь проекция фазовой скорости волны на направление внешнего магнитного поля была равна скорости света.

При достижении больших значений энергии ($\mu \gg 1$) разность $\gamma - P_z$, согласно (19), стремится к постоянному значению

$$\gamma - P_z \to s\Omega. \tag{19a}$$

Таким образом, по мере увеличения энергии частицы условие циклотронного резонанса выполняется с возрастающей точностью и синхронный режим переходит в авторезонанс. Из релятивистского соотношения

$$\gamma^2 = 1 + P_\perp^2 + P_z^2, \tag{20a}$$

а также интеграла (19) легко получить приближенную формулу (при $s \neq 0$)

$$\gamma = (2s\Omega)^{-1}\{[P_\perp^2 + 1 + (s\Omega)^2][1 + (iJ_s/s\Omega)(\varepsilon_z \exp(i\psi_{rs}) - \text{к.с.})]\} + \mathrm{o}(\varepsilon^2). \tag{20}$$

Отсюда следует, что при $s\Omega = 1$ возможна полная отдача энергии частицей ($P_\perp \to 0$, $P_z \to 0$, $\gamma \to 1$). Это — так называемый арттронный эффект [10], который используется в мазерах на циклотронном авторезонансе.

Рассмотрим далее частный случай, полагая $N_y = 0$ ($\phi = 0$), $\varepsilon_x = \varepsilon_1/2$, $\varepsilon_y = -i\varepsilon_2/2$, $\varepsilon_z = \varepsilon_3/2$. Тогда движение частицы в синхронном режиме (19) описывается усредненными выражениями

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = (\Omega/N_\perp\gamma)G_s \cos\psi_{rs}, \tag{21}$$

$$\frac{d\mu}{d\tau} = (sN_\perp/\mu\gamma)G_s \cos\psi_{rs}, \tag{22}$$

$$\frac{d\psi_{rs}}{d\tau} = -(sN_\perp/\mu\gamma)G_s' \sin\psi_{rs}. \tag{23}$$

Здесь

$$G_s \equiv (\varepsilon_3 P_z N_\perp/\Omega)J_s + \varepsilon_1 s J_s + \varepsilon_2 \mu J_s'. \tag{24}$$

Штрих означает производную по $\mu = N_\perp P_\perp \Omega^{-1}$.

Для получения уравнения (23) при усреднении (15), (16) необходимо учесть общее уравнение для функции Бесселя, а также уравнения (21), (22). Как видно из (24), функция G_s зависит как от величины амплитуд волны, так и от ее поляризации. Из уравнений (22), (23) вытекает приближенный интеграл

$$G_s \sin\psi_{rs} = Q_s = \text{const}. \tag{25}$$

Он обобщает известное соотношение, существующее при циклотронном авторезонансе в случае продольно распространяющейся поперечной волны ($\mu \to 0$) [5]

$$P_\perp \sin\psi_r = \text{const}.$$

Разрешая выражение (20) относительно $P_\perp^2$, получаем оценку

$$\mu^2 = N_\perp^2 \Omega^{-2}\{2s\Omega\gamma - 1 - (s\Omega)^2\} + o(\varepsilon). \tag{25a}$$

Используя далее общие соотношения (19), (20), (25), из (21) можно получить уравнение для энергии

$$\left(\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2 + V(\gamma) = 0. \tag{26}$$

Уравнение такого типа было найдено в работе [3] в случае поперечной волны с круговой поляризацией, распространяющейся вдоль магнитного поля. В рассматриваемой задаче функция $V(\gamma)$ имеет вид

$$V(\gamma) = (\Omega/\gamma N_\perp)^2 \left\{Q_s^2 - G_s^2(\gamma)\right\}. \tag{26a}$$

При больших значениях энергии в функции G_s, согласно (24), наиболее существенным является первый член

$$G_s \approx \varepsilon_3(\gamma N_\perp/\Omega)\sqrt{2/\pi\mu}\cos(\mu - \pi s/2 - \pi/4).$$

Таким образом, согласно (25a), при больших значениях энергии темп ускорения независимо от порядка резонанса падает по закону

$$d\gamma/d\tau \sim \gamma^{-1/4}. \tag{27}$$

Отметим для сравнения, что в случае авторезонанса в поперечной вакуумной волне, распространяющейся вдоль магнитного поля, темп ускорения падает по закону $\gamma^{-1/2}$.

