

05;08;12

©1995 г.

ОСОБЕННОСТИ “СТАРЕНИЯ” СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ВАКУУМИРОВАННЫХ КВАРЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ АТ-СРЕЗА

Ю.С.Шмалый

Харьковский военный университет,
310043, Харьков, Украина
(Поступило в Редакцию 17 октября 1994 г.)

Приведены результаты экспериментальных исследований и корреляционно-регрессионного анализа функций “старения” параметров собственных толщинно-сдвиговых колебаний вакуумированных кварцевых резонаторов АТ-среза. Найдено матричное уравнение для расчета функций “старения” упругой константы и плотности кварца, а также толщины КР с учетом распределенного по объему КР характера “старения”.

1. Деградационные процессы старения в кварцевых резонаторах (КР) обусловлены тремя группами физических процессов: поверхностными — в основном зарастиванием микротрещин, снятием механических напряжений, окислением электродов и массопереносом; структурными — с основным релаксационными явлениями, диффузией и выходом примесей, движением дислокаций; контактными — изменениями в местах контакта кварцевой пьезопластины (КП) с кварцедержателем [1]. Все три группы процессов вызывают микроизменения физических свойств и геометрических размеров КР, что в свою очередь приводит к “старению” спектра его собственных колебаний и является недостатком кварцевых генераторов (КГ). В последнее время упомянутый эффект стал использоваться для построения систем стабилизации частоты [2], что потребовало его более глубокого изучения.

В работе приведены результаты экспериментальных исследований и анализа функций “старения” параметров колебаний мод $h_{n pq}$, где n и $p q$ — номер механической гармоники и порядок колебания вакуумированных КР толщинно-сдвиговых колебаний АТ-среза при фиксированной температуре среды $\pm 60^\circ\text{C}$, близкой к их нулевой термочувствительности.

2. Экспериментально с помощью измерительного стенда в течение 132 суток для партии из 10 КР наблюдались отклонения частот f_{511} , f_{513} , f_{531} последовательных резонансов и потерь R_{511} , R_{513} , R_{531} основной моды h_{511} и ближайших нечетных мод h_{513} , h_{531} от начальных

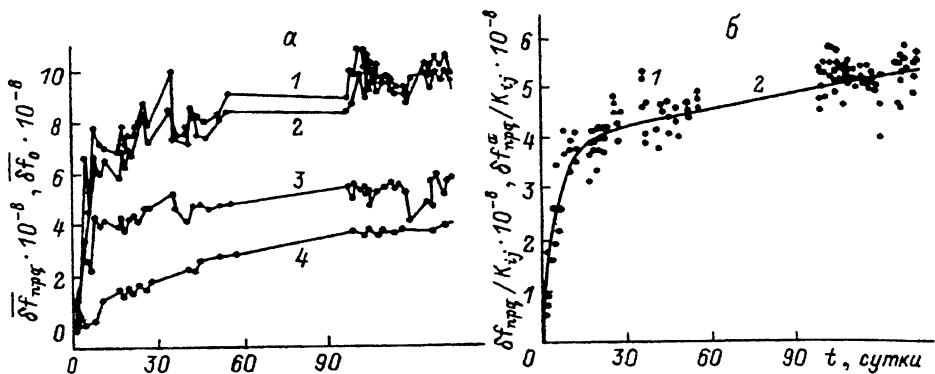


Рис. 1. Функции "старения" относительных частот.

а: 1 — $\overline{\delta f_{531}}$, 2 — $\overline{\delta f_{513}}$, 3 — $\overline{\delta f_{511}}$, 4 — $\overline{\delta f_0}$; б: 1 — координаты экспериментальных значений функций $\overline{\delta f_{511}}$, $\overline{\delta f_{513}}/k_{13}$, $\overline{\delta f_{531}}/k_{14}$; 2 — аппроксимирующая функция $\overline{\delta f_{511}} = \overline{\delta f_{513}}/k_{13} = \overline{\delta f_{531}}/k_{14}$.

значений $f_{511}^0 \approx 5 \cdot 10^6$ Гц, $f_{513}^0 \approx 5.16 \cdot 10^6$ Гц, $f_{531}^0 \approx 5.18 \cdot 10^6$ Гц и $R_{511}^0 \approx 115$ Ом, $R_{513}^0 \approx 285$ Ом, $R_{531}^0 \approx 451$ Ом. Контролировались также уходы основных частот f_0 тех же КР при их возбуждении в схеме КГ.

