

01;03;12

©1995 г.

## РАЗРУШЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ СТРУИ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ЖИДКОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

*К.Б.Абрамова, А.И.Русаков, С.Д.Самуйлов, А.А.Семенов*

Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе РАН,  
194021, Санкт-Петербург, Россия  
(Поступило в Редакцию 20 февраля 1995 г.)

В технологии широко используются процессы, происходящие на границе раздела двух жидких сред: химические реакции, растворение, приготовление эмульсий, получение гранул металлов, рафинирование (в частности, флюсовое рафинирование алюминия, шлаковое рафинирование стали) и пр. Часто возникает необходимость, например, для интенсификации процесса перемешивать или диспергировать жидкости. Существующие механические способы перемешивания не всегда достаточно эффективны, а в ряде случаев (при высоких температурах, в агрессивной среде и т.п.) неприменимы. Если одна или обе участвующие в процессе жидкости обладают электропроводностью, то для их перемешивания можно было бы использовать МГД неустойчивости, возникающие при пропускании по проводнику электрического тока [1-4], например, диспергируя электрическим током струю проводящей жидкости, пропускаемую через жидкую среду (рис. 1).

Известно, что при пропускании электрического тока по струе металла, в ней возбуждается магнитогидродинамическая неустойчивость, и если время развития неустойчивости существенно меньше, чем время протекания струи между электродами, то струя разбивается на капли, а электрический ток прекращается [1-4].

Поведение жидкого цилиндрического проводника в поле собственного тока исследуется в целом ряде теоретических работ [5-10]. Эти работы возникли из необходимости описать неустойчивость плазменного проводника в поле собственного тока, которая была обнаружена в 50-х годах при изучении самосжимающихся сильноточных разрядов в газе. Так как количественное описание этих неустойчивостей проводилось с помощью уравнений магнитной гидродинамики, то они получили название МГД неустойчивостей.

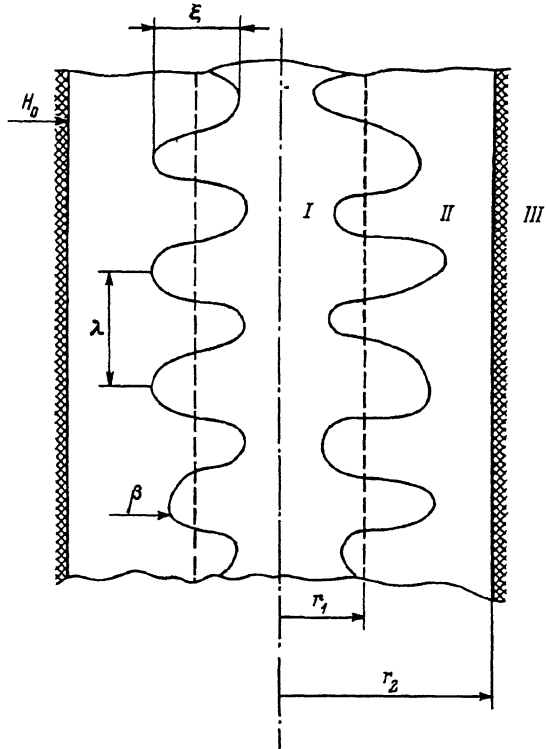


Рис. 1. Схема изучаемой электропроводящей системы.

*I* — внутренний проводник (электропроводящая струя), *II* — внешняя жидкая электропроводящая среда, *III* — абсолютно твердая непроводящая оболочка.

Вопрос о том, возможно ли осуществить подобный процесс при условии, что струя находится в жидкой проводящей среде, а не в атмосфере непроводящего газа, и если да, то при какой проводимости внешней среды он осуществим, каковы необходимая величина электрического тока и примерный размер образующихся капель, представляет как научный, так и практический интерес. Насколько нам известно, эти вопросы в литературе не обсуждались. С другой стороны, не вызывает сомнений, что рассматриваемый процесс может найти широкое применение в технике и необходимо иметь возможность рассчитывать его параметры.

Сравнение теоретических и экспериментальных [3,4] результатов по исследованию устойчивости конденсированных проводников в поле собственного тока показало, что в расчетах необходимо учитывать плотность жидкости и ее поверхностное натяжение, можно считать жидкость несжимаемой и невязкой; проводимость реальных жидких проводников удовлетворяет условию “плохой” проводимости, т. е. не влияет на распределение электрического тока по проводнику [6]. Однако, несмотря на многочисленные эксперименты по электрическому взрыву проводников в жидких и твердых средах [11,12], вопрос о влиянии внешней среды на процесс развития неустойчивости при допущениях, близких к свойствам реальных жидкостей, до сих пор в теории не рассматривался. Вопрос о влиянии электропроводности внешней среды не рассматривался ни теоретически, ни экспериментально.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию возможности диспергирования струи электропроводящей жидкости, находящейся в жидкой электропроводящей среде, электрическим током.

