

01;03

©1995 г.

ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ РАЗВИТОЙ СТАДИИ БЫСТРОПРОТЕКАЮЩЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ГАЗЕ И ЖИДКОСТИ

С. Н. Колгатин

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251, Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 23 марта 1994 г.)

В окончательной редакции 15 февраля 1995 г.)

В первой части, продолжением которой является данная работа, были предложены интерполяционные уравнения состояния воды и азота. Как было отмечено, они нуждаются в апробации. Из-за отсутствия опытных данных в области плотной неидеальной плазмы возможна лишь косвенная проверка предложенных соотношений путем включения их в какую-либо математическую модель с последующим проведением расчетов и сравнением результатов с экспериментом. Для этой цели подходит явление электрического разряда в жидкости, для которого в литературе имеются обширные экспериментальные данные [1-3]. Однако представленный ниже материал имеет и самостоятельную ценность, что также послужило причиной разделения работы на две части.

Введение

В связи с созданием нового поколения энергонапряженной электрофизической аппаратуры (сильноточные ускорители, мощные лазеры, термоядерные реакторы), в которой передача энергии осуществляется через канал разряда, пробитый в жидком или газообразном диэлектрике, встает вопрос об определении газодинамических нагрузок, воздействующих на элементы конструкции таких машин. Для этого надо знать в первую очередь, как перераспределяется энерговклад в канал разряда между внутренней энергией плазмы, работой расширения, излучением и т.п. Предварительное рассмотрение [4] показывает, что трудно рассчитывать на универсальное решение поставленной задачи, пригодное для любых наперед заданных параметров разряда. В этих условиях представляется разумным разработать простую математическую модель процесса, которая позволила бы рассчитывать ударные нагрузки при произвольных изменениях в параметрах и схеме электрической цепи. Близкая к предлагаемой ниже модель газового разряда

была предложена С.И. Брагинским, который получил аналитическое решение для скорости роста канала и других газодинамических параметров в условиях линейного нарастания тока [5]. Впоследствии модель С.И. Брагинского для газа многократно проверялась на предмет соответствия опыту и усовершенствовалась [6-8]; в настоящее время в экспериментально проверенных диапазонах параметров разряда для воздуха эти расчетные данные могут считаться достоверными. Ниже они используются для тестирования предлагаемой модели в воздухе. Далее уравнения состояния азота заменяются на соответствующие соотношения для воды, после чего производится сравнение расчетных результатов с экспериментом.

Математическая модель развитой стадии электрического разряда в воздухе и воде

В наиболее полном виде в одномерной радиально-симметричной постановке процессы на развитой (канальной) стадии электрического разряда описываются системой уравнений газовой динамики, которая в переменных Эйлера выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial (rv)}{r \partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho v^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \rho v \left(\varepsilon + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial (rq)}{\partial r} = \frac{j^2}{\sigma}. \quad (3)$$

Здесь ρ — плотность, t — время, v — скорость, r — эйлерова координата (радиус), p — давление, ε — удельная внутренняя энергия, q — поток тепла за счет теплопроводности, j — плотность тока в канале, σ — электропроводность плазмы. Интегрируя уравнение (3) по сечению канала, придем к обыкновенному дифференциальному уравнению для полной энергии плазмы W

$$\frac{dW}{dt} + p \frac{d(\pi a^2)}{dt} = Q_j, \quad (4)$$

где a — радиус плазменного канала, $Q_j = I^2 / (\pi a^2 / \sigma)$ — суммарный джоулев энерговклад (на единицу длины), I — сила тока.

Для однородной модели канала с погонной массой $M = \pi a^2 \rho$ полная энергия дается формулой $W = M \varepsilon$. Если считать оболочку канала тонкой, жидкость неподвижной и пренебречь плотностью плазмы по сравнению с холодной средой, то можно получить второе уравнение модели из стандартных газодинамических условий на поверхности разрыва [9]

$$\left(\varepsilon + \frac{p}{\rho} \right) \frac{dM}{dt} = Q_c + Q_r, \quad (5)$$

где Q_c , Q_r — потоки тепла, отводимые от канала теплопроводностью и излучением соответственно.

