

0.1;05

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ПРОЧНОСТИ НА РАЗРЫВ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

© Л.К.Зарембо, В.А.Юровский

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119899, Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 6 февраля 1995 г.)

В статистической модели разрывной прочности твердого тела с одинаковыми дефектами [1] учтены экспоненциальное размножение дефектов и нелинейные механические свойства тела. Определены в зависимости от исходного дефектного состояния критические параметры (напряжение, деформация, средняя концентрация дефектов) квазистатического разрыва. Модель правильно описывает стадии старения по мере размножения дефектов пластического тела: упрочнение, охрупчивание, разрыв. На основе имеющихся в литературе экспериментальных данных по квазистатическому разрыву определены коэффициенты размножения дефектов при одноосном растяжении некоторых хрупких и пластических материалов, а также проведена оценка энергии образования одиночного дефекта. По порядку величины модель дает правильные величины средних размеров дефектов, развивающихся в процессе микроразрушения.

Механизмы микроразрушения длительное время изучались на качественном уровне. Однако, по-видимому, в последние десятилетия начали развиваться методы, основанные на макрокинетическом подходе к динамике развития дефектной структуры. Акустика в смысле развития этой материаловедческой проблемы может оказаться полезной во многих отношениях. Многочисленные исследования амплитуднозависимого внутреннего трения, как известно, позволяют получить сведения о динамике дислокационной структуры в начальной стадии динамической усталости. Усталостная динамическая прочность на звуковых и ультразвуковых частотах широко исследовалась для различных конструкционных материалов. Наконец, ценные сведения о микро- и макроразрушении могут быть получены пассивными методами: методами акустической эмиссии.

Другой подход к этому кругу вопросов связан с тем, что развитие нелинейной акустики в настоящее время открывает достаточно широкие возможности достаточно точных измерений модулей упругости высших порядков в области относительно малых деформаций. Нелинейные модули упругости чувствительны к дефектной структуре и принципиально дают возможность интегральной диагностики дефектной структуры (трудно поддающейся исследованию другими метода-

ми в начальной стадии процесса разрушения), что также может быть использовано в прогнозе прочности. Статистическая модель прочности дефектного тела с учетом размножения дефектов позволяет на модельном уровне выразить динамику развития разрушения в терминах исходного состояния. Как будет показано в этой работе, сочетание методов акустической эмиссии с методами нелинейной акустодиагностики может позволить несколько продвинуться в решении проблемы прогнозирования прочности,

Ранее рассматривалась задача о прочности твердого тела, подвергнутого медленному одноосному растяжению, деформации и напряжению предполагались однородными [1]. Была рассмотрена статистическая задача о прочности в этих условиях тела объема V со случайным распределением дефектов. Моделируя трещину скоплением m дефектов, в малом объеме $\Delta \ll V$ в соответствии с теорией разрыва тела на одиночной трещине Гриффитса получена вероятность разрыва под действием напряжения p

$$P(p) = \frac{n_{cr}^* V}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{p_0}{p}\right)^6 \exp \left[-\beta_0 \left(\frac{p_0}{p}\right)^4 \right], \quad (1)$$

где $p_0 = (n_{cr}^* h)^{1/4} k$, h — характерный размер дефекта, k — постоянная Гриффитса, $\beta_0 = \ln(n_{cr}^*/n_0) - 1$, n_0 — средняя концентрация дефектов, $n_{cr}^* = m/\Delta$ — критическая локальная концентрация дефектов.

Из (1) при условии $P(p) = 1$ можно получить предел прочности

$$p_{cr}^* = p_0 (\beta_0/\mu)^{1/4}, \quad (2)$$

где $\mu = \ln(n_{cr}^* V/\sqrt{2\pi})$.

Логарифмически-корневая зависимость в (2) приводит к неестественно слабой зависимости предела от n_0 , что обусловлено неучетом размножения дефектов по мере деформирования. В данной работе учитываются экспоненциальное размножение дефектов, а также простейшим образом нелинейные механические свойства твердого тела.