Рассматривается следующая расчетная модель (рис. 1). Имеется бесконечно длинная непроводящая, абсолютно твердая цилиндрическая оболочка, заполненная проводящими жидкостями. Центральная часть  $0 \leq r \leq r_1$  заполнена жидкостью с плотностью  $\rho_1$  и проводимостью  $\sigma_1$ , периферийная  $r_1 \leq r \leq r_2$  — жидкостью с плотностью  $\rho_2$  и проводимостью  $\sigma_2$ . Жидкости считаются несжимаемыми, невязкими и удовлетворяющими условию “плохой” проводимости. При расчете учитывается наличие междужидкостного натяжения ( $\beta$  — коэффициент междужидкостного натяжения). Через эту проводящую систему пропускается ток  $I_0$  параллельно оси цилиндрической оболочки; при этом по внутреннему проводнику протекает ток  $I_1$ , а по внешней проводящей среде —  $I_2$

$$I_1 + I_2 = I_0; \quad I_2 = \alpha(N^2 - 1)I_1. \quad (1)$$

Здесь  $N = r_2/r_1$ ,  $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$ .

Решения для невозмущенного состояния проводящей системы

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{e}_\varphi \frac{r N H_0}{r_1 [1 + \alpha(N^2 - 1)]}, \quad r \leq r_1, \quad (2)$$

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{e}_\varphi \frac{N H_0}{1 + \alpha(N^2 - 1)} \left[ \alpha \frac{r}{r_1} + (1 - \alpha) \frac{r}{r_1} \right], \quad r_1 \leq r \leq r_2, \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_3 = \mathbf{e}_\varphi N H_0 \frac{r_1}{r}, \quad r \geq r_2, \quad (4)$$

$$P_1 = \frac{\mu_0 N^2 H_0^2}{[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2} \left\{ 1 - \frac{r^2}{r_1^2} + \alpha [\alpha(N^2 - 1) + 2(1 - \alpha) \ln N] \right\} + \frac{\beta}{r_1}, \quad r \leq r_1, \quad (5)$$

$$P_2 = \frac{\alpha \mu_0 N^2 H_0^2}{[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2} \left\{ \alpha \left( N^2 - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - 2(1 - \alpha) \ln N \frac{r}{r_1} \right\}, \quad r_1 \geq r \geq r_2. \quad (6)$$

Здесь  $H_1, H_2, H_3$  — напряженность магнитного поля;  $P_1, P_2$  — давление соответственно в струе жидкости (1), во внешней проводящей среде (2) и в твердой оболочке (3);  $H_0 = I_0/(2\pi r_2) = I_0/(2\pi r_1 N)$ .

Для анализа устойчивости системы предположим, что на это невозмущенное состояние наложены малые возмущения вида

$$\begin{aligned} \xi^*(r, \varphi, z) &= \xi^*(r) \exp(ikz + im\varphi + i\omega t), \\ P^*(r, \varphi, z) &= P^*(r) \exp(ikz + im\varphi + i\omega t), \\ \mathbf{H}^*(r, \varphi, z) &= \mathbf{H}^*(r) \exp(ikz + im\varphi + i\omega t). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\xi^*$  — смещение;  $k$  — волновые числа;  $m = 0, 1, 2, \dots$  — мода колебания;  $\omega$  — круговая частота. Учитывая, что жидкости удовлетворяют условию плохой проводимости, возмущения магнитного поля в них можно описывать уравнениями

$$\text{rot rot } \mathbf{H}^* = 0, \quad \text{div } \mathbf{H}^* = 0. \quad (8)$$

Так как вязкостью пренебрегаем, то уравнение движения жидкостей запишется в виде

$$\rho \omega^2 \xi_i^* = \nabla p_i^* + \mu_0 [\mathbf{H}_i \text{ rot } \mathbf{H}_i^*] + \mu_0 [\mathbf{H}_i^* \text{ rot } \mathbf{H}_i], \quad i = 1, 2. \quad (9)$$

Решение системы уравнений (8) для области  $r < r_1$ , ограниченное при  $r = 0$ , можно записать в виде

$$\begin{aligned} H_{1r}^*(r) &= AxI'_m(kr) + mB\frac{r_1}{r}I_m(kr), \\ H_{1\varphi}^*(r) &= imA\frac{r_1}{r}I_m(kr) + iBxI'_m(kr), \\ H_{1z}^*(r) &= iAxI_m(kr); \quad x = kr_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Для области  $r_1 < r < Nr_1$  решение системы (8) запишется в виде

$$\begin{aligned} H_{2r}^*(r) &= CxI'_m(kr) + DxK'_m(kr) + mM\frac{r_1}{r}I_m(kr) + mL\frac{r_1}{r}K_m(kr), \\ H_{2\varphi}^*(r) &= imC\frac{r_1}{r}I_m(kr) + imD\frac{r_1}{r}K_m(kr) + iMxI'_m(kr) + iLxK'_m(kr), \\ H_{2z}^*(r) &= iCxI_m(kr) + iDxK_m(kr). \end{aligned} \quad (11)$$

Возмущение магнитного поля для области  $r > Nr_1$  можно представить как  $\mathbf{H}_3^* = \text{grad } \Psi$ , где  $\Psi(r, y, z, t)$  удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta \Psi = 0, \quad (12)$$

