

09;10

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА ПЕРИОДИЧЕСКИ ПУЛЬСИРУЮЩИМ ПУЧКОМ ЭЛЕКТРОНОВ

© С.С.Калмыкова, Г.Д.Крамской, В.И.Курилко

Харьковский физико-технический институт АН Украины,

310108 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 31 января 1995 г.

В окончательной редакции 17 апреля 1995 г.)

Изложены методы и результаты теоретического и экспериментального исследования динамики радиационного взаимодействия периодически пульсирующего потока релятивистских электронов с открытым резонатором. Показано, что в основе этого взаимодействия лежит элементарный эффект переходного излучения электронов на выходном торце резонатора, усиленный когерентностью сгустков элементарных излучателей, которая обеспечивает возможность практического использования открытых резонаторов для бесконтактных измерений импульсного тока на выходе линейных резонансных ускорителей электронов.

### Введение

Основной целью данной работы является теоретическое и экспериментальное исследование когерентного переходного взаимодействия периодически пульсирующего потока заряженных частиц с открытым резонатором. Выбор именно этой резонансной структуры для исследования количественных закономерностей эффекта когерентности спонтанного переходного излучения (СПИ) обусловлен несколькими факторами. Прежде всего существенный прикладной интерес представляет использование данной системы в качестве устройства для бесконтактных измерений тока ускоренных частиц в линейных резонансных ускорителях электронов (ЛРУЭ), обеспечивающих слабое возмущение параметров пучка. При этом характерное для открытого резонатора разрежение спектра его собственных колебаний облегчает решение задачи обеспечения резонанса между частотой следования сгустков и собственной частотой резонатора, а также идентификации этих колебаний по структуре их поля (методом пробного тела), равно как и транспортировку сгустков через объем резонатора. Кроме того, современные методы теоретической электродинамики допускают относительно простое исследование количественных закономерностей воз-

буждения такого резонатора модулированным током в явном аналитическом виде, что существенно упрощает интерпретацию физического содержания данных измерений. Ниже мы изложим эту теорию (раздел 1) и соответствующий эксперимент (раздел 2), а также сопоставим их результаты (раздел 3).

## 1. Теория

а) Рассмотрим открытый резонатор, образованный отрезком длины  $L$  круглого цилиндра с проводящими стенками внутреннего радиуса  $a$ . Плотность вынуждающего тока, проходящего вдоль оси  $OZ$  резонатора, считаем заданной — гармонически модулированной на частоте  $\omega$ :

$$j_z(r, z, t) = j_0 R(r) \exp[i(k_b z - \omega t)], \quad k_b \equiv \omega/V_0. \quad (1)$$

Здесь  $j_0$  — амплитуда гармоники тока, соответствующей данной частоте;  $V_0$  — направленная скорость частиц пучка;  $R(r)$  — нормированная на единицу функция распределения его плотности по радиусу

$$2\pi \int_0^a r dr R(r) = 1, \quad R(r \geq a) = 0. \quad (1a)$$

Требуется найти поле, возбуждаемое таким током в рассматриваемом резонаторе в условиях, когда частота модуляции тока  $\omega$  близка к первой граничной частоте  $\omega_{thr}^1 = c\lambda_1^0/a$  соответствующего бесконечно-го волновода ( $J_0(x)$  — функция Бесселя,  $\lambda_1^0 = 2.405$  — ее первый корень  $J_0(\lambda_1^0) = 0$ ).

б) Будем искать решение поставленной задачи методом согласованного анализа динамики процессов СПИ тока (1) на торцах резонатора с учетом эффекта накопления энергии поля этого излучения в объеме резонатора благодаря достаточно высокой отражающей способности этих торцов в рассматриваемых условиях (при  $\omega - \omega_{thr}^1 \ll \omega_{thr}^1$ ; ср. [1-3]). С этой целью введем в рассмотрение следующие физические величины: комплексные амплитуды  $H_{\pm}(a, z)$  магнитного поля  $H_{\varphi}(r, z)$  попутной пучку (+) и встречной (-) волн, образующих вынужденные пучком колебания резонатора; комплексный коэффициент отражения этих волн входным ( $z = 0$ ) и выходным ( $z = L$ ) торцами резонатора  $R(\omega)$ , а также значения амплитуд полей  $H_{\varphi}(r, z)$ . СПИ тока (1) на этих торцах

$$F_+(0) \equiv H_{\varphi}^{STR}(a, 0); \quad F_-(L) \equiv H_{\varphi}^{STR}(a, L).$$