Экспоненциальный характер увеличения средней концентрации дефектов, по-видимому, достаточно хорошо описывает развитие одностадийного процесса разрушения. Он следует из очевидного предположения об опасных скоплениях дефектов: при деформировании локально число возникающих новых дефектов пропорционально их локальной концентрации. Что касается последней стадии разрушения, то экспоненциальный закон развития дефектов вполне удовлетворительно подтверждается анализом ряда экспериментальных данных, полученных разными методами в разных материалах: ориентированном капроне по рассеянию рентгеновского излучения [2,3], легированной хромом стали [4], горных породах [5,6] и бетоне [7] по акустической эмиссии.

Начальная, латентная, стадия микроразрушений в области пропорциональности значительно более трудно поддается экспериментальному исследованию. Выделить в этой области какие-либо закономерности микроразрушения по данным акустической эмиссии сложно из-за многообразия источников сигналов и сильной зависимости от исходного состояния материала. Косвенное подтверждение возможностей нелинейной акустодиагностики начальных стадий разрушения имеется.

В исходном состоянии средняя концентрация дефектов сравнительно невелика, и можно приближенно считать, что акустические нелинейные параметры пропорциональны этой концентрации. Вместе с тем в ряде экспериментов, проведенных в 70-х годах [8,9], было показано, что в алюминии [8] и титановом сплаве [9] при статической деформации вплоть до начала области пластического течения изменение нелинейного акустического параметра для продольных волн [8] и рэле-евских поверхностных волн [9] незначительно и не превышает десятка процентов. Эти результаты не противоречат экспоненциальному характеру размножения дефектов и принципиально открывают возможность не очень точной оценки постоянной размножения в начальной стадии разрушения. Исследование изменения квадратичного нелинейного акустического параметра X в стали для продольной волны во всем диапазоне растягивающих напряжений вплоть до близких к разрывному было проведено в [10]. Общее изменение нелинейного параметра составляет два порядка; зависимость от удлинения образца близка к экспоненциальной. Вместе с тем нельзя ожидать, что нелинейный параметр во всем диапазоне напряжений пропорционален концентрации дефектов. Экспоненциальный характер нарастания концентрации дефектов по мере деформирования в настоящее время используется также в синергетических теориях многостадийного разрушения (см., например, [11]).

Итак, в дальнейшем будет предполагаться, что средняя концентрация дефектов

$$n = n_0 e^{\gamma \epsilon}, \quad (3)$$

где n_0 — средняя концентрация в начальном состоянии; ϵ — деформация; γ — постоянная размножения дефектов, зависящая только от механических свойств материала, режима деформирования и типа деформации.

В дальнейшем будет предполагаться также, что тело в исходном состоянии квадратично-нелинейно, тогда связь напряжения p с деформацией ϵ может быть представлена в виде

$$p^0(\epsilon) = a_0 \epsilon + b_0 \epsilon^2, \quad (4)$$

где a_0 — линейный модуль упругости (модуль второго порядка), b_0 — соответствующий квадратичный модуль (модуль третьего порядка).

Известно, что эти модули зависят от дефектной структуры тела. Мы будем использовать их начальные значения, а вопрос возможности этого будет обсуждаться ниже.

Имеется два эквивалентных пути определения критических параметров разрыва: напряжения p_{cr} , деформации ϵ_{cr} , средней концентрации дефектов n_{cr} . В [12] по (3) и (4) определено $n(p)$, а затем и вероятность разрыва в условиях размножения дефектов. Из этой вероятности при $P(p_{cr}) = 1$ определяется порог прочности с учетом размножения дефектов. Другое определение критических параметров разрыва основывается на том, что при ϵ_{cr} средняя концентрация дефектов n_{cr} достигает такого значения, что предел прочности p_{cr}^* из (2), полученный без учета размножения дефектов, обращается в нуль. Из (2) это дает

$$n_{cr} = n_{cr}^* / e, \quad (5)$$

где ε_m — основание натуральных логарифмов, следовательно, критическая деформация из (3) определяется соотношением

$$\varepsilon_{cr} = \beta_0/\gamma = \varepsilon_m/d, \quad (6)$$

где $\varepsilon_m = -a_0/2b_0$, $d = \gamma\varepsilon_m/\beta_0$.

По мере деформирования зависимость $p(\varepsilon)$ будет отклоняться от (4) (ср. с [12]), что может быть представлено как развитие в процессе микроразрушений нелинейностей более высокого порядка, чем учтенные в (4). Для определения реальной $p(\varepsilon)$ обратимся к энергетическим представлениям.