решение которого можно записать в виде

$$\Psi(r) = r_1 Q K_m(kr) \quad (13)$$

и соответственно

$$\begin{aligned} H_{3z}^*(r) &= xQK'_m(kr), \\ H_{3\varphi}^*(r) &= imQ\frac{r_1}{r}K_m(kr), \\ H_{3z}^*(r) &= iQxK_m(kr). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $A, B, C, D, M, L, Q$  — постоянные интегрирования;  $I_m(x)$ ,  $K_m(x)$  — функции Бесселя от мнимого аргумента; штрих означает производную по полному аргументу. Возьмем дивергенцию правой и левой частей уравнения (9). Так как предполагается, что жидкости несжимаемы, т. е.  $\text{div } \xi_i = 0$ , то получаем

$$\Delta P_i^* + 2\mu_0 \text{rot } \mathbf{H}_i \text{ rot } \mathbf{H}_i^* = 0. \quad (15)$$

Решение уравнения (15) для жидкости, заполняющей центральную часть системы (для внутреннего проводника), ограниченное при  $r = 0$ , можно записать в виде

$$P_1^*(r) = \frac{\rho_1 \omega^2}{k} \Omega I_m(kr) - B \frac{2\mu_0 ix N H_0}{1 + \alpha(N^2 - 1)} \frac{r}{r_1} I'_m(kr). \quad (16)$$

Для жидкости, занимающей периферийную часть системы (внешняя проводящая среда),

$$P_2^*(r) = \frac{\rho_2 \omega^2}{k} [RI_m(kr) + SK_m(kr)] - \frac{2\mu_0 ix \alpha N H_0}{1 + \alpha(N^2 - 1)} [MI'_m(kr) + L_1 K'_m(kr)]. \quad (17)$$

Здесь  $\Omega, R, S$  — постоянные интегрирования.

Подставляя найденные значения возмущений давления (16), (17) и магнитного поля (10), (11) в уравнения движения (9), получим

$$\xi_{1r}^*(r) = \Omega I'_m(kr) + A \frac{2\mu_0 i m N H_0 I_m(kr)}{r \rho_1 \omega^2 [1 + \alpha(N^2 - 1)]} - B \frac{2\mu_0 i N H_0}{\rho_1 \omega^2 [1 + \alpha(N^2 - 1)]} \left[ \left( m^2 + \frac{k^2 r^2}{2} \right) I_m(kr) - kr I'_m(kr) \right], \quad (18)$$

$$\xi_{2r}^*(r) = R I'_m(kr) + S K'_m(kr) - M \frac{2\mu_0 i \alpha N H_0}{r \rho_2 \omega^2 [1 + \alpha(N^2 - 1)]} \left\{ \left[ \left( m^2 + \frac{k^2 r^2}{2} \right) - \frac{(1-\alpha)}{1\alpha} x^2 \right] I_m(kr) - kr I'_m(kr) \right\} - L \frac{2\mu_0 i \alpha N H_0}{r \rho_2 \omega^2 [1 + \alpha(N^2 - 1)]} \left\{ \left[ \left( m^2 + \frac{k^2 r^2}{2} \right) - \frac{(1-\alpha)}{2\alpha} x^2 \right] K_m(kr) - kr K'_m(kr) \right\} + \frac{2\mu_0 i m \alpha N H_0}{r \rho_2 \omega^2 [1 + \alpha(N^2 - 1)]} [C I_m(kr) + D K_m(kr)]. \quad (19)$$

Для нахождения постоянных интегрирования используем условия 1) непрерывности магнитного поля на границе раздела сред, 2) непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля, 3) неразрывности течения, 4) непрерывности потока импульса через границы раздела сред.

Таким образом получаем 11 линейных однородных алгебраических уравнений относительно 11 неизвестных:  $A, B, C, \dots, \xi_r^*(r_1)$ . Для того чтобы эта система уравнений имела нетривиальное решение, необходимо, чтобы определитель, составленный из коэффициентов при этих неизвестных, равнялся нулю — это и дает дисперсионное соотношение. Раскрывая этот определитель, получим

$$\omega^2 = - \frac{4\mu_0(1-\alpha)H_0}{r_1^2 [1 + \alpha(N^2 - 1)]^2 [1 + \alpha\varphi_m(x)\Psi_m(x, Nx)] \times \times E_m^2(x, Nx) [\rho_1 \varphi_m(x)\Psi_m(x, Nx) + \rho_2]} \times \left\{ N^2 E_m^2(x, Nx) \Psi_m(x, Nx) \left[ \frac{1}{2} + \varphi_m(x) - \frac{x^2}{2} \varphi_m^2(x) - m^2 \varphi_m^2(x) (1 + I_m(x) K_m(x)) \right] - \alpha \varphi_m(x) \left[ \frac{1}{2} N^2 E_m^2(x, Nx) \Psi_m^2(x, Nx) + \frac{x}{2} (1 - N^2 E_m^2(x, Nx)) - m^2 N I_m(x) E_m(x, Nx) (1 - \varphi_m(x) \Psi_m(x, Nx)) (K_m(Nx) - N E_m(x, Nx) K_m(x)) \right] - \alpha^2 \varphi_m(x) \times \times \left[ N^2 E_m^2(x, Nx) \Psi_m(x, Nx) (1 - \Psi_m(x, Nx)) - \frac{x^2}{2} (N^2 + 1 - 2N^2 E_m^2(x, Nx)) - m^2 (1 - N^2 E_m^2(x, Nx)) (1 - I_m(x) K_m(x)) + I_m(Nx) K_m(Nx) - 2N E_m(x, Nx) \times \times I_m(x) K_m(x) \right] \right\} - \frac{\beta}{r_1^3} (1 - x^2 - m^2) \Psi_m(x, Nx) \frac{1}{[\rho_1 \varphi_m(x) \Psi_m(x, Nx) + \rho_2]}.$$

$$\varphi_m(x) = \frac{I_m(x)}{xI'_m(x)}; \quad E_m(x, Nx) = x [K_m(x)I'_m(Nx) - I_m(x)K'_m(Nx)],$$

$$\Psi_m(x, Nx) = \frac{x[I'_m(x)K'_m(Nx) - K'_m(x)I'_m(Nx)]}{K'_m(x)I'_m(Nx) - I_m(x)K'_m(Nx)}.$$