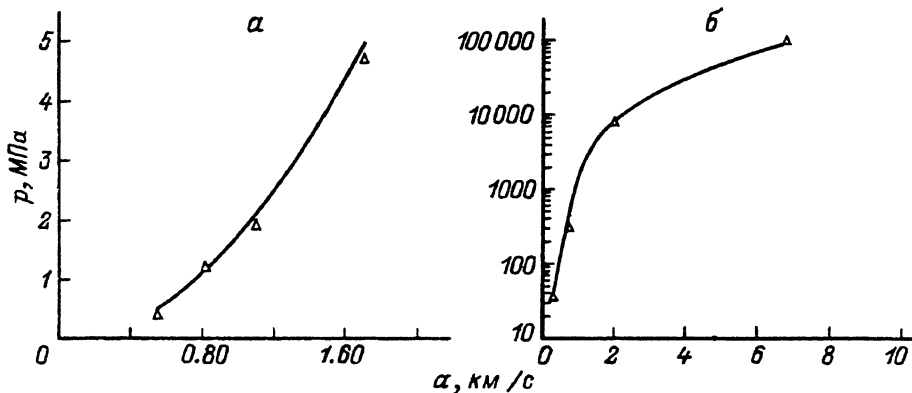


Рис. 1. Давление в канале в зависимости от скорости движения его границы в воздухе (а) и воде (б).

Постоянное по сечению канала в предлагаемой модели давление p можно определить из граничного условия к полю давлений, установившихся в окружающей среде при заданной скорости расширения границы плазмы $\dot{a}(t)$. Связь p и \dot{a} можно найти из системы (1-3), если задать уравнения состояния $p = f_p(\rho, T)$ и $\varepsilon = f_\varepsilon(\rho, T)$, где T — температура. В работе [5] предлагается воспользоваться для воздуха интегралом системы (1-3) в форме

$$p = 0.8(\dot{a})^2 \rho_0, \quad (6)$$

индексом "0" здесь и далее помечены параметры невозмущенной среды.

В [10] рекомендуют использовать для воды формулу

$$p - p_0 = 1.35 \rho_0 (\dot{a})^2 \left(\frac{C_0}{\dot{a}} \right)^{0.3}. \quad (7)$$

Для уточнения зависимости давления от скорости расширения границы канала проводилось численное интегрирование системы (1)-(3) с приведенными в первой части работы уравнениями состояния воды и воздуха. При этом задавалось постоянное давление на внутренней границе жидкости, при $r = a$ и искалось соответствующее ему установившееся значение скорости \dot{a} . Результаты этих расчетов представлены сплошными кривыми на рис. 1 (а — для воздуха, б — для воды); здесь же треугольниками показаны результаты расчета по формуле (6) для воздуха (а) и по (7) для воды (б). Видно, что формулы (6) и (7) удовлетворительно описывают искомую зависимость.

В отличие от [8], где ток через канал задавался "извне", в предлагаемой модели он определялся из системы уравнений для электрической цепи

$$L \frac{dI}{dt} + IR - U = 0, \quad (8)$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{I}{C}, \quad (9)$$

где L , C — индуктивность и емкость, U — напряжение на конденсаторе, $R = b/(\pi a^2)\sigma$ — полное электрическое сопротивление, b — длина канала.

Уравнения состояния азота брались из первой части работы. Для расчета электропроводности применялась простая модель, в которой основной механизм электрического сопротивления связывался с рассеянием электронов на ионах, а дальние взаимодействия учитывались введением кулоновского логарифма Λ

$$\sigma = \frac{0.0152I^{3/2}}{(\Lambda Z_{\text{ef}})^2} (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}, \quad (10)$$

где $\Lambda = -2.35 + 1.5 \ln(I) - 0.5 \ln(Z_{\text{ef}} \rho)$.

Эффективный заряд иона Z_{ef} вычислялся через средний Z по формуле

$$Z_{\text{ef}} = \begin{cases} 1, & \text{если } Z < 1, \\ Z, & \text{если } Z \geq 1. \end{cases} \quad (11)$$

$$(12)$$

В (11), (12) и ниже по тексту T — в Кельвинах, ρ — в $\text{кг}/\text{м}^3$. Произведенные расчеты показали, что для рассматриваемого класса высокоэнергетичных процессов рассеяние на нейтральных атомах несущественно.