Осредненные по 10 КР функции изменений частот $\overline{\delta f_0} = (\overline{f_0} - \overline{f_0}^0) / \overline{f_0}^0$ и $\overline{\delta f_{npq}} = (\overline{f_{npq}} - \overline{f_{npq}}^0) / \overline{f_{n11}}^0$ приведены на рис.1,а. Соответствующие им матрицы коэффициентов корреляции r_{ij} и регрессии k_{ij} имеют вид

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0.83 & 0.937 & 0.948 \\ 0.83 & 1 & 0.885 & 0.849 \\ 0.937 & 0.885 & 1 & 0.972 \\ 0.948 & 0.849 & 0.972 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$K_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0.910 & 1.830 & 1.868 \\ 0.757 & 1 & 1.578 & 1.525 \\ 0.479 & 0.497 & 1 & 0.980 \\ 0.481 & 0.472 & 0.964 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где частоты по строкам и столбцам расположены в последовательности $\overline{f_{511}}$, $\overline{f_0}$, $\overline{f_{513}}$, $\overline{f_{531}}$.

Сильная корреляция между функциями "старения" частот (1) свидетельствует об общности источников их изменений, однако различие в коэффициентах регрессии (2), принимавших в партии КР значения от 1 до 15, говорит об различном проявлении этих источников в зонах колебаний основного и ангармонических резонансов КР.

Для аппроксимации функций $\delta f_{npq}(t)$ была принята модель

$$\delta f_{npq}^a(t) = A_{npq} \left(1 - e^{-\alpha_1 t}\right) + B_{npq} \left(1 - e^{-\alpha_2 t}\right), \quad (3)$$

где для рис. 1 $A_{511} = 3.9 \cdot 10^{-8}$, $A_{513} = 7.137 \cdot 10^{-8}$, $A_{531} = 6.575 \cdot 10^{-8}$, $B_{511} = 2.9 \cdot 10^{-7}$, $B_{513} = 5.307 \cdot 10^{-7}$, $B_{531} = 4.8894 \cdot 10^{-7}$, $\alpha_1 = 4.2 \cdot 10^{-4}$, $\alpha_2 = 0.2$.

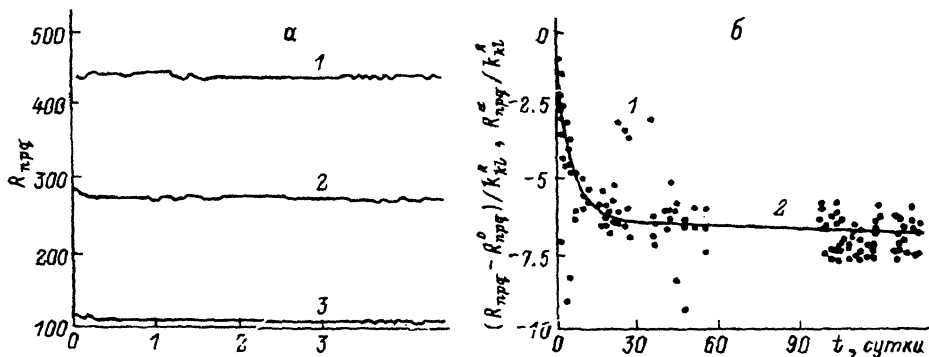


Рис. 2. Функции "старения" потерь R_{npg} в КР.

а: 1 — R_{531} , 2 — R_{513} , 3 — R_{511} ; б: 1 — координаты экспериментальных значений $R_{511} - R_{511}^0$, $(R_{513} - R_{513}^0)/k_{12}^R$, $(R_{531} - R_{531}^0)/k_{13}^R$; 2 — аппроксимирующая функция $R_{511} - R_{511}^0/k_{12}^R = R_{531}^0/k_{13}^R$.

Среднеквадратические отклонения экспериментальных кривых от аппроксимирующих при этом соответственно равны $\sigma_{511} = 4.12 \cdot 10^{-9}$, $\sigma_{513} = 3.31 \cdot 10^{-9}$, $\sigma_{531} = 4.05 \cdot 10^{-9}$. Поле приведенных экспериментальных значений функций δf_{511}^a , $\delta f_{513}/k_{13}$, $\delta f_{531}/k_{14}$ и аппроксимирующая функция $\delta f_{511}^a = \delta f_{513}/k_{13} = \delta f_{531}/k_{31}$ показаны на рис. 1, б.