Если в уравнении (20) положим  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ , то получим дисперсионное уравнение, описывающее неустойчивость жидкого цилиндрического проводника, находящегося в жидкой диэлектрической среде в магнитном поле собственного электрического тока без учета поверхностного натяжения. В этом случае уравнение (20) с точностью до обозначений совпадает с уравнением, полученным в работе [8]. Если, кроме того, положить в уравнении (20)  $\rho_2 = 0$ , то такое уравнение будет описывать неустойчивость жидкого цилиндрического проводника в поле собственного тока в вакууме или в газовой среде (плотностью и проводимостью которой можно пренебречь); это уравнение совпадает с полученным в работе [7]. Если же мы полагаем в уравнении (20)  $\alpha = 0$ ,  $\rho_2 = 0$ , а  $\beta \neq 0$ , то оно описывает неустойчивость жидкого цилиндрического проводника в поле собственного тока в вакууме или газовой среде с учетом поверхностного натяжения жидкости. В этом случае уравнение (20) совпадает с точностью до обозначений с полученным в [9]. Результаты экспериментальных работ [3,4] показывают, что это выражение хорошо описывает развитие неустойчивости реальных жидких проводников в газовой среде.

Таким образом, полученное выражение для инкремента (20) не противоречит результатам работ других авторов, полученным ранее.

Рассмотрим приближенные выражения для инкремента нарастания неустойчивости.

Для длинноволновых возмущений при  $Nx \ll 1$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $m = 0$

$$\omega^2 = -\frac{\mu_0(1-\alpha)N^2H_0^2x^2}{[1+\alpha(N^2-1)]^3[\rho_1(N^2-1)+\rho_2]} \left\{ N^2 - 1 - 2\alpha(N^4 - 1 - 2N^2 \ln N^2) + \alpha^2 [(N^2 - 1)(5N^2 - 1) - 2N^2(N^2 + 2) \ln N^2] \right\}, \quad (21)$$

при  $Nx \ll 1$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $m \geq 1$

$$\omega^2 = -\frac{2\mu_0N^2H_0^2(N^{2m}-1)(m-1+\alpha)(1-\alpha)}{[1+\alpha(N^2-1)]^2[\rho_1(N^{2m}-1)+\rho_2(N^{2m}+1)]r_1^2}. \quad (22)$$

Для коротковолновых возмущений при  $x \gg 1$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $m = 0$

$$\omega^2 = -\frac{2\mu_0(1-\alpha)N^2H_0^2}{[1+\alpha(N^2-1)]^2[\rho_1+\rho_2](1+\alpha)r_1^2} \left\{ 1 - \alpha - \frac{1}{2x} \left[ 3 - \alpha + 2\alpha^2 - \frac{4}{1+\alpha} + \frac{2(1-\alpha)\rho_1}{\rho_1+\rho_2} \right] \right\} + \frac{\beta x^3}{(\rho_1+\rho_2)r_1^3}, \quad (23)$$

$$x_{\text{кр}} = \left[ \frac{2\mu_0(1-\alpha)^2 N^2 H_0^2 r_i}{[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2 (1 + \alpha)\beta} \right]^{1/3}, \quad (24)$$

$$x_m = \left\{ \frac{\mu_0(1-\alpha)N^2 H_0^2 r_i}{3\beta[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2 (1 + \alpha)} \left( 3 - \alpha + 2\alpha^2 - \frac{4}{1 + \alpha} + \frac{2(1-\alpha)\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \right) \right\}^{1/4}, \quad (25)$$

$$\omega_m = f(x_m). \quad (26)$$

Этот случай наиболее интересен с точки зрения практики, так как именно он описывает быстрое разрушение проводника при пропускании импульсного тока большой плотности. При этом время разрушения проводника  $t$  и примерный размер образующихся частиц  $d$  (при условии, что магнитное давление значительно превышает силы, связанные с межжидкостным натяжением,  $\alpha \ll 1$ ,  $N \gg 1$ ) можно определить из следующих соотношений:

$$t \approx 3 - 5\tau, \quad d = (6\lambda r_1^2)^{-3}, \quad (27)$$

где

$$\tau = \omega_{\text{max}}^{-1} \approx \frac{2\pi^2 r_1^4 (\rho_1 + \rho_2)}{\mu_0 I_1^2 (1 - \alpha)^3},$$

$$\lambda = \frac{2\pi r_1}{x_{\text{max}}} \approx 2\pi r_1 \left\{ \frac{12\pi r_1 \beta}{\mu_0 I_1^2 (1 - \alpha)^3 \left[ 2\alpha - 1 + \frac{2\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \right]} \right\}^{1/4}.$$