Если работа образования единичного дефекта w_0 , то при деформировании от ε до $\varepsilon + \delta\varepsilon$ на образование дефектов затрачивается работа

$$\delta W_3 = w_0 \frac{dn}{d\varepsilon} \delta\varepsilon.$$

Имея в виду, что $W_1 - W_3 = W_2$, где

$$W_1 = \int_0^\varepsilon p^0(\xi) d\xi$$

— работа деформирования нелинейно-упругого тела без размножения дефектов,

$$W_2 = \int_0^\varepsilon p(\xi) d\xi$$

— реальная работа деформирования.

Это дает

$$p(\varepsilon) = a_0\varepsilon + b_0\varepsilon^2 - w_0n_0\gamma(e^{\gamma\varepsilon} - 1). \quad (7)$$

В (7) учтено то обстоятельство, что на формирование исходной концентрации дефектов работа не затрачивается.

Разложение в ряд экспоненты в (7) показывает, что деформирование сопровождается изменением модулей a_0 и b_0 , а также появлением модулей более высокого порядка, чем третий; при этом линейный модуль уменьшается

$$a = a_0(1 - C), \quad (8)$$

где $C = w_0n_0\gamma^2/a_0$, в то время как $|b|$ увеличивается

$$|b| = |b_0|(1 + \gamma\varepsilon_m C). \quad (9)$$

Отметим, что нелинейный параметр $|X| = |b|/a$ должен быстро увеличиваться, что, однако, при наблюдении второй акустической гармоники может маскироваться возрастающим при этом затуханием (см., например, [9]). Это сопровождается смещением экстремальной деформации ε_m в сторону меньших значений; при $C \ll 1$

$$\Delta\varepsilon \simeq -\varepsilon_m C(1 + \gamma\varepsilon_m), \quad (10)$$

разумеется, до этого не наступает разрыв. Разрывное напряжение из (7)

$$p_{cr} = p(\varepsilon_{cr}) = p_m \left[\left(\frac{2d-1}{d^2} \right) - \frac{2C}{d} \left(\frac{e^{\beta_0} - 1}{\beta_0} \right) \right], \quad (11)$$

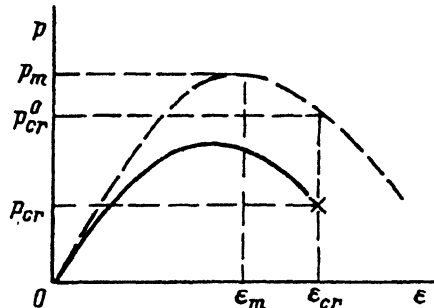
где $p_m = -a_0^2/4b_0$.

Первый член в (11) в квадратных скобках при $d > 1/2$ положителен и не превышает единицы. Порядок второго члена может быть оценен из следующих качественных соображений: известно, что относительное изменение скорости звука в различных материалах при растяжении в упругой области имеет порядок $10^{-5} - 10^{-4}$. Из (8) при этом $C = 10^{-5} - 10^{-4}$. Сомножитель второго члена в (11) в круглых скобках определяет увеличение средней концентрации дефектов от начального состояния до разрыва и имеет порядок n_{cr}/n_0 . Поскольку в характерных случаях (см. ниже) $n_{cr}/n_0 \sim 10^2 - 10^4$, то второй член по порядку не превышает величины, близкой к единице, для тела с большим увеличением средней концентрации до разрыва. Возможна, однако, ситуация для сильно дефектных хрупких тел с небольшим n_{cr}/n_0 , при которой второй член в (11) мал по сравнению с первым, и работой образования дефектов можно пренебречь по сравнению с работой деформирования упругого тела.

Легко видеть, что параметр d определяет начальные хрупко-пластические свойства тела. Из (6) следует, что при $d < 1$ разрыв наступает при $\varepsilon_{cr} > \varepsilon_m$, т.е. в области "пластичности"; в исходном состоянии такое тело было пластическим. При $d > 1$ во всей области деформирования вплоть до разрушения тело хрупко. Отметим, что в соответствии с моделью разрыв во всех случаях носит хрупкий характер. Для этого достаточно рассмотреть эволюцию прочностных свойств по мере роста исходной концентрации дефектов изначально пластического тела. Из (11)

$$\frac{\partial p_{cr}}{\partial n_0} = w_0 \gamma \left(\frac{1-d}{Cd} + 1 \right), \quad (12)$$

