

01:03
©1995 г.

К ТЕОРИИ ДИФФУЗИОФЕРЕЗА УМЕРЕННО КРУПНОЙ ТВЕРДОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АЭРОЗОЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ В БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

Р.А.Сафиуллин, Ю.И.Яламов

Московский педагогический университет,
107005, Москва, Россия
(Поступило в Редакцию 8 сентября 1994 г.)

Решена задача диффузиофореза твердой цилиндрической аэрозольной частицы в неоднородной по концентрации бинарной газовой смеси с использованием в граничных условиях всех эффектов, линейных по числу Кнудсена. Представлены графики зависимости безразмерной величины $U_D/D_{12}(\nabla C_{1e})_\infty$ от числа Кнудсена для бинарных газовых смесей N_2-H_2 , N_2-O_2 , N_2-Ar , N_2-CO_2 , $N_2-C_2H_2$.

Движение аэрозольных частиц в неоднородной по концентрации бинарной газовой смеси обусловлено действием на них диффузиофоретической силы [1]. Исследования, посвященные изучению особенностей диффузиофоретического движения частиц, актуальны и имеют не только чисто теоретический, но и практический интерес [1,2]:

Теория диффузиофореза аэрозольных частиц рассматривалась в работах [1,4-8]. Теория развивалась как для крупных и умеренно крупных сферических [1,4,7,8], так и для несферических частиц [5,6]. Как известно, в отличие от крупных частиц для умеренно крупных ($0.01 \leq \lambda/R \leq 0.3$) необходимо учитывать все эффекты, линейные по числу Кнудсена ($Kn = \lambda/R$, где λ — средняя длина свободного пробега молекул смеси, R — радиус аэрозольной частицы) [4,7-9]. В работе [8] были получены граничные условия теории диффузиофореза умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц в бинарной смеси газов с учетом линейных по числу Кнудсена поправок к скорости диффузионного скольжения, барнеттовских и термодиффузионных эффектов, кривизны поверхности, а также растекания в слое Кнудсена потоков диффузии и тепла, среднemasсового потока. Но в работе [8] при построении теории в граничных условиях не были учтены скачки температуры бинарной смеси газов, пропорциональные газокинетическим коэффициентам $K_T^{(T)}$ и $K_T^{(n)}$.

Скачки температуры и концентрации вблизи поверхности жидкости в бинарной газовой смеси вычислялись в работе [3]. В этой работе был рассмотрен общий случай бинарной газовой смеси с различными массами молекул, входящих в смесь газов. Авторы работы [3] впервые показали, что скачок температуры в бинарной газовой смеси зависит не только от градиента температуры, но и от градиента концентрации компоненты смеси, испытывающей фазовый переход на поверхности жидкости. С другой стороны, скачок концентрации, согласно [3], зависит как от градиента концентрации, так и от градиента температуры.

Однако в работе [3] не учитывались термодиффузионные эффекты ввиду несовершенства представления интеграла столкновений в кинетических уравнениях Больцмана. Позднее в работе [9] было показано, что учет термодиффузионных членов функции распределения оказывает большое влияние на величину перекрестных членов в скачках. В работе [9] были вычислены различными методами скачки температуры и концентрации в многокомпонентной смеси газов при наличии нескольких компонент, испытывающих фазовый переход на поверхности конденсированной фазы.

С учетом вышесказанного в данной работе дополнительно к [8] учитывается влияние скачка температуры при вычислении диффузиофоретической скорости умеренно крупной нелетучей цилиндрической аэрозольной частицы для частного случая, когда ось ее перпендикулярна направлению векторов градиентов концентраций компонентов бинарной газовой смеси.

Допустим, что в бинарной газовой смеси имеются поддерживаемые стационарно градиенты относительных концентраций компонентов смеси (∇C_{1e}) и (∇C_{2e}) . Под C_{1e} и C_{2e} следует понимать отношения $C_{1e} = n_{1e}/n_e$, $C_{2e} = n_{2e}/n_e$, где n_{1e} и n_{2e} — числа молекул компонентов газовой смеси в единице объема, $n_e = n_{1e} + n_{2e}$. Между (∇C_{1e}) и (∇C_{2e}) имеется очевидное соотношение $(\nabla C_{1e}) = -(\nabla C_{2e})$.