Для высших мод  $x \gg 1$ ,  $\alpha \neq 0$ ,  $m \geq 1$

$$\omega^2 = - \frac{2\mu_0(1-\alpha)N^2 H_0^2}{[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2 [\rho_1 + \rho_2](1 + \alpha)r_1^2} \times$$

$$\times \left\{ 1 - \alpha - \frac{1}{2x} \left[ 2m^2 + 3 + \alpha(2m^2 - 1) + 2\alpha^2 - \frac{4}{1 + \alpha} + \frac{2(1-\alpha)\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \right] \right\} + \frac{\beta x^3}{r_1^3 (\rho_1 + \rho_2)}, \quad (28)$$

$$x_{\text{кр}} = \left[ \frac{2\mu_0(1-\alpha)^2 N^2 H_0^2 r_1}{[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2 (1 + \alpha)\beta} \right]^{1/3}, \quad (29)$$

$$x_m = \left\{ \frac{\mu_0(1-\alpha)N^2 H_0^2 r_1}{3\beta[1 + \alpha(N^2 - 1)]^2 (1 + \alpha)} \times \right.$$

$$\left. \left( 3 + 2m^2 + \alpha(2m^2 - 1) + 2\alpha^2 - \frac{4}{1 + \alpha} + \frac{2(1-\alpha)\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \right) \right\}^{1/4}, \quad (30)$$

$$\omega_m^2 = f(x_m). \quad (31)$$

Проанализируем далее с помощью полученного выражения для инкремента (20), как влияет на процесс развития неустойчивости изменение параметров этого процесса. Будем варьировать поочередно параметры, входящие в выражение (20), по отношению к величинам, близким к тем, которые характерны для реальных жидкостей и реальных ситуаций в технике. Плотность существующих электропроводящих жидкостей меняется от  $\approx 0.5 \text{ г/см}^3$  — растворы металлов в жидких газах, например металлоаммиачные растворы; до  $\approx 20 \text{ г/см}^3$  — расплавы тяжелых металлов; в качестве точки отсчета мы выбираем плотности  $\rho_1 = 2.5 \text{ г/см}^3$ ,  $\rho_2 = 2 \text{ г/см}^3$ , близкие к плотности расплавов солей и легких металлов. Величина  $\alpha = 0.1$  — минимальная величина, при которой наличие проводимости внешней среды уже заметно проявляется,  $r_1 = 0.5 \text{ см}$ ,  $r_2 = 5 \text{ см}$  ( $N = 10$ ) — размеры, характерные для процесса электрофлюсового рафинирования алюминия, а величина  $\beta = 70 \text{ эрг/см}^2$  — поверхностное натяжение жидкого алюминия в среде жидкого флюса [13],  $I_1 = 10 \text{ кА}$  — величина тока, при которой время разрушения такой струи металла существенно меньше, чем характерное время ее протекания между электродами. Анализ проводится с помощью графиков зависимости инкремента  $\omega$  от безразмерного волнового числа  $x$ , рассчитанных по формуле (20) на ЭВМ.

Прежде всего сравним неустойчивость проводника, находящегося в жидкой проводящей среде, с аналогичной неустойчивостью проводника в вакууме или газе (рис. 2, кривые 1–3 и 4–6 соответственно). Наличие плотной проводящей внешней среды должно приводить к тому, что инкремент неустойчивости уменьшается из-за дополнительной инерции внешней среды, а также наличия проводимости во внешней среде, которая приводит к уменьшению возмущения электрического тока и соответственно магнитного давления, при возмущении формы внутреннего проводника. С другой стороны, инкремент неустойчивости возрастает за счет снижения поверхностного натяжения на границе жидкостей, так как межжидкостное натяжение значительно ниже, чем поверхностное натяжение на границе жидкость–газ. Из рис. 2 видно, что суммарное воздействие этих факторов ведет к тому, что область неустойчивости значительно расширяется за счет ее коротковолновой части (области больших  $x$ ), максимумы инкремента перетяжечной и винтовой неустойчивости ( $m = 0$ ,  $m = 1$ ) уменьшаются, а максимум инкремента моды  $m = 2$  несколько возрастает.

Из сравнения инкрементов нарастания неустойчивостей более высоких мод ( $m = 1$ ,  $m = 2$ ) с инкрементом перетяжечной неустойчивости ( $m = 0$ ) видно, что высшие моды имеют несколько меньший инкремент, а максимум инкремента сдвинут в область больших значений  $x$  (короткие длины волн неустойчивости). Однако при наличии жидкой среды различие между инкрементами различных мод не так велико, как в вакууме.

Поскольку перетяжечная неустойчивость приводит к обрыву тока по внутреннему проводнику при амплитуде возмущения, равной радиусу проводника  $\xi = r_1$ , а более высокие моды возмущений могут приводить к обрыву тока при значительно большей величине возмущения, то это должно приводить к тому, что прежде всего проявится перетяжечная неустойчивость ( $m = 0$ ) и связанный с ней временной и пространственный масштаб. Однако неустойчивости более высоких мод тоже



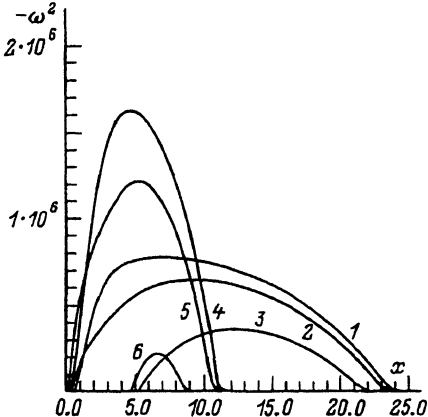


Рис. 2. Зависимость инкремента нарастания неустойчивости формы внутреннего проводника (электропроводящей струи)  $\omega$  ( $-\omega^2$ ) от безразмерного волнового числа  $x$  для различных мод неустойчивости.