откуда видно, что производная положительна при $d \leq 1$, т.е. в пластическом теле по мере увеличения концентрации дефектов сначала происходит упрочнение, затем при $d \simeq 1/(1-C)$ начинается охрупчивание; при $d > 1/(1-C)$ тело переходит в хрупкое состояние и наступает разрыв. Модель, таким образом, правильно описывает стадии старения пластических тел. Как видно из (11), для определения предела прочности помимо постоянной размножения γ необходимы данные об исходной концентрации дефектов n_0 , о квадратичном нелинейном параметре в исходном состоянии $X = b_0/a_0$, а также о работе, затрачиваемой на образование единичного дефекта w_0 . Рисунок поясняет это определение: при известном ε_{cr} может быть определено p_{cr} на параболической кривой (4) и затем по (11) $p_{cr} = p_{cr}^0 - p_1$, где p_1 — второе слагаемое в (11). Мы не знаем работ, в которых бы были известны все эти параметры. Поэтому далее проведена оценка параметров теории по имеющимся данным о разрушении различных материалов. Выше отмечалось, что



постоянная размножения дефектов и данные об их концентрации (при экстраполяции результатов в область малых деформаций) могут быть определены по результатам исследования рассеяния рентгеновского излучения [2,3] и акустической эмиссии [4-7]. Они приведены в таблице. Отметим, что в [4] наблюдалась интенсивность потока актов эмиссии $\dot{n} = n_0 \gamma \dot{\epsilon} e^{\gamma \epsilon}$ при $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, а в [6,7], по-видимому, интегральное число импульсов эмиссии n . Данные столбцов 2,3 экспериментальные, для бетона по [13]. Параметры теории γ , n_0 , n_{cr} , β_0 получены из экспериментальных результатов [2-4,6,7]. Наиболее надежную оценку энергии образования единичного дефекта w_0 можно было провести для стали. Для близкой по составу стали нелинейный параметр X определен в [14]. Отметим, что энергии $w_0 = 10^{-4}$ Дж соответствует образование микротрещины в стали размером $l \sim 10^{-5}$ м. Сильное отличие w_0 для капрона связано с тем, что по рассеянию рентгеновского излучения наблюдались субмикротрещины с $l \sim 10^{-8}$ м [3]. Отметим, что w_0 для капрона, приведенное в таблице, по порядку величины согласуется с энергией возникновения дислокаций $w_0 = Gb^2l$, где G — модуль сдвига, b — модуль вектора Бюргера, l — длина при $b \sim l \simeq 10^{-8}$ м, т.е. того же размера, что и наблюдалось непосредственно в эксперименте по рассеянию рентгеновского излучения. Источники акустической эмиссии имеют существенно большие размеры и в железной руде, и в бетоне. Оценочные значения нелинейного параметра (столбец 10) близки к тем, которые можно было ожидать (см., например, [15]).

Подводя итог, нет необходимости говорить о сложности и многообразии процессов усталости, старения и в конечном счете разрушения материалов. Предложенная модель учитывает случайный характер микроразрушений, нелинейно-упругие свойства тела и одностадийный синергетический характер микроразрушений. Последнее обстоятельство, по-видимому, является наиболее сильным ограничением модели. Однако не исключено, что, учитывая уровень подвижных дислокаций, последующие стадии подчинены этой первой стадии, что позволяет надеяться на удовлетворительное описание процесса разрушения предложенной моделью. Во всяком случае она правильно описывает последовательность старения изначально пластического тела: упрочнение, охрупчивание, разрыв и, с нашей точки зрения, открывает достаточно широкие возможности крайне необходимого в этом случае сравнения с экспериментом; проведенное в данной работе сравнение с результатами, полученными другими авторами, дает по порядку величины вполне удовлетворительное согласие.