Рассмотрим случай, когда ось частицы совпадает с осью z системы координат, а направление вектора $(\nabla C_{1e})_\infty$ совпадает с направлением оси x . При таком выборе системы координат скорость диффузиофореза частицы $U_D = -U$, где U — скорость движения центра тяжести газовой смеси относительно частицы. Тогда стационарные линеаризованные уравнения Навье–Стокса, диффузии для первого компонента смеси и уравнение, выражающее тот факт, что в стационарном случае скорость частицы остается постоянной, запишутся в виде [5,7]

$$\operatorname{div} \mathbf{V}^{(e)} = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{U}(\nabla \mathbf{V}^{(e)}) = -\frac{1}{\rho_e} \nabla p^{(e)} + \frac{\eta_e}{\rho_e} (\nabla^2 \mathbf{V}^{(e)}), \quad (2)$$

$$\nabla^2 C_{1e} = 0. \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_C = 0, \quad (4)$$

где η_e — вязкость, ρ_e — средняя плотность, $p^{(e)}$ — давление смеси, $\mathbf{V}^{(e)}$ — скорость обтекания частицы смесью, \mathbf{F}_D — диффузиофоретическая сила, \mathbf{F}_C — сила вязкого трения.

Используем граничные условия на поверхности частицы (при $r = R$) с учетом всех эффектов, линейных по числу Кнудсена [8], дополнив их скачком температуры бинарной газовой смеси [3,9],

$$V_r^{(e)} = \text{Kn} D_{12} C_v \text{div}_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right), \quad (5)$$

$$V_\theta^{(e)} = D_{12} \left[(K_{DSI} + \text{Kn} K_{DSI}^R) \frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} + \text{Kn} K_{DSI}^B D_{r\theta} \right] + \frac{\nu_e}{T_e} K_{TSI} \frac{1}{r} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + \lambda K_{SI} \Pi_{r\theta}, \quad (6)$$

$$T_e - T_i = K_T^{(T)} \frac{\partial T_e}{\partial r} + K_T^{(n)} T_e \frac{\partial C_{1e}}{\partial r}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r} - \kappa_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + D_{12} p^{(e)} K_T \frac{n_e^2}{n_{1e} n_{2e}} \frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = \\ = \text{Kn} p^{(e)} D_{12} C_q \text{div}_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial C_{1e}}{\partial r} = \text{Kn} C_D \text{div}_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right), \quad (9)$$

где

$$D_{r\theta} = \frac{2}{r} \left[\frac{\partial^2 C_{1e}}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial C_{1e}}{\partial \theta} \right], \quad \Pi_{r\theta} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\theta^{(e)}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r^{(e)}}{\partial \theta}.$$

На большом расстоянии от частицы (при $r \rightarrow \infty$) имеем следующие граничные условия:

$$V_r^{(e)} = |\mathbf{U}| \cos \theta, \quad (10)$$

$$V_\theta^{(e)} = -|\mathbf{U}| \sin \theta, \quad (11)$$

$$C_{1e} = C_{1e0} + |(\nabla C_{1e})_\infty| r \cos \theta. \quad (12)$$

Здесь K_{DSI} , K_{TSI} , K_{SI} — коэффициенты диффузионного, теплового и изотермического скольжения; K_{DSI}^R и K_{DSI}^B — поправки на кривизну и барнеттовское скольжение; D_{12} — коэффициент взаимной диффузии смеси; T и κ — температура и теплопроводность; $\nu_e = \eta_e / \rho_e$ — коэффициент кинематической вязкости газа; r, θ — полярные координаты; $V_r^{(e)}, V_\theta^{(e)}$ — компоненты вектора скорости; C_{1e0} — относительная концентрация первого компонента смеси вдали от частицы; C_D, C_q, C_v — газокинетические коэффициенты потоков диффузии и тепла, среднего массового потока, растекающихся в слое Кнудсена; $K_T^{(T)}, K_T^{(n)}$ — коэффициенты скачка температуры [3,9,10]. Индексы e, i принадлежат величинам, характеризующим газовую смесь и частицу. В работе [8] приведены значения газокинетических коэффициентов, вычисленные для

потенциала Леннарда-Джонса в случае диффузного отражения молекул газа от поверхности частицы. Решение уравнений (1)–(4) с граничными условиями (5)–(12) проводится стандартным образом [5].