1-3 — при наличии внешней жидкой электропроводящей среды для  $m = 0, 1, 2$ ; 4-6 — при наличии внешней газовой среды для тех же значений  $m$ .

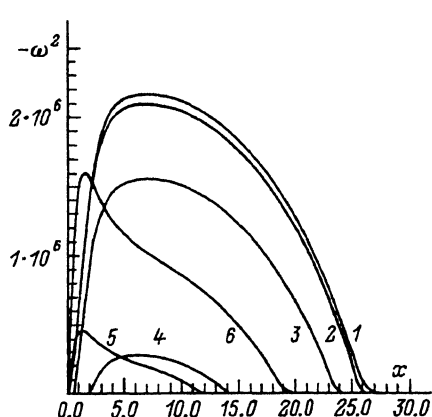


Рис. 3. Та же зависимость для перетяжечной неустойчивости ( $m = 0$ ) при разном отношении проводимостей электропроводящей струи и внешней электропроводящей среды  $\alpha$  при фиксированной величине электрического тока, протекающего по электропроводящей струе  $I_1$ .

$\alpha$ : 1 —  $10^{-6}$ , 2 —  $10^{-2}$ , 3 — 0.1, 4 — 0.5, 5 — 1.4, 6 — 2.0.

могут быть зарегистрированы. В результате развития винтовой неустойчивости ( $m = 1$ ) фрагменты, на которые разбивается внутренний проводник перетяжечной неустойчивостью, приобретают радиальную скорость; а развитие неустойчивости  $m = 2$ , и неустойчивостей более высоких мод может привести к дополнительному дроблению этих фрагментов.

Проанализируем зависимость инкремента от отношения проводимостей внешнего и внутреннего проводников  $\alpha$  (рис. 3). Из рисунка видно, что при изменении проводимости от  $\alpha = 10^{-6}$  (кривая 1, практически непроводящая внешняя среда) до  $10^{-2}$  (кривая 2), инкремент неустойчивости практически не меняется. При этом во втором случае ток, протекающий по внешней проводящей среде, равен току, протекающему по внутреннему проводнику. Таким образом, наличие даже хорошо проводящей внешней среды не препятствует развитию неустойчивости. При дальнейшем увеличении проводимости величина инкремента, как и следовало ожидать, уменьшается (кривая 3); однако значительное уменьшение инкремента происходит лишь при  $\alpha = 0.5$  (кривая 4), т. е. когда проводимости жидкостей почти равны друг другу, а ток, протекающий по внешней среде, в 50 раз превышает ток по внутреннему проводнику. При равенстве проводимостей  $\alpha = 1$  электрический ток перестает быть возмущающим (диспергирующим) фактором, так как возмущение формы внутреннего проводника не приводит к возмущению тока и соответственно к возмущению магнитного давления, единственным возмущающим фактором остается межжидкостное натяжение (неустойчивость Рэлея).

При дальнейшем увеличении  $\alpha$  ( $\alpha > 1$ ), т. е. при условии, что проводимость внешней среды превышает проводимость внутреннего проводника (кривые 5, 6), инкремент неустойчивости довольно быстро возра-

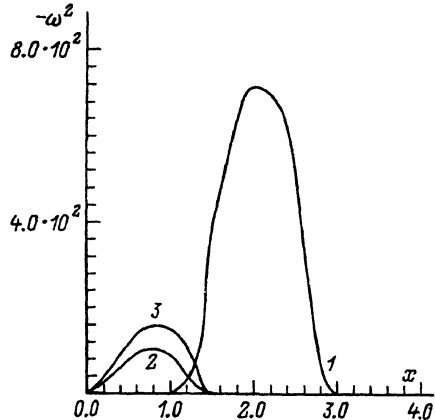


Рис. 4. Та же зависимость при фиксированной величине полного электрического тока, протекающего по системе проводников  $I_0$ . 1 —  $\alpha = 0.3$ , 2 — 1.4, 3 — 2.0.

стает, а его максимум сдвигается в область малых величин  $x$  (больших длин волн неустойчивости). Однако следует учесть, что все кривые на рис. 3 рассчитаны при условии  $I_1 = \text{const}$ , так как при  $\alpha < 1$  именно ток, протекающий по внутреннему проводнику, и является диспергирующим агентом. А при  $\alpha > 1$  диспергирующим агентом становится ток во внешней среде, и поэтому следует сравнивать инкременты при условии  $I_0 = \text{const}$  (рис. 4). При этом условии инкремент неустойчивости для плохо проводящей жидкости, находящейся в хорошо проводящей среде ( $\alpha > 1$ ), значительно ниже, чем в обратной ситуации, и область неустойчивости сдвинута в длинноволновую часть. С ростом проводимости внешней среды ( $\alpha$ ) инкремент несколько возрастает. Резкое уменьшение инкремента и его сдвиг в область больших длин волн объясняются прежде всего тем, что при выбранных расчетных параметрах ( $r_2/r_1 = 10$ ) плотность электрического тока в первом случае ( $\alpha > 1$ ) значительно меньше, чем во втором ( $\alpha < 1$ ).