Выше была рассмотрена возможность синхронного движения при резонансах на гирочастоте и ее гармониках. Вместе с тем уравнения (21)–(23) и условие (19) допускают также возможность синхронного режима в поперечной волне при черенковском резонансе ($s = 0$). В этом случае резонансной является фаза ψ и уравнения (21)–(23) принимают простой вид

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \varepsilon_3 P_z \gamma^{-1}\cos\psi,$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -\varepsilon_3\gamma^{-1}\sin\psi, \quad \mu = \text{const}, \tag{28}$$

при этом необходимо считать $\mu \ll 1$ (малые питч-углы), так что $J_0 \approx 1$. Из системы (28) с учетом общего интеграла (19) (при $s = 0$) следует также приближенный интеграл

$$\gamma\sin\psi \approx (1 + P_\perp^2)/2\varepsilon_3 \equiv Q = \text{const}. \tag{29}$$

С его использованием из уравнений (28) легко найти закон изменения энергии

$$\sqrt{\gamma^2 - Q^2} - \sqrt{\gamma_0^2 - Q^2} \approx \varepsilon_3\tau, \tag{30}$$

где $\gamma_0 = \gamma|_{\tau=0}$.

Закон (30) имеет место, если $\gamma, \gamma_0 > Q$. Поскольку $\varepsilon_3 \ll 1$, то постоянная $Q \gg 1$. Таким образом, рассматриваемый режим возможен лишь для ультрарелятивистских частиц, движущихся почти вдоль магнитного поля. При этом частицы могут неограниченно ускоряться. Такой механизм, возможно, может найти применения в астрофизических задачах. Вместе с тем отметим, что приведенный вывод основан на линейном приближении заданного поля и пренебрежении радиационными эффектами.

2. Синхронное движение в продольной волне

Зададим поле продольной электростатической волны в виде

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \tag{31}$$

где потенциал $\varphi = \varphi_0 \cos\theta$.

Таким образом,

$$\mathbf{E} = \mathbf{k}\varphi_0 \sin\theta, \tag{31a}$$

волновой вектор $\mathbf{k} = \nabla\theta$.

Из релятивистских уравнений движения заряженной частицы, как и в случае поперечной волны, следует точный интеграл (в прежних безразмерных обозначениях)

$$\mathbf{N}\gamma - \mathbf{P} + \varepsilon\mathbf{N}\cos\theta + [\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\Omega}] = \text{const}, \tag{32}$$

где $\varepsilon = e\varphi_0/m_0c^2$.

Используя замену (11), приходим к уравнениям, аналогичным (5)–(9),

$$\frac{dP_z}{d\tau} = \varepsilon N_z \sum_{-\infty \leqslant h \leqslant \infty} J_n(\mu)\sin(\psi - n\psi_0),$$

$$\frac{dP_\perp}{d\tau} = \varepsilon N_\perp \sum_n nJ_n\mu^{-1}\sin(\psi - n\psi_0),$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \varepsilon\gamma^{-1}\sum_n (N_zP_z + n\Omega)J_n\sin(\psi - n\psi_0),$$

$$\frac{d\psi_0}{d\tau} = -\Omega\gamma^{-1} - \varepsilon N_\perp P_\perp^{-1}\sum_n J_n'\cos(\psi - n\psi_0),$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -1 + N_zP_z\gamma^{-1}. \tag{33}$$

Здесь предолагалось, что $\mathbf{N} = (\mathbf{k}c/\omega) = (N_\perp, 0, N_z)$. Отсюда следует, что в продольной волне, как и в поперечной волне, возможен циклотронный резонанс и резонансы на гармониках гирочастоты. Вблизи s-го резонанса $\Delta_s \equiv (N_zP_z - \gamma + s\Omega)\gamma^{-1} \approx 0$ при достаточно малой амплитуде волны система (33) может быть усреднена, при этом фаза

$\psi_{rs} = \psi - s\psi_0$ является резонансной. Из усредненной системы следует приближенный интеграл

$$N_z\gamma - P_z + \varepsilon N_z J_s(\mu)\cos\psi_{rs} = Y = \mathrm{const} + \mathrm{o}(\varepsilon^2). \qquad (34)$$

Отсюда получаем условия синхронного движения частицы в продольной волне, бегущей под углом к магнитному полю, аналогичные случаю поперечной волны,

$$N_z = 1, Y = s\Omega,$$

$$\gamma - P_z + \varepsilon J_s(\mu)\cos\psi_{rs} = s\Omega + \mathrm{o}(\varepsilon^2). \qquad (35)$$

Существует также приближенный интеграл, аналогичный (25),

$$\gamma J_s(\mu)\cos\psi_{rs} = Q_s\mathrm{const} + \mathrm{o}(\varepsilon^2) \qquad (36)$$

и уравнение для γ, аналогичное (26),

$$\left(\frac{d\gamma}{d\tau}\right)^2 = \varepsilon^2(J_s^2 - Q_s^2\gamma^{-2}). \qquad (37)$$

При этом параметр μ связан с γ соотношением типа (20). Таким образом, в этом случае темп ускорения при больших γ также падает по закону $\gamma^{-1/4}$.