Введенные таким образом комплексные амплитуды  $H_{\pm}(0)$ ,  $H_{\pm}(L)$ ,  $F_{\pm}(0)$  и  $F_{\pm}(L)$  связаны между собой следующими линейными соотношениями на торцах резонатора ( $z = 0, L$ ):

$$H_+(0) = R(\omega)H_-(0) + F_+(0), \quad (2a)$$

$$H_-(L) = R(\omega)H_+(L) + F_-(L), \quad (2b)$$

$$H_{\pm}(L) = H_{\pm}(0) \exp[ik_{\pm}(\omega)L]. \quad (2c)$$

Из соотношений (2a)–(2c) следуют резонансные зависимости иско-  
мых амплитуд от частоты  $\omega$

$$H_+(0) = \frac{F_+(0) + R(\omega)F_-(L)}{1 - R^2(\omega) \exp[2ik_+(\omega)L]}, \quad (2)$$

а также линейная зависимость этих амплитуд от тока пучка  $j_0$ , возбу-  
ждающего данный резонатор. В частности, при достаточно большой  
длине последнего, когда выполнены неравенства

$$1 - |R| \ll 1; \quad M = \beta' + \omega L/c \gg 1, \quad \beta' + i\beta'' \equiv \frac{\omega_{thr}^1}{ik_+(\omega)c} \ln R, \quad (3a)$$

амплитуда вынуждаемых СПИ пучка колебаний резонатора суще-  
ственно возрастает в окрестностях его собственных частот  $[1^{-3}]$

$$\omega_{mP}^0 \equiv \omega_{thr}^1 [1 + \pi^2 m^2 / 2M^2]; \quad \pi m \ll M; \quad M \equiv \omega_{thr}^1 L/c \gg 1. \quad (3b)$$

Соответствующие этим частотам расчетные значения добротности  
резонатора  $Q_{mP}^0$  оказываются существенно большими единицы

$$Q_{mP}^0 = M^3 / 2\pi^2 m^2 \beta'' \gg 1. \quad (3c)$$

Здесь  $m = 1, 2, 3, \dots$  — номер продольной гармоники поля собствен-  
ных колебаний резонатора. Таким образом, положение точек резонан-  
са вынужденных колебаний рассматриваемой системы, а также соот-  
ветствующие полуширины резонансных кривых (и относительные ам-  
плитуды резонансных максимумов) однозначно определяются только  
геометрическими параметрами “холодного” резонатора ( $M$ ) и отра-  
жательными характеристиками его торцов ( $\beta' + i\beta''$ ). Что же касается  
СПИ тока (1) на торцах резонатора, то его интенсивность определяют  
лишь абсолютные величины указанных максимумов.

в) Приведенные результаты не зависят от конкретного вида кон-  
струкции резонатора, которая влияет на дифракционные характери-  
стики его торцов, определяя частотные зависимости функций  $R(\omega)$   
и  $F_{\pm}(\omega)$ . Для теоретического описания этих характеристик необходи-  
мо выбрать модель торца, которая по своим физическим свойствам бы-  
ла бы максимально близкой к эксперименту, с одной стороны, а также  
достаточно простой для теоретического рассмотрения, с другой. Наи-  
более полно обоим этим требованиям удовлетворяет полубесконечный  
идеально проводящий цилиндр радиуса  $a$  с бесконечно тонкими стен-  
ками. Решение ключевых дифракционных задач для такого цилиндра  
дает следующее значение комплексной константы  $\beta$ :

$$\beta' + i\beta'' = 1.76 + i0.64, \quad (4a)$$

а также явные аналитические выражения для амплитуд  $F_+(0)$  и  $F_-(L)$

$$F_+(0) = - \frac{2\sqrt{2}j_0 k_0 K_0(\Lambda)}{c\gamma_0^2 [\lambda_1^{(0)}]^{1/2} Y_0^{(+)}(k_b)} \exp(-\pi i/4), \quad (4b)$$

$$F_-(L) = + \frac{2\sqrt{2}j_0k_0 \exp(-\pi i/4)}{c [\lambda_1^{(0)}]^{3/2} X_0^{(+)}(k_b) I_0(\Lambda)}, \quad (4c)$$

где  $J_0(X)$  и  $K_0(x)$  — функции Бесселя и Макдональда соответственно,  $X_0^{(\pm)}(k)$  и  $Y_0^{(\pm)}(k)$  — ограниченные на бесконечности решения однородных задач сопряжения аналитических функций на оси  $\text{Im}(k) = 0$

$$X_0^{(+)}(k) = D_0(k)X_0^{(-)}(k), \quad (5a)$$

$$Y_0^{(+)}(k) = \frac{1}{D_0}Y_0^{(-)}(k); \quad (5b)$$

$$D_0(k) \equiv [2\kappa a I_0(\kappa a) K_0(\kappa a)]^{-1}; \quad \kappa = \sqrt{k^2 - k_0^2},$$