Функции $\delta f_{511}^a/\partial t$ на начальном участке и в конце срока испытаний принимали соответственно значения для последовательных резонансов КР $9 \dots 20 \cdot 10^{-9}/\text{сут}$ и $4 \dots 5 \cdot 10^{-11}/\text{сут}$, для работы КР в КГ $5 \dots 9 \cdot 10^{-10}/\text{с}$ и $2 \dots 5 \cdot 10^{-11}/\text{сут}$.

На рис. 2 представлены осредненные по 10 КР функции "старения" потерь \bar{R}_{npg} (а), координаты их приведенных значений $\bar{R}_{511} - \bar{R}_{511}^0$, $(\bar{R}_{513} - \bar{R}_{513}^0)/k_{12}^R$, $(\bar{R}_{531} - \bar{R}_{531}^0)/k_{13}^R$, где k_{kl}^R — коэффициенты регрессии функций R_{511} , R_{513} , R_{531} , определяемые одновременно с коэффициентами корреляции r_{kl}^R соответствующими матрицами

$$K_{kl}^R = \begin{bmatrix} 1 & 1.9690 & 1.0230 \\ 0.4230 & 1 & 0.4277 \\ 0.2322 & 0.4520 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_{kl}^R = \begin{bmatrix} 1 & 0.9128 & 0.4874 \\ 0.9128 & 1 & 0.4374 \\ 0.4874 & 0.4374 & 1 \end{bmatrix},$$

и аппроксимирующая функция $R_{npg}^a(t)$, аналогичная функции (3) с коэффициентами $A_{511} = -6.3$, $A_{513} = -15.12$, $A_{531} = -10.836$, $B_{511} = -7$, $B_{513} = -31.2$, $B_{531} = -22.36$ (б). Малые значения k_{13}^R и k_{23}^R объясняются влиянием температуры и погрешностями эксперимента.

3. Собственные частоты $\omega_{npg} = 2\pi f_{npg}$ колебаний исследуемых дисковых КР КР АТ-среза с максимальной толщиной a_0 и радиусом однородной сферической кривизны R определяются соотношением Тиггена [3], которое после введения зависимостей от t основных источников изменений частоты [4] — коэффициентов жесткости c_{kl} и плотности ρ SiO_2 , а также толщины a КР, принимает вид

$$\omega_{npg}^2(t) = \frac{n^2 \pi^2 \hat{c}_{66}(t)}{a_0^2(t) \rho(t)} \left[1 + \nu_{npg}(t) \right], \quad (4)$$

где

$$\nu_{npq}(t) = \frac{1}{\pi\pi} \sqrt{\frac{a_0(t)}{R}} \left[\sqrt{\frac{M_n(t)}{\hat{c}_{66}(t)}} (2p-1) + \sqrt{\frac{c_{55}(t)}{\hat{c}_{66}(t)}} (2q-1) \right],$$

$$M_n = c_{11} + (c_{12} + c_{66}) \frac{c_{12} + c_{66}}{\bar{c}_{66} - c_{22}} + 4 \frac{(\gamma \bar{c}_{66} - c_{66})(\gamma c_{22} + c_{12})}{c_{22} \pi \kappa \operatorname{tg}(\pi \kappa / 2)}, \quad \kappa^2 = \frac{\bar{c}_{66}}{c_{22}},$$

$\gamma = (c_{12} + c_{66})/(\bar{c}_{66} - c_{22})$; $\hat{c}_{66} = \bar{c}_{66} (1 - 8\mu^2/n^2\pi^2 - 4m_E/m_Q)$; m_E, m_Q — массы электрода и КП.

Коэффициенты c_{kl} в системе координат АТ-среза определены Миндлином [5]: $c_{11} = 86.74 \cdot 10^9$ Па, $c_{12} = 8.26 \cdot 10^9$ Па, $c_{22} = 129.77 \cdot 10^9$ Па, $c_{55} = 68.81 \cdot 10^9$ Па, $c_{66} = 29.01 \cdot 10^9$ Па. Для коэффициента электромеханической связи μ и константы \bar{c}_{66} примем значения, найденные Валлато [6], $\mu^2 = 7.744 \cdot 10^{-3}$, $\bar{c}_{66} = 29.24 \cdot 10^9$ Па.