При синхронном движении в области черенковского резонанса ($s = 0$) параметр μ остается постоянным, и усредненные уравнения существенно упрощаются

$$d\gamma/d\tau = \varepsilon J_0(\mu)\sin\psi,$$

$$d\psi/d\tau = \varepsilon J_0(\mu)\cos\psi. \qquad (38)$$

Отсюда следует интеграл

$$\gamma\cos\psi = \mathrm{const}. \qquad (39)$$

С использованием условия синхронизма (35) интеграл (39) принимает вид

$$-2\varepsilon J_0(\mu)\gamma\cos\psi = 1 + P_\perp^2 = \mathrm{const}. \qquad (40)$$

Это соотношение имеет смысл только для тех частиц, для которых $J_0(\mu) \neq 0$. При значении $\mu_i \equiv P_{\perp i}N_\perp\Omega^{-1}$, являющемся корнем уравнения $J_0(\mu_i) = 0$, частицы не захватываются в синхронный режим черенковского резонанса. Как и в случае поперечной волны, черенковский синхронный режим осуществляется лишь для частиц, уже обладающих релятивистскими энергиями, при этом возможно их неограниченное ускорение.

С увеличением энергии частицы при постоянной поперечной составляющей импульса происходит непрерывное уменьшение питч-угла, так что частицы в процессе ускорения все более прижимаются к силовым линиям магнитного поля.

Отметим, что рассмотренный механизм синхронного движения описывает лишь тенденцию к неограниченному ускорению частиц. Для получения полной картины необходимо решить самосогласованную задачу.

Список литературы

[1] *Коломенский А.А., Лебедев А.Н.* // ДАН СССР. 1962. Т. 145. № 6. С. 1259–1263; ЖЭТФ. 1963. Т. 44. Вып. 1. С. 261–266.
[2] *Давыдовский В.Я.* // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. Вып. 9. С. 886–888.
[3] *Roberts C.S., Buchsbaum C.J.* // Phys. Rev. 1964. Vol. 135. N 2A. P. 381–388.
[4] *Воронин В.С., Коломенский А.А., Лебедев А.Н.* // Труды ФИАН СССР. 1973. Т. 69. С. 95–111.
[5] *Милантьев В.П.* // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 10. С. 2026–2029; 1994. Т. 64. Вып. 6. С. 166–172.
[6] *Андреев Ю.А., Давыдовский В.Я., Доценко Н.Б., Нагоев С.А.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 5. С. 138–145.
[7] *Jory H.R., Trivelpiece A.W.* // J. Appl. Phys. 1968. Vol. 39. N 7. P. 3053–3060.
[8] *Loeb A., Friedland L.* // Phys. Rev. 1986. Vol. A33. N 3. P. 1828–1835.
[9] *Rax J.M., Fisch N.J.* // Phys. Fluids. 1992. Vol. B.4. N 5. P. 1323–1331.
[10] *Андреев Ю.А., Давыдовский В.Я.* // ЖТФ. 1975. Т. 45. Вып. 1. С. 3–8.
[11] *Ботвинник И.Е., Братман В.Л., Волков А.Б.* и др. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. Вып. 22. С. 1386–1389.
[12] *Nath O., Singh R.N.* // Int. J. Electronics. 1971. Vol. 31. N 3. P. 249–255.
[13] *Loeb A., Friedland L., Eliezer S.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1987. Vol. 15. N 2. P. 238–242.
[14] *Wolley M.L.* // Plasma Phys. 1971. Vol. 13. N 3. P. 1141–1145.
[15] *Киценко А.Б., Панкратов И.М., Степанов К.Н.* // ЖТФ. Т. 45. Вып. 4. С.912–915.
[16] *Киценко А.Б.* // Физика плазмы. 1983. Т. 9. Вып. 4. С. 800–806.
[17] *Туркин Ю.А.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 7. С. 15–21.
[18] *Bell T.F.* // J. Geophys. Res. 1984. Vol. 89. N A2. P. 905–918.
[19] *Tajima T., Dawson J.M.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. N 5. P. 267–270.
[20] *Ерохин Н.С., Комилов К., Хакимов Ф.Х., Хачатрян А.Г.* // Физика плазмы. 1989. Т. 15. Вып. 11. С. 1290–1294.
[21] *Милантьев В.П.* // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. Вып. 1. С. 132–140.