Для теплопроводности вслед за [5] принималось

$$Q_c = 1.3 \cdot (2\pi) \kappa T \text{ Вт}/\text{м}, \quad (13)$$

где коэффициент теплопроводности κ вычислялся по формуле

$$\kappa = 2.45 \cdot 10^8 \sigma T \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}. \quad (14)$$

В предположении, что средняя длина поглощения, определяемая в основном свободно-свободными переходами (Q_{fr}) и рекомбинацией (Q_{rc}), много больше радиуса канала, излучение считалось объемным, а его величина рассчитывалась по формуле

$$Q_r = (Q_{\text{fr}} + Q_{\text{rc}}) \pi a^2, \quad (15)$$

где в соответствии с [5]

$$Q_{\text{fr}} = 2.6 \cdot 10^{11} \rho^2 T^{1/2} Z_{\text{ef}} (Z_{\text{ef}} + 1.5)^2 \text{ Вт}/\text{м}^3, \quad (16)$$

$$Q_{\text{rc}} = 10^{17} \cdot \rho^2 T^{-1/2} Z_{\text{ef}} \cdot (Z_{\text{ef}} + 1.5)^4 \text{ Вт}/\text{м}^3. \quad (17)$$

В качестве начальных условий (которые, как показали расчеты, могут быть выбраны с большим произволом) принимались $a(0) = 10^{-4}$ м, $T(0) = 20000$ К, $\rho(0) = 0.1$ $\text{кг}/\text{м}^3$. Расчет проводился для контура с параметрами из [8] $L = 1$ мкГ, $C = 0.2$ мкФ, $b = 10$ см.

На рис. 2,б показаны расчетные зависимости от времени давления (кривая 1) и температуры (кривая 2), на рис. 2,а — радиуса (кривая 1) и тока (кривая 2). Здесь же треугольниками показаны результаты расчета по формуле из [5] для $a(t)$. Видно, что на начальной стадии

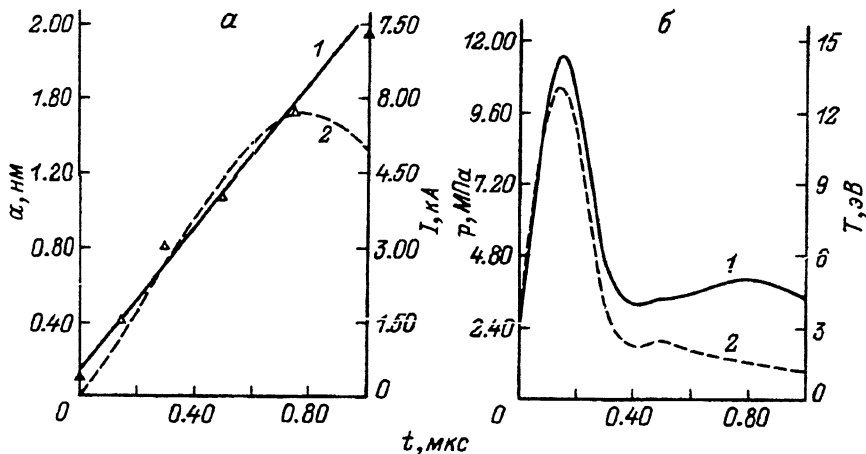


Рис. 2. Радиус канала и ток (а), температура и давление (б) в зависимости от времени на канальной стадии электрического разряда в азоте.

разряда, когда закон возрастания тока близок к линейному, расчетные данные для радиуса канала по предлагаемой модели находятся в хорошем согласии с более ранними результатами.

Таким образом, можно считать возможным расчет газодинамических параметров разряда в воздухе на основе предложенной простой модели. В нижеследующей части работы та же модель применяется к более сложному случаю развитой стадии электрического разряда в воде.

Канальная стадия разряда в воде

Уравнения состояния воды описаны в первой части работы. Электропроводность с удовлетворительной для данного исследования точностью задавалась формулой В.В. Арсентьева [11]

$$\sigma = \frac{(n_e e^2 / 8)(\pi / 2mkT)^{1/2}}{\frac{(n_e e^4 \ln(1+\lambda^2) + 1/(1+\lambda^2))}{10^3 \sqrt{\pi}(\epsilon_0 kT)^2} + n_a \left(\frac{Q_{eO}}{3} + \frac{2Q_{eH}}{3} \right)}, \quad (18)$$

где n_e , n_a — концентрация электронов и атомов, m , e — масса и заряд электрона; k , ϵ_0 — бoльцмановская и диэлектрическая постоянные, Q_{eO} , Q_{eH} — сечения рассеяния электронов на атомах кислорода и водорода соответственно.