которые имеют вид [5,6]

$$X_0^{(\pm)}(k) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{C_{\pm}} \frac{dk'}{k' - k} \ln D_0(k') \right\}; \quad Y_0^{(\pm)}(k) = [X_0^{(\pm)}(k)]^{-1} \quad (5c)$$

(контуры  $C_{\pm}$  проходят по вещественной оси  $k$  и обходят особую точку  $k' = k$  снизу и сверху соответственно).

Как следует из приведенных формул, при  $\gamma_0 \gg 1$  основной вклад в накачку открытого резонатора электромагнитным излучением в рассматриваемых условиях вносит СПИ тока (1) на выходном торце резонатора. Физически последний результат можно объяснить тем, что на этом торце собственное поле тока (1) испытывает значительно бóльшую перестройку, чем на входном (см., например, [3]). Результирующая зависимость плотности энергии микроволнового магнитного поля в объеме резонатора от частоты  $\omega$  имеет вид:

$$|H_{\varphi}(a)|^2 = \frac{8j_0^2 K_0^2}{c^2 [\lambda_1^{(0)}]^3 I_0^2(\Lambda)} \frac{\exp(-0.64)}{|1 - \exp[2i\eta(M + i\beta'')]|^2}, \quad (5)$$

где введено обозначение  $\eta = k^+ c/\omega$ .

## 2. Эксперимент

а) Экспериментальная проверка была проведена на установке, блок-схема которой приведена на рис. 1. Пучок электронов с энергией  $W_0 = 15 \text{ МэВ}$  ( $\gamma_0 = 31$ ), модулированный по плотности на частоте  $f_0 = 2796.6 \text{ МГц}$ , проходил через танталовую фольгу 3 (толщиной  $d = 50 \text{ мкм}$ ) в выходном отверстии цилиндра Фарадея 2, контролирующего ток пучка ускоренных электронов на выходе ЛРУЭ 1 (ЛУЭ-20 НИИ ХФТИ) [4], и поступал в открытый резонатор 4. Последний был образован отрезком медного цилиндра длиной  $L = 765 \text{ мм}$ , внутренним диаметром  $2a = 82.2 \text{ мм}$  и толщиной стенок  $h = 3 \text{ мм}$ .

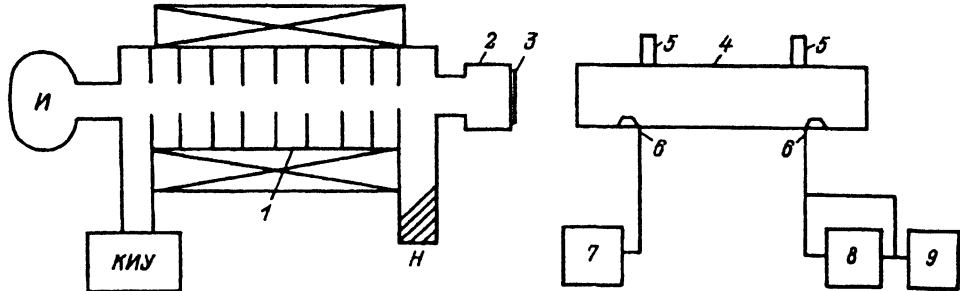


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки.

И — источник электронов, Н — СВЧ нагрузка, КИУ — контрольно-измерительное устройство.

Сигнал микроволнового излучения, возбуждаемого в резонаторе пучком, через петлю связи  $6$  поступал на измерительный приемник  $7$  (типа П5-5) и частотомер  $8$  (типа ЧЗ-34А); вторая петля связи  $6$  служила для ввода микроволнового сигнала от внешнего генератора  $9$  (типа Г4-9) при “холодных” измерениях амплитудно-частотной характеристики генератора (в отсутствие пучка). В процессе измерения интенсивности микроволнового излучения, возбужденного в резонаторе пучком, перестройка собственной частоты резонатора осуществлялась с помощью двух настроечных штырей  $5$  диаметром  $\varnothing = 16$  мм, которые обеспечивали возможность изменения указанной частоты в диапазоне до  $|\Delta f|_{\max} \approx 1.5$  МГц.