В итоге для скорости диффузиофореза умеренно крупной нелетучей цилиндрической аэрозольной частицы получим следующее выражение:

$$U_D = U_D^* D_{12} (\nabla C_{1e})_\infty, \quad (13)$$

где

$$U_D^* = \frac{-1}{(1 - \text{Kn} C_D)(1 + 2\text{Kn} K_{Sl})} \left\{ K_{DSl} + \text{Kn} \left[K_{DSl}^R - K_{DSl}^B (1 + \text{Kn} C_D) - \right. \right. \\ \left. \left. - C_v (1 + 4\text{Kn} K_{Sl}) + K_{TSl} \frac{\nu_e}{T_e} \frac{p^{(e)}}{\left(1 + \frac{\alpha_e}{\alpha_i} + \frac{K_T^{(T)}}{R}\right) \alpha_i} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(C_q - K_T \frac{n_e^2}{n_{1e} n_{2e}} C_D - \frac{C_D}{D_{12}} \frac{T_e}{p^{(e)}} \frac{K_T^{(n)}}{R} \alpha_i \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

В формуле (14) положим $K_T^{(T)} = K_T^{(n)} = 0$, т.е. не будем учитывать скачок температуры в слое Кнудсена (формула (7)), тогда получим следующее выражение:

$$U_D = U_D^* D_{12} (\nabla C_{1e})_\infty, \quad (15)$$

где

$$U_D^* = \frac{-1}{(1 - \text{Kn} C_D)(1 + 2\text{Kn} K_{Sl})} \left\{ K_{DSl} + \text{Kn} \left[K_{DSl}^R - K_{DSl}^B (1 + \text{Kn} C_D) - \right. \right. \\ \left. \left. - C_v (1 + 4\text{Kn} K_{Sl}) + K_{TSl} \frac{\nu_e}{T_e} \frac{p^{(e)}}{\left(1 + \frac{\alpha_e}{\alpha_i} + \right) \alpha_i} \left(C_q - K_T \frac{n_e^2}{n_{1e} n_{2e}} C_D \right) \right] \right\}. \quad (16)$$

Если не будем учитывать дополнительные поправки, связанные с влиянием кривизны поверхности, т.е. положим газокинетические коэффициенты равными нулю, то получим формулу скорости диффузиофореза для крупной цилиндрической частицы в бинарной газовой смеси [5].

По формулам (13)–(16) были проведены численные расчеты зависимости безразмерной величины $U_D/D_{12}(\nabla C_{1e})_\infty = U_D^*$ от числа Кнудсена ($0 \leq \text{Kn} \leq 0.3$) для бинарных газовых смесей $N_2-H_2, N_2-O_2, N_2-Ar, N_2-CO_2, N_2-C_2H_2$ (рис. 1–3). Все численные значения параметров бинарных газов, входящих в формулы (14) и (16), взяты из таблиц I и XII работы [11] для температуры 20 °С. Значения газокинетических коэффициентов брались из работ [8,9]. Из рисунков 1–3

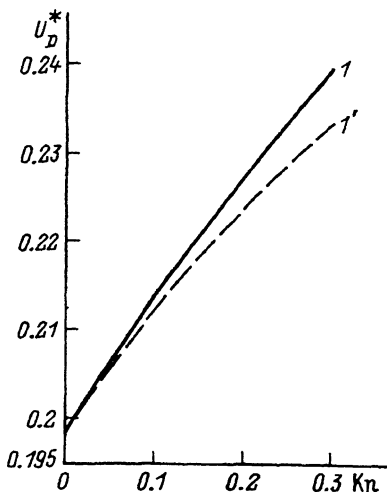


Рис. 1. Зависимость величины U_D^* от числа Kn для бинарной газовой смеси N_2-H_2 .

1 — по формуле (14), 1' — по (16).

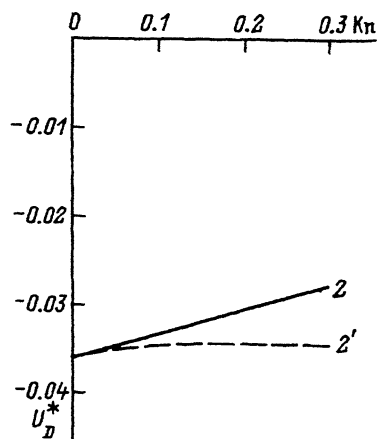


Рис. 2. Зависимость величины U_D^* от числа Kn для бинарной газовой смеси N_2-O_2 .

2 — по формуле (14), 2' — по (16).

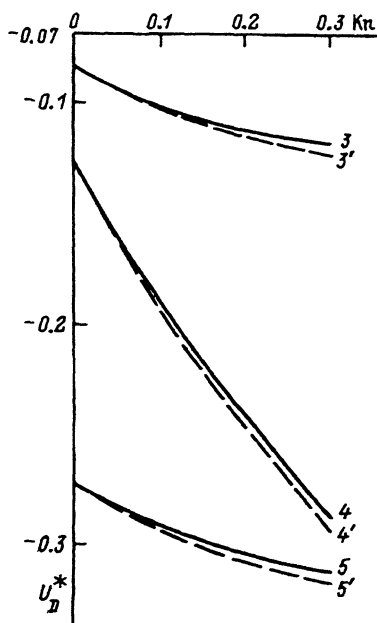


Рис. 3. Зависимость величины U_D^* от числа Kn для бинарных газовых смесей $N_2-C_2H_2$, N_2-Ar , N_2-CO_2 по формуле (14) (3-5) и по формуле (16) (3'-5').