| Материал | a_0 , Па | $p_{ср}$, Па | $\epsilon_{ср}$ | γ | $n_0, \text{М}^{-3}$ | $n_{ср}, \text{М}^{-3}$ | β_0 |
|--------------------------|------------------------|------------------------|----------------------|---------------------|----------------------|-------------------------|-----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Капрон [3,2] | $7.9 \cdot 10^9$ | $5.5 \cdot 10^8$ | 0.22 | 30 | $4.5 \cdot 10^{19}$ | $4 \cdot 10^{22}$ | 6.7 |
| Сталь 95×18 [4] | $2 \cdot 10^{11}$ | $2 \cdot 10^9$ | $2.7 \cdot 10^{-2}$ | $3.6 \cdot 10^2$ | 15* | $2.7 \cdot 10^{5*}$ | 9.9 |
| Железная руда [6] | $(5-10) \cdot 10^{10}$ | $(0.7-1.4) \cdot 10^8$ | $3.4 \cdot 10^{-3}$ | $1.1 \cdot 10^{-3}$ | $5.5 \cdot 10^{2*}$ | $2.4 \cdot 10^4$ | 3.8 |
| Бетон М200 [7] | $2.65 \cdot 10^{10}$ | $1.43 \cdot 10^7$ | $1.18 \cdot 10^{-3}$ | $2.5 \cdot 10^3$ | 90* | $1.7 \cdot 10^3$ | 3.0 |

Таблица (продолжение).

| Материал | Оценочные значения | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|------------|------------|------------------------|------------------------|-----|
| | ϵ_m | d | X | w_0 , Дж | C | C |
| | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| Капрон [3,2] | ≥ 0.17 | ~ 0.8 | ≤ 3.6 | $\sim 10^{-16}$ | $\sim 5 \cdot 10^{-4}$ | |
| Сталь 95×18 [4] | $2.5 \cdot 10^{-2}$ | 0.92 | 20 [14] | 10^{-4***} | $5 \cdot 10^{-5}$ | |
| Железная руда [6] | $\sim 5 \cdot 10^{-3}$ | ~ 1.4 | ~ 100 | $2-10 \cdot 10^{-3**}$ | $\sim 10^{-2}$ | |
| Бетон М200 [7] | $\geq 1.7 \cdot 10^{-3}$ | ≥ 1.4 | ≤ 500 | $1.18 \cdot 10^{-3}$ | $\sim 10^{-2}$ | |

* Концентрация в объеме исследуемого образца.

** При оценке считалось, что объем образца $\sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

*** Считалось, что объем образца $\sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$.

В заключение нам хотелось бы выразить признательность участникам семинара, руководимого А.И. Слущким (Физико-технический институт РАН), а также участникам семинара И.И. Воровича (Ростовский государственный университет) за плодотворное обсуждение работы.

Список литературы

- [1] *Зарембо К.Л., Зарембо Л.К.* // Вест. Моск. ун-та. Сер. физ.-астр. (3). 1991. № 6. С. 82–87.
- [2] *Куксенко В.С., Слущкер А.И., Ястребинский А.А.* // ФТТ. 1967. Т. 9. С. 2390–2398.
- [3] *Резель В.Р., Слущкер А.И., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. 560 с.
- [4] *Трипалин А.С., Буйло С.И.* Акустическая эмиссия. Физико-математические аспекты. Ростов, 1986. 159 с.
- [5] *Sohltz С.Н.* // J. Geoph. Res. 1968. Vol. 73. P. 1417–1424.
- [6] *Reymond M.S.* // II Conf. on Acoust. Emission. Clausthal (Germany): Trans. Tech. Publ., 1980. P. 27–34.
- [7] *Почтовик Г.Я., Мосесов М.Д.* // Тр. МИСИ. 1977. № 151. С. 99–111.
- [8] *Конюхов Б.А.* // Акуст. журн. 1971. Т. 17. № 1. С. 157–158.
- [9] *Ермилин К.К., Зарембо Л.К., Красильников В.А.* и др. // ФММ. 1974. Т. 38. № 4. С. 880–881.
- [10] *Коротков А.С., Славинский М.М., Сутин А.М.* // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 84–87.
- [11] *Градов О.М., Попов Е.А.* // Синергетика в усталостное разрушение металлов. М.: Наука, 1989. С. 138–152.
- [12] *Зарембо Л.К., Юровский В.А.* // Дефектоскопия. 1994. В печати.
- [13] *Школьник И.Э.* Диагностика качества бетона: новые аспекты. М.: Технопроект, 1993. 325 с.
- [14] *Секоян С.С., Субботина Е.К.* // Тр. ВНИФТРИ. 1971. Т. 5. С. 211–213.
- [15] *Зарембо Л.К., Красильников В.А., Школьник И.Э.* // Проблемы прочности. 1989. № 11. С. 86–92.