б) Измеренные в данном эксперименте зависимости энергии микроволнового излучения, возбуждаемого в резонаторе внешним генератором  $8$  при полностью выведенных настроечных штырях  $5$ , от частоты этого генератора  $f_{\Gamma}$  приведены на рис. 2 для первой ( $m = 1$ ) и вто-

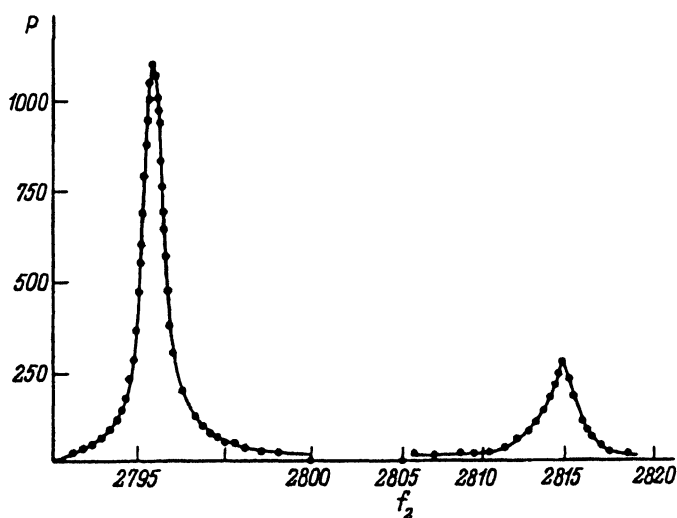


Рис. 2. Зависимость плотности энергии микроволнового поля в резонаторе (отн. ед.) от частоты генератора (МГц).

Частотный масштаб — линейный с четырехкратным скачком цены деления на частоте  $f_* = 2800$  МГц.

рой ( $m = 2$ ) пространственных гармоник. Соответствующие значения резонансных частот  $f_{m\phi}^0$  и добротностей  $Q_{m\phi}^0$  “холодного” резонатора, полученные методом статистической обработки данных этих измерений, представлены в таблице. При этом контроль картины поля колебаний был проведен стандартным методом пробного тела. Эти измерения также показали, что внесение пробного тела сказывается снаружи резонатора на расстояниях от его торцов, сравнимых с радиусом цилиндра  $a$ .

$m$	$f_{m\phi}^0$	$Q_{m\phi}^0$
1	2795.385	4000
2	2814.67	1170
3	2846.0	520

в) Результаты проведенных измерений характеристик микроволнового излучения, возбуждаемого в резонаторе пучком электронов в окрестности резонансной частоты первой гармоники ( $m = 1$ ), представлены на рис. 3 и 4. На первом из них представлена зависимость от частоты относительной интенсивности электромагнитного поля, возбуждаемого в резонаторе пучком с импульсным током  $j_u = 30$  мА (при длительности импульса тока  $\tau \approx 2.7$  мкс и частоте посылок  $\nu = 25$  Гц). На втором представлены данные измерений зависимости средней мощности излучения, детектируемого измерительным приемником 7 (рис. 1), от импульсного тока пучка  $j_u$  (для тех же значений длительности токового импульса  $\tau_u$  и частоты посылок  $\nu$ ).

### 3. Обсуждение результатов

Сравнивая приведенные выше результаты расчетов с данными измерений, можно прийти к заключению об их достаточно хорошем взаимном соответствии не только по функциональным зависимостям от внешних параметров, но и по численным значениям наиболее существенных скалярных характеристик. Действительно, резонансные зависимости от частоты энергии микроволнового излучения, накапливаемого в объеме резонатора, наблюдаются как для “холодных” (рис. 2) так и для “горячих” (рис. 3) измерений. При этом соответствующие значения резонансных частот и добротностей “холодного” резонатора ( $f_{m\phi}^{(0)}$  и  $Q_{m\phi}^{(0)}$  соответственно) достаточно хорошо укладываются на зависимости, предсказываемые теорией (см. формулы (3а) и (3б)). Для добротностей  $Q_{m\phi}^{(0)}$  квадратичный спад с ростом номера гармоники особенно четко прослеживается, если в качестве исходного взять значение  $Q_{3p}^{(0)} = Q_{3\phi}^{(0)} = 520$ . В самом деле, для этого номера продольной гармоники вклад потерь в стенках резонатора и петлях связи незначителен. В то же время именно этот вклад, по-видимому, является основным источником отличия расчетного значения добротности ( $Q_{1p}^{(0)} \approx 4680$ ) от полученного обработкой данных эксперимента ( $Q_{1\phi}^{(0)} \approx 4000$ ). Следует также заметить, что абсолютное значение константы радиационного затухания собственных колебаний резонатора  $\beta''$ , рассчитанное