видно, что U_D^* может быть как положительным, когда диффузиофоретическая скорость направлена в сторону роста концентрации n_{2e} (отрицательный диффузиофорез), так и отрицательным, когда диффузиофоретическая скорость направлена в сторону убывания концентрации n_{2e} (положительный диффузиофорез).

Для бинарной газовой смеси N_2-O_2 за счет эффектов диффузионного скольжения и кривизны поверхности, среднемассового потока, рас-

текающего в слое Кнудсена, и теплового скольжения, возникающего вследствие явления термодиффузии, проявляется положительный диффузиофорез, а за счет эффектов барнеттовского скольжения, теплового скольжения, возникающего вследствие растекания потока тепла и скачка температуры в слое Кнудсена, — отрицательный диффузиофорез.

Кривые 1-5 построены по формуле (14) с учетом скачка температуры в слое Кнудсена. Кривые 1'-5' построены по формуле (16) без учета этого эффекта. Учет скачка температуры в слое Кнудсена в задаче диффузиофореза умеренно крупных нелетучих цилиндрических аэрозольных частиц в бинарных газовых смесях дает ощутимую поправку к U_D^* и составляет для бинарной газовой смеси N_2-H_2 (рис. 1) 2.5%, для N_2-O_2 (рис. 2) 22.7%, для $N_2-C_2H_2$ (рис. 3) 3.9%, для N_2-Ar (рис. 3) 1.8%, для N_2-CO_2 (рис. 3) 1.6% при $Kn = 0.3$. По мере роста числа Kn величина U_D^* изменяется по отношению к значению при $Kn = 0$: так, при $Kn = 0.3$ поправка к U_D^* для бинарной газовой смеси N_2-H_2 составляет 17.8 (1'), 20.8% (1), для N_2-O_2 4.8 (2'), 28.6% (2), для $N_2-C_2H_2$ 46.3 (3'), 40.8% (3), для N_2-Ar 131 (4'), 126.9% (4), для N_2-CO_2 16.5 (5'), 14.6% (5).

Отношение членов безразмерной величины U_D^* для указанных бинарных газовых смесей показало, что для крупных нелетучих аэрозольных частиц основным эффектом является диффузионное скольжение вдоль поверхности частицы. Для умеренно крупных нелетучих аэрозольных частиц основное влияние на U_D^* оказывают барнеттовское скольжение, растекание в слое Кнудсена среднемассового потока, кривизна поверхности и скачок температуры в слое Кнудсена. Вклад эффектов, связанных с растеканием потока тепла (слагаемое, пропорциональное C_q), и явления термодиффузии (слагаемое, пропорциональное K_T) несущественны.

Список литературы

- [1] *Derjaguin B.V., Yalamov Yu.I.* // Intern. Rev. in Aerosol Phys. and Chem. Vol. 3. Pt 2. Oxford; New York; Toronto; Sydney; Braunschweig: Pergamon Press, 1972. Vol. 3. P. 1-200.
- [2] *Липатов Г.И., Контуш С.М., Шингарев Г.П.* // Физика аэродисперсных систем. № 16. Киев; Одесса: Вища школа, 1977. С. 79.
- [3] *Метелкин Е.В., Яламов Ю.И.* // Изв. АН СССР. Сер. МЖГ. 1973. № 5. С. 142.
- [4] *Sony Y.* // *Rev. Gas. Dyn.* 1976. Pt 2. P. 417.
- [5] *Яламов Ю.И., Афанасьев А.М.* // ЖТФ. 1977. Т. 47. С. 2001.
- [6] *Яламов Ю.И., Редчиц В.П., Гайдуков М.Н.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 7. С. 1534.
- [7] *Яламов Ю.И., Галоян В.С.* Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 204 с.
- [8] *Яламов Ю.И., Юшканов А.А., Саевков С.А.* // ДАН СССР. 1988. Т. 301. № 5. С. 1111.
- [9] *Алексин Е.И., Яламов Ю.И.* Математические основы решения граничных задач кинетической теории многокомпонентных газов вблизи конденсированной фазы. Учебное пособие к спецкурсу. М., 1991. 150 с.
- [10] *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. М.: Гостехиздат, 1948. 612 с.
- [11] *Гиришфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ, 1961. 930 с.