Зависимость инкремента нарастания перетяжечной неустойчивости от плотностей внутреннего проводника и внешней проводящей среды представлена на рис. 5, а и б соответственно. Как и следовало ожидать, рост плотности как внутреннего проводника, так и внешней проводя-

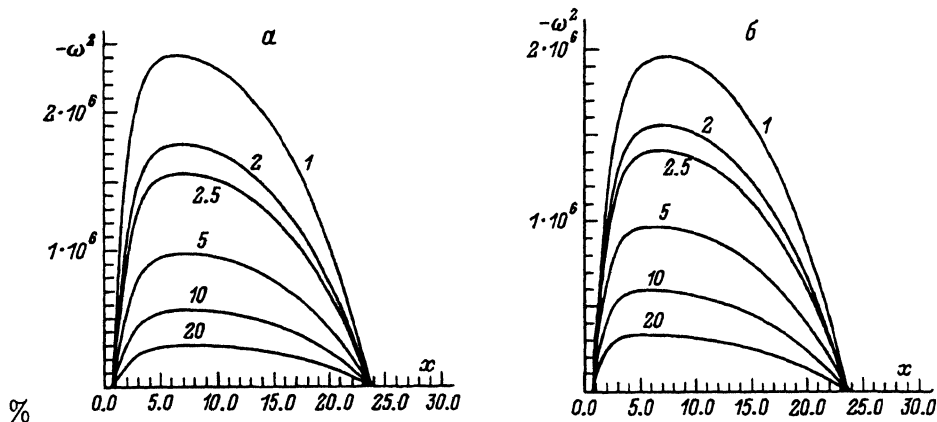


Рис. 5. Та же зависимость для различной плотности.

а — струя  $\rho_1$  (г/см<sup>3</sup>), б — внешняя среда  $\rho_2$  (г/см<sup>3</sup>); цифры у кривых — значения  $\rho_1, \rho_2$ .

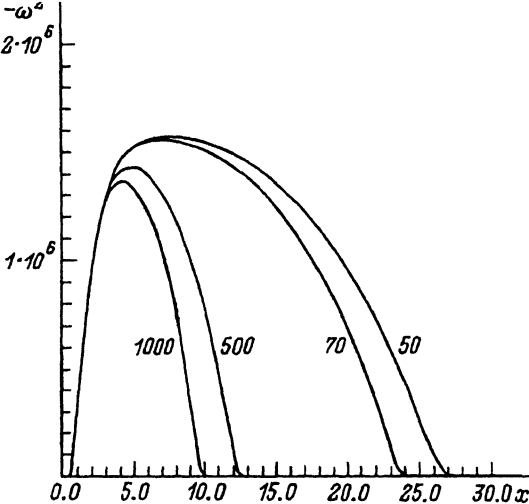


Рис. 6. Та же зависимость для разной величины межжидкостного натяжения  $\beta$  (эрг/см<sup>2</sup>).

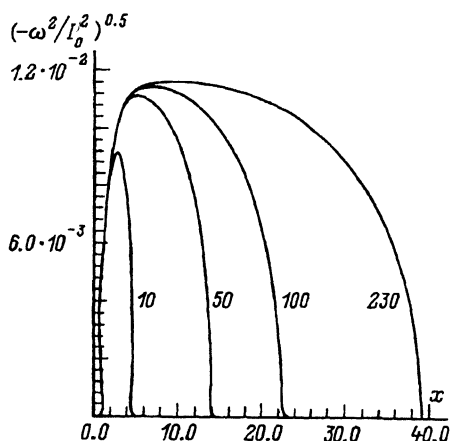


Рис. 7. Зависимость  $(-\omega^2/I_0^2)^{0.5}$  для разных величин полного электрического тока, протекающего по системе проводников  $I_0$  (кА).

щей среды ведет к уменьшению величины инкремента. При этом максимум инкремента сглаживается. Зависимости от плотности внутренней проводника и плотности внешней среды практически одинаковы.

Влияние на инкремент перетяжечной неустойчивости межжидкостного натяжения  $\beta$  видно из рис. 6. При росте межжидкостного натяжения величина инкремента меняется незначительно (при увеличении межжидкостного натяжения  $\beta$  в 20 раз квадрат инкремента  $\omega^2$  уменьшается всего на 13%). Однако диапазон длин волн неустойчивости значительно сужается за счет коротковолновых возмущений, развитию которых препятствует поверхностное натяжение. Максимум инкремента несколько смещается в область больших длин волн. Таким образом, при диспергировании проводящей жидкости в жидкой среде в отличие от диспергирования ее в газовой среде за счет уменьшения межжидкостного натяжения следует ожидать существенного расширения гранулометрического состава образующихся частиц за счет появления частиц мелких фракций.

Зависимость инкремента нарастания перетяжечной неустойчивости от величины электрического тока, протекающего по системе проводников  $I_0$ , приведена на рис. 7. Величина инкремента  $\omega$  растет с увеличением тока несколько быстрее, чем растет сама величина тока; диапазон длин волн неустойчивости расширяется в область коротких длин волн, а максимум инкремента несколько смещается в коротковолновую область.