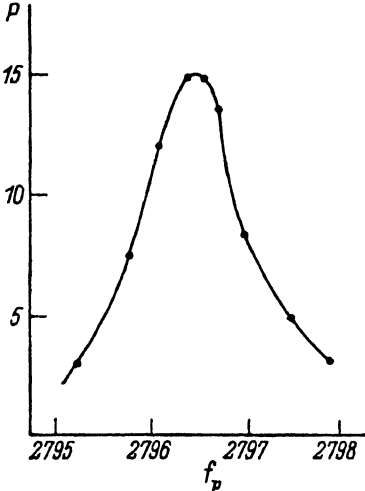


Рис. 3. Зависимость плотности энергии микроволнового поля (отн. ед.), возбуждаемого в резонаторе пучком, от частоты резонатора  $f_p$  (МГц).

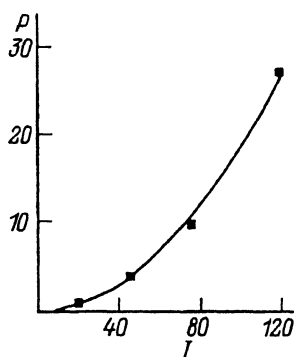


Рис. 4. Зависимость средней мощности микроволнового поля в резонаторе (мВт) от импульсного тока пучка (мА).

по формуле (3b) на основе обработки приведенных в таблице данных эксперимента,

$$\beta''_{m\varnothing} \equiv \frac{M^3}{2\pi^2 m Q_{m\varnothing}^{(0)}} \approx 1.08,$$

также оказывается достаточно близким к предсказываемому теорией идеализированной модели резонатора  $\beta''_T = 0.64$  (см. (4a)). Наиболее вероятными причинами наблюдаемого в эксперименте увеличения этого затухания является конечность радиуса кривизны торцов резонатора и угла среза кромки этих торцов ( $\alpha = \pi/6$ ), которые уменьшают отражательную способность последних, увеличивая радиационные потери.

Что касается “горячих” измерений (проведенных с использованием периодически пульсирующего тока ЛРУЭ), то в их результатах следует отметить две особенности. Прежде всего, характерное значение добротности резонатора, рассчитанное по приведенным на рисунке 3 данным эксперимента, ( $Q_{1\varnothing}^{(b)} \approx 3 \cdot 10^3$ ) оказывается достаточно близким к измеренному в “холодных” измерениях ( $Q_{1\varnothing}^{(0)} \approx 4 \cdot 10^3$ ) (см. таблицу). Физически это означает, что данный резонатор, на длине которого помещается одновременно не более семи сгустков ускоренных электронов, обеспечивает когерентное (синфазное) сложение полей торможения излучением примерно трех тысяч таких сгустков. При этом независимым подтверждением наличия такой когерентности является наблюдаемая на графике рис. 4 квадратичная зависимость плотности энергии поля излучения, накапливаемого в резонаторе, от импульсного тока пучка. Что же касается отклонения этой зависимости от квадратичной при максимальном токе  $j_{\max} = 160$  мА, то оно, по-видимому, объясняется увеличением расходимости пучка за счет полей объемного заряда: в условиях данного эксперимента диаметр пучка возра-

стал до значений, сравнимых с диаметром резонатора, уже при токах  $j_u \approx 30$  МА (по-видимому, и за счет рассеяния на воздухе).

Таким образом, из приведенного выше анализа совокупности результатов теоретического и экспериментального исследования процесса коллективного радиационного взаимодействия релятивистского модулированного пучка электронов с открытым резонатором следует, что в основе этого взаимодействия лежит когерентное СПИ сгустков электронов на выходном торце резонатора, рассматриваемое взаимодействие может быть использовано для бесконтактных измерений импульсного тока пучков ускоренных электронов на выходах ЛРУЭ.

#### Список литературы

- [1] Вайнштейн Л.А. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. Вып. 3. С. 1050–1067.
- [2] Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М: Сов. радио, 1966.
- [3] Калмыкова С.С. // ДАН СССР. 1974. Т. 215. № 4. С. 814–816.
- [4] Вишняков В.А., Гришко В.М., Гришаев И.А. и др. // Атомная энергия. 1977. Т. 42. С. 231–233.
- [5] Рапопорт И.М. // ДАН СССР. 1948. Т. 59. № 8. С. 1403–1406.
- [6] Мустелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М: Наука, 1968.