Параметр λ определялся по формуле

$$\lambda = \frac{12\pi(\epsilon_0 kT)^{3/2}}{e^3 n_e^{1/2}}. \quad (19)$$

В соответствии с [12] потери на излучение определяются соотношением длины пробега квантов l_0 и радиуса канала a . При $a/l_0 < 1$ канал оптически тонкий и объемные потери на излучение (в расчете на единицу длины) оцениваются по формуле

$$Q'_r = \frac{\pi a^2 \sigma_0 T^4}{l_0}, \quad (20)$$

где σ_0 — постоянная Стефана-Больцмана.

Во втором предельном случае $a/l_0 > 1$ канал оптически толстый и излучает с поверхности энергию, близкую к

$$Q'' = \frac{2\pi a l_0 \sigma_0 T^4}{\gamma a} \quad (21)$$

где $\gamma \sim 1$ — эмпирический коэффициент, учитывающий структуру переходного слоя от горячей плазмы к холодной жидкости.

Наибольшую сложность представляет запись соотношений типа (16) и (17), так как разряд в воде происходит при значительном по отношению к воздуху противодавлении и плазма в канале в этих условиях существенно неидеальна. Длины пробега излучения в такой низкотемпературной ($T \sim 10-50$ эВ) и плотной ($\rho \sim 10^{21}$ 1/м³) плазме недостаточно хорошо изучены, поэтому приходится принимать для них некоторые полуэмпирические зависимости, подтверждение которых можно получить, сравнивая результаты расчетов с экспериментальными данными по разряду в воде. Порядок характерной длины пробега излучения и функциональную зависимость можно определить по формулам из работы [12], авторы которой выделяют два возможных предельных случая. В одном из них, когда излучение близко к равновесному, а потери энергии происходят преимущественно с поверхности, используется так называемый “росселандов” пробег l_{Rs} . В другом случае высвечивания энергии оптически тонким телом объемные потери определяются средним пробегом l_{av} . Отличаясь способом осреднения по спектру излучения, средний и росселандов пробеги весьма близки по функциональной зависимости от ρ и T и по порядку величины.

При небольших ионизациях ($\alpha \ll 1$) следует ожидать преобладания неионизирующих столкновений. Для свободно-свободных переходов характерные длины пробега излучения l_{av}^{fr} и l_{Rs}^{fr} даются формулами

$$l_{av}^{fr} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{T_{ev}^{7/2}}{\alpha^2 \rho^2 Z_{ef}}, \quad (22)$$

$$l_{Rs}^{fr} \cong 3.0 l_{av}^{fr}, \quad (23)$$

где T_{ec} — температура в электрон-вольтах, α — степень ионизации плазмы; эффективный заряд Z_{ef} в данной формуле следует, по-видимому, принять равным единице.

При приближении α к единице начинается процесс непрерывного поглощения света в области первой ионизации, характерные длины пробега излучения для которого l_{av}^α и l_{Rs}^α могут быть определены по формулам

$$l_{Rs}^\alpha = \frac{10^{-7} T_{ev}^2}{\rho Z_{ef}^2} \exp\left(\frac{I_0}{T_{ev}}\right) \text{ м}, \quad (24)$$

$$l_{av}^\alpha \cong 2.5 \frac{T_{ev}}{I_0} l_{Rs}^\alpha. \quad (25)$$

где $I_0 = 13.6$ эВ — средний для водорода и кислорода потенциал ионизации, эффективный заряд при расчетах по этой формуле полагается равным $Z_{ef} = 2$.

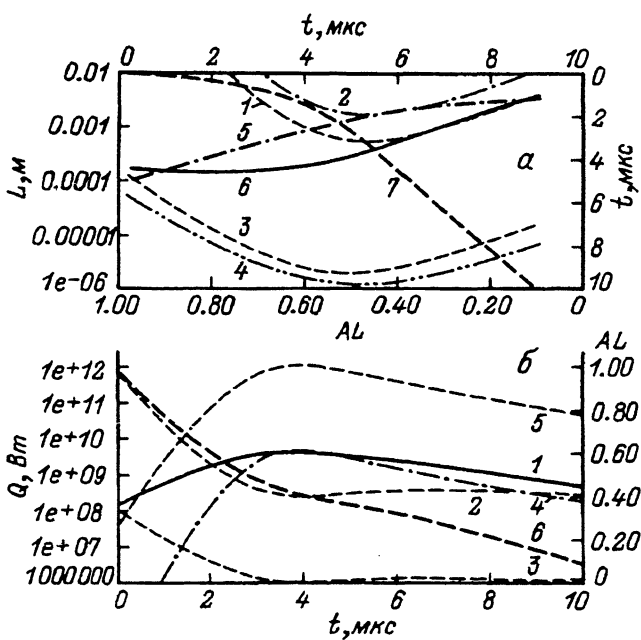


Рис. 3. Характерные длины пробега излучения (а) и радиационные потоки (б) на канальной стадии разряда в воде.