Далее рассмотрим зависимость инкремента перетяжечной неустойчивости от геометрических размеров. Уменьшение радиусов проводящих сред  $r_1$  и  $r_2$  при фиксированном их отношении  $N$  фактически приводит к уменьшению плотности тока, что ведет к снижению инкремента и сужению области неустойчивости за счет ее коротковолновой части (зависимость, обратная той, которая возникает при увеличении величины электрического тока) (рис. 7).

Расчет показывает, что при выбранных условиях, фиксированном радиусе внутреннего проводника  $r_1$  и увеличении размеров внешней проводящей среды  $r_2$  (фактически при увеличении отношения радиусов проводящих сред  $N$ ) величина инкремента уже при  $N = 2$  ( $r_2 = 2r_1$ ) не зависит от размеров внешней проводящей среды.

Рассмотрим, как могут отразиться на величине инкремента и размерах области устойчивости, т. е. на временном и пространственном масштабе наблюдаемых неустойчивостей, факторы, которые не принимались в расчет при выводе соотношения (20): вязкость жидкостей, нелинейные эффекты, разрывы течения жидкостей и т. п. Ясно, что наличие вязкости как у внутреннего жидкого проводника, так и у внешней жидкой проводящей среды привело бы к уменьшению величины инкремента и сужению зоны неустойчивости за счет ее коротковолновой части аналогично тому, как это происходит при увеличении плотности жидкостей. Однако влияние вязкости (которое пропорционально скорости течения жидкостей) может в большей степени проявляться на заключительной стадии развития неустойчивости, т. е. на стадии, непосредственно предшествующей разрушению внутреннего проводника. На этой стадии могут проявляться нелинейные эффекты, возникают разрывы течения жидкости, может оказывать влияние сжимаемость жидкостей и т. д. Однако мы считаем (исходя из результатов теоретических и экспериментальных работ по разрушению проводников в газовой среде [3,4]), что временной и пространственный масштаб неустойчивости формируется в основном на начальной (линейной) стадии развития неустойчивости, к которой и относится полученное решение; влияние вязкости и других неучтенных факторов не столь существенно.

Таким образом, есть все основания полагать, что полученное решение правильно описывает временной и пространственный масштаб развития неустойчивости струи реальной электропроводящей жидкости, находящейся в жидкой электропроводящей среде, возникающей в результате пропускания по системе проводников электрического тока, и может служить основой для сравнения с экспериментом.

Анализ этого решения показал, что, как и следовало ожидать, струя проводящей жидкости, находящаяся в жидкой проводящей среде, неустойчива по отношению к возмущениям ее формы.

Неожиданным является тот факт, что наличие даже хорошо проводящей внешней среды не препятствует развитию неустойчивости. Это позволяет диспергировать проводящие жидкости во внешней проводящей среде, проводимость которой лишь в 10 раз меньше, чем проводимость диспергируемой жидкости. Этот результат наиболее интересен с точки зрения практики. Полученное решение позволяет оценить время разрушения струи и необходимую величину электрического тока, а также размер образующихся капель.

Другой интересный результат: струя плохо проводящей жидкости, находящаяся в среде с более высокой проводимостью, также неустойчива, причем при уменьшении проводимости струи инкремент неустойчивости возрастает. С помощью электрического тока принципиально возможно возбуждать неустойчивость и диспергировать струю диэлектрика.

- [1] *Абрамова К.Б., Воронин А.В., Самуйлов С.Д., Семенов А.А.* // Цветные металлы. № 10. 1991. С. 57-60.
- [2] *Абрамова К.Б., Самуйлов С.Д.* // Тез. докл. IX Симпозиум по сильноточной электронике. Россия. 1992. С. 336, 337.
- [3] *Абрамова К.Б., Валицкий В.П., Вандакуров Ю.В. и др.* // ДАН СССР. 1966. Т. 167. № 4. С. 778-781.
- [4] *Абрамова К.Б., Златин Н.А., Перегуд Б.П.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 9. Вып. 6. С. 2007-2022.
- [5] *Taylor R.I.* // Proc. Phys. Soc. 1957. Vol. 70. B. P. 31. Управляемые термоядерные реакции. М.: Атомиздат, 1960. Вып. 26. С. 47-73.
- [6] *Бреус С.Н.* // ЖТФ. 1960. Т. 30. Вып. 9. С. 1030-1034.
- [7] *Murty G.S.* // Arkiv för Fusik. Bd 18. N 4. Stockholm, 1960. P. 241-250.
- [8] *Murty G.S.* // Arkiv för Fusik. Bd 19. N 37. P. 511-525. Göteborg; Stockholm; Uppsala, 1961.
- [9] *Gupta A.F.* // Proc. Roy. Soc. 1964. N 278. P. 214-227.
- [10] *Taylor R.I.* // Rev. Mod. Phys. 1960. N 32. P. 907-913.
- [11] *Exploding wires* / Ed. W.G.Chace. New York: Plenum press, 1962. Электрический взрыв проводников / Под ред. А.А.Рухадзе. М.: Мир, 1965. 360 с.
- [12] *Подводный электровзрыв.* Киев: Наукова думка, 1985.
- [13] *Флюсовая обработка и фильтрование алюминиевых расплавов* / Под ред. А.В.Курдюмова, В.С.Чулкова, Н.И.Графаса. М.: Metallургия, 1980. 196 с.