4. Для исследованных КР типа РК-187 рассчитанные по (3) поправки $\nu_{511} \cong 0.016 \ll 1$, $\nu_{513} \cong 0.049 \ll 1$, $\nu_{531} \cong 0.05 \ll 1$, вследствие чего "старение" их аргументов весьма слабо влияет на уходы частот (4). Учтите, что $4m_E/m_Q \ll 1$, пренебрегая "старением" ν_{npq} и вводя в (4) малые абсолютные временные изменения параметров $\Delta f_{npq}(t)$, $\Delta \hat{c}_{66}(t)$, $\Delta a_0(t)$, $\Delta \rho(t)$, запишем функцию

$$f_{npq}^0 + \Delta f_{npq}(t) \cong \frac{n\pi}{a_0^0 + \Delta a_0(t)} \sqrt{\frac{\bar{c}_{66}^0 + \Delta \hat{c}_{66}(t)}{\rho^0 + \Delta \rho(t)}},$$

где $\bar{c}_{66}^0, a_0^0, \rho^0$ — значения величин при $t = 0$.

Переходя к относительным нестабильностям $\delta_{npq}(t) = \Delta f_{npq}(t)/f_{npq}^0$, $\delta_a(t) = \Delta a_0(t)/a_0^0$, $\delta_\rho(t) = \Delta \rho(t)/\rho^0$, $\delta_{c66}(t) = \Delta \hat{c}_{66}(t)/\bar{c}_{66}^0$ и пренебрегая ввиду малости их степенными функциями, перейдем к матричному уравнению

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}(t), \quad (5)$$

где $\mathbf{D}(t) = [\delta_{511}(t)\delta_{513}(t)\delta_{531}(t)]^T$, $\mathbf{P}(t) = [\delta_{c66}(t)\delta_\rho(t)\delta_a(t)]^T$ — матрицы-столбцы функций "старения" частот f_{npq} и параметров КР; \mathbf{H}^{-1} — матрицы постоянных коэффициентов, обратная матрица

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & -1 \\ 0.5k_{513}^c & -0.5k_{513}^\rho & -k_{513}^a \\ 0.5k_{531}^c & -0.5k_{531}^\rho & -k_{531}^a \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где коэффициенты $k_{npq}^{c,\rho,a}$ учитывают распределенный характер "старения" параметров КР в энергетических зонах колебаний мод h_{npq} , задаваемых распределением амплитуд механических смещений [3]

$$u(x, z) = e^{-\alpha_n x^2/2} \mathbf{H}_{p-1}(\sqrt{\alpha_n} x) e^{-\beta_n z^2/2} \mathbf{H}_{q-1}(\sqrt{\beta_n} z), \quad (7)$$

где x и z — кристаллографические оси кварца в плоскости АТ-среза [1]; $\mathbf{H}_{p-1}(x)$, $\mathbf{H}_{q-1}(z)$ — полиномы Эрмита; $\alpha_n^2 = n^2\pi^2\bar{c}_{66}/M_n R_0^3$; $\beta_n^2 = n^2\pi^2\bar{c}_{66}/c_{55} R a_0^3$.

5. Из анализа рис. 1 следует, что начальный участок "старения" в основном обусловлен поверхностными явлениями массопереноса [1] (отрыв примесей от рабочих поверхностей), вследствие чего уменьшается толщина КР a . На этом отрезке времени физические свойства кварца не успевают существенно измениться, поэтому, полагая нулевыми величины $\delta_{c66}^{(1)}$ и $\delta_{\rho}^{(1)}$, где символ (1,2) обозначает принадлежность к начальному или последующему участкам "старения", из (5) найдем $\delta_{511}^{(1)}(t) \cong \delta_a(t)$, $\delta_{513}^{(1)}(t) \cong k_{513}^a \delta_a(t)$, $\delta_{531}^{(1)}(t) \cong k_{531}^a \delta_a(t)$, откуда после замены реальных функций аппроксимируемыми получим

$$k_{513}^a = \frac{A_{513}}{A_{511}} = 1.83, \quad k_{531}^a = \frac{A_{531}}{A_{511}} = 1.686. \quad (8)$$

На последующем участке "старения" (рис. 1) преобладают вторая и третья группы физических процессов, в связи с чем происходит медленное изменение физических свойств искусственно выращенного и механически обработанного кварца с постепенным их приближением к природному состоянию [1]. Здесь изменениями a можно пренебречь и для $p, q = 1, 1$ найти результирующую функция старения.