Приведенные формулы дают возможность провести количественные оценки интенсивности излучения на канальной стадии разряда. Для этого нужно взять средние значения a и T из экспериментальных данных (например, из [1]); плотность при наличии уравнения состояния может быть определена по давлению и температуре. На рис. 3, а, в зависимости от степени ионизации (или, то же самое, от времени) представлены результаты подобного расчета для l_{av}^{fr} , l_{Rs}^{fr} , l_{Rs}^{α} , l_{av}^{α} (кривые 1-4 соответственно). Кривая 5 — средний (для различных напряжений) радиус канала a . Из рисунка видно, что для непрерывного поглощения квантов в области первой ионизации излучение носит преимущественно поверхностный характер ($a > l_{av, Rs}^{\alpha}$), а для свободно-свободных переходов — объемный ($a < l_{av, Rs}^{fr}$).

На том же рисунке для сравнения приведен график зависимости степени ионизации от времени $\alpha(t)$ (кривая 7; время для этого графика отложено по правой вертикальной оси сверху вниз, а значения α следует считать с нижней горизонтальной оси). Видно, что с течением времени степень ионизации падает и, следовательно, можно ожидать смены механизма излучения. Удобно записать формулу для l_0 как интерполяцию между l_{Rs}^{α} при $\alpha \sim 1$ и l_{av}^{fr} в случае $\alpha \ll 1$, а затем подобрать подгоночные коэффициенты так, чтобы они наилучшим образом описывали эксперимент. Например, можно предложить для l_0 следующую формулу:

$$l_0 = \frac{l_{av}^{fr}}{1 + \exp(\gamma_*(\alpha - \alpha_*))} + l_{Rs}^{\alpha}, \quad (26)$$

где (на основании расчетов) было принято $\gamma_* = 20$, $\alpha_* = 0.5$.

Соответствующая формуле (26) зависимость представлена жирной сплошной кривой на рис. 3,а (кривая б).

Для расчета энергетических потерь канала на излучение использовалась формула

$$Q_r = \pi a \sigma T^4 \left(\frac{a}{l_0} + 2 \frac{l_0}{a} \right), \quad (27)$$

которая в пределе $a \ll l_0$ переходит в соотношение (21), а при $a \gg l_0$ — в (20). Зависимость $Q_r(t)$, рассчитанная по формуле (27), представлена кривой 1 на рис. 3,б, кривая б — степень ионизации $\alpha(t)$. Для сравнения на том же графике показаны зависимости потерь плазмы в результате излучения (на единицу длины канала), рассчитанные по формулам (20) и (21) с различными l_0 . В предположении объемного излучения (формула 20) кривая 4 — Q'_r при $l_0 = l_{av}^{\text{тр}}$ (этот случай реализуется на поздних стадиях разряда, когда $\alpha \ll 1$); кривая 5 — при $l_0 = l_{av}^{\alpha}$. Для поверхностного излучения (формула 21) кривая 3 — Q'_r при $l_0 = l_{Rs}^{\alpha}$ (при $\alpha \sim 1$ этот вариант наиболее вероятен), кривая 2 — Q''_r при $l_0 = l_{Rs}^{\text{тр}}$. Видно, что результирующая зависимость 1 представляет гладкую интерполяцию от начального участка кривых 3 и 5 к конечному участку кривых 2 и 4. Таким образом, можно надеяться, что предложенная зависимость даст возможность реалистично учесть радиационные потери канала, а возможная погрешность в описании переходного участка не будет критической.

Расчет проводился при параметрах электрической цепи, соответствующих экспериментальной установке из [1]: $L = 1.1$ мкГ, $C = 6$ мкФ, $b = 45$ мм. В качестве начальных условий принимались $a_0 = 10^{-4}$ м, $T_0 = 20000$ К, $\rho_0 = 1$ кг/м³, $U_0 = (20 \div 50)$ КВ. Результаты расчета в сравнении с экспериментом приведены на рис. 4. Сплошные кривые (расчетные) и треугольники (экспериментальные точки из [1]) относятся к $U_0 = 20$ КВ, пунтир и кружки — к 50 КВ; для некоторых точек обозначен разброс экспериментальных результатов. На рис. 4 показана временная зависимость радиуса канала (а), электрического сопротивления (б) и давления (в). Из рисунка видно, что модель приводит к удовлетворительному совпадению расчетных результатов с

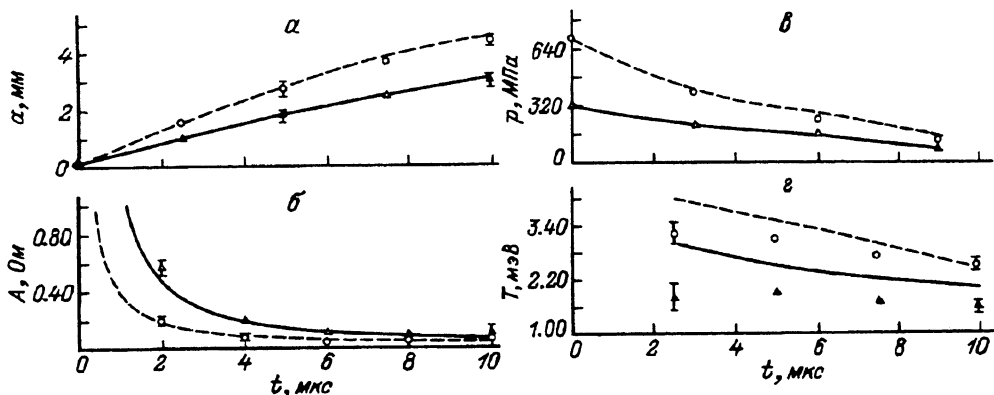


Рис. 4. Сравнение экспериментальных и расчетных данных по развитой стадии электрического разряда в воде (Δ — 20, \circ — 50 кВ).

экспериментальными для газодинамических и электрических параметров. На рис. 4,2 показана временная зависимость температуры. Некоторое завышение расчетных значений температуры по отношению к экспериментальным, по-видимому, не является критическим, поскольку И.С. Швед в [1] отмечает возможность занижения результатов этих измерений из-за выраженной неоднородности свечения по длине канала.

Заключение

Используя предложенные автором в первой части работы интерполяционные уравнения состояния воздуха и воды совместно с законами сохранения массы и энергии, удалось сформулировать простую математическую модель развитой стадии электрического разряда в газе и жидкости. Адекватность результатов расчетов подтверждается их сравнением с экспериментальными данными [1]. Эффективность методики позволяет применять ее в перспективе к разнообразным жидким и газообразным средам. Простота модели должна дать возможность использовать ее как основу для проведения расчетов импульсных ударных нагрузок, воздействующих на элементы конструкции энергонапряженной электрофизической аппаратуры на развитой стадии электрического разряда по электрическим цепям различных параметров и конфигураций.

Список литературы

- [1] Швед И.С. // ТВТ. 1980. Т. 18. № 1. С. 1-8.
- [2] Скворцов Ю.С., Комельков В.С., Кузнецов Н.М. // ЖТФ. 1971. Т. 30. Вып. 10. С. 1165-1167.
- [3] Окунь И.З. // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 2. С. 302-308.
- [4] Кривицкий Е.В. Динамика электровзрыва в жидкости. Киев: Наукова думка, 1985.
- [5] Брагинский С.В. // ЖТФ. 1958. Т. 34. Вып. 2. С. 1548-1557.
- [6] Бобров Ю.К. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 3. С. 2340-2345.
- [7] Баранник С.И., Вассерман С.Б., Лукин А.Н. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 11. С. 2352-2364.
- [8] Басов Н.Г., Борович Б.Л., Зуев В.С. и др. // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 4. С. 905-909.
- [9] Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1992.
- [10] Окунь И.З. // МЖГ. 1968. № 1. С. 126-128.
- [11] Арсентьев В.В. // ПМТФ. 1965. № 5. С. 51-56.
- [12] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных газодинамических явлений. М.: Наука, 1966.