$$\delta_{c66}^{(2)}(t) - \delta_{\rho}^{(2)}(t) = 2\delta_{511}^{(2)}(t) = 2\delta_{511}(t) - 2\delta_{511}^{(1)}(t). \quad (9)$$

Если принять во внимание, что константы c_{66}^D для искусственного и природного кварца отличаются на $\Delta c_{66}^D/c_{66}^D = A_c = 3.2 \cdot 10^{-4}$ [7] и с течением времени работы КР стремятся к сближению [4], то можно принять функцию $\delta_{c66}^a(t) \cong A_c(1 - e^{-\alpha_2 t})$, с учетом которой из (9)

$$\delta_{\rho}^{(2)}(t) \cong (A_c - 2B_{511}) (1 - e^{-\alpha_2 t}),$$

где для рис. 1 $A_c - 2B_{511} = 3.194 \cdot 10^{-4}$.

Из оставшихся двух уравнений системы уравнений (5) с учетом (9) найдем соотношения

$$\begin{aligned} k_{513}^c &= 2 \frac{B_{513}}{A_c} + \left(1 - 2 \frac{B_{511}}{A_c}\right) k_{513}^{\rho}, \\ k_{531}^c &= 2 \frac{B_{531}}{A_c} + \left(1 - 2 \frac{B_{511}}{A_c}\right) k_{531}^{\rho}. \end{aligned} \quad (10)$$

Точное определение коэффициентов $k_{npq}^{c,\rho}$ (10) для (5), (6) в этой работе невозможно без дополнительных данных. Если считать, что ρ по объему постоянна и $k_{npq}^{\rho} = 1$, то $k_{513}^c = 1.001504$, $k_{531}^c = 1.001243$. Если положить $K_{npq}^c = 1$, то $k_{513}^{\rho} = 1.005129$, $k_{531}^{\rho} = 1.004868$. Зависимости $R_{npq}(t)$ (рис. 2, а) в этом случае не помогают, поскольку источниками их изменений, судя по численным значениям, являются в первую очередь технологические факторы.

6. Проведенные исследования показали, что функции “старения” $f_{npq}(t)$ и $R_{npq}(t)$ в вакуумированных КР АТ-среза сильно коррелированы и подчиняются экспоненциальным законам. Различие в коэффициентах регрессии функций $f_{npq}(t)$ и $R_{npq}(t)$ свидетельствует о том, что в зонах колебаний мод h_{npq} физические процессы, определяющие характер “старения”, протекают с разными скоростями. Наименьший наклон имеют функции $f_{511}(t)$, поскольку зона их колебаний подвергалась искусственному “старению” в процессе изготовления и испытаний КР. Здесь деградационные процессы начинаются и заканчиваются раньше, чем в зонах мод h_{npq} , $pq \neq 11$, смещенных к краям КР (7), и в которых практически не рассеивается энергия. Причем распределенная по объему КП энергия колебаний моды h_{511} и температура среды являются важнейшими источниками “старения” параметров колебаний мод h_{npq} , $pq \neq 11$.

Следует добавить, что влияние “старения” элементов схемы генератора приводит к некоторому несоответствию функций f_{511} и f_0 (рис. 1,а), что предупреждает о возможных различиях в оценках, получаемых активным и пассивным методами возбуждения КР.

Исходные экспериментальные данные получены совместно с В.В. Масалитиным.

Список литературы

- [1] Смагин А.Г. Прецизионные кварцевые резонаторы. М.: Изд-во стандартов, 1964. 240 с.
- [2] Шмалый Ю.С., Евдокименко Ю.И. Стабилизация частоты. М., 1989. Ч. 1. С. 75-78.
- [3] Tiersten H.F., Smythe R.C. // Proc. of the 31st AFCS. 1977. P. 44-47.
- [4] Смагин А.Г. Пьезоэлектрические резонаторы и их применение. М.: Изд-во стандартов, 1967. 260 с.
- [5] Mindlin R.D. // Quart. Appl. Math. 1961. Vol. 19. P. 51.
- [6] Ballato A. // IEEE Trans. Sonics and Ultrason. 1978. Vol. SU-25(4). P. 185-191.
- [7] Акустические кристаллы. Справочник / Под ред. М.П.Шаскольской. М.: Наука, 1982. 632 с.