

01

©1995 г.

ПОНДЕРОМОТОРНЫЕ СИЛЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ МЕЖДУ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ТЕЛАМИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Н.И.Гамаюнов

Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия
(Поступило в Редакцию 27 апреля 1994 г.
В окончательной редакции 27 июля 1994 г.)

Приведены решения задачи взаимодействия двух цилиндрических тел разных радиусов и диэлектрических проницаемостей, находящихся в постоянном или переменном электрическом поле и помещенных в диэлектрическую или проводящую среду. Получены также частные решения взаимодействия двух цилиндров одинаковых радиусов и диэлектрических проницаемостей.

Изучение взаимодействия цилиндрических тел (в частности, нитей) необходимо для решения многих научных и прикладных проблем. Из многообразия контактов дисперсных частиц в диэлектрических и проводящих жидких и газообразных средах наиболее вероятными являются парные взаимодействия [1]. В настоящей работе приведены точные решения задачи взаимодействия двух параллельных оси z цилиндров, в которых учтена их взаимная поляризация.

Пусть имеются два бесконечно протяженных цилиндрических тела с радиусами R_1 и R_2 (рис. 1), имеющих соответственно относительные диэлектрические проницаемости ϵ_1 и ϵ_2 . Цилиндры находятся в постоянном электрическом поле с напряженностью E_0 и в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ . Вектор E_0 составляет с осью, соединяющей центры цилиндров, угол θ . Одна из составляющих этого вектора перпендикулярна $E_{0\perp}$ и другая параллельна $E_{0\parallel}$ оси O_1O_2 .

Рассмотрим задачу, когда составляющая вектора $E_{0\parallel}$ равна нулю. В этом случае $\theta = \pi/2$ и вектор $E_0 \perp R$ (R — расстояние между центрами цилиндров). В билиндровых координатах (τ, σ) [2] $\tau = \ln(r_2/r_1)$, а σ — угол между радиусами-векторами r_1, r_2 . Ось x проведена через центры цилиндров O_1, O_2 . Ось y ($\tau = 0, r_1 = r_2$) находится на расстоянии $R - x_0$ от центра первого цилиндра O_1 .

Запишем уравнения окружностей для цилиндров:

$$(x \mp a \operatorname{cth} \tau_k)^2 + y^2 = a^2 / \operatorname{sh} \tau_k \quad (k = 1, 2). \quad (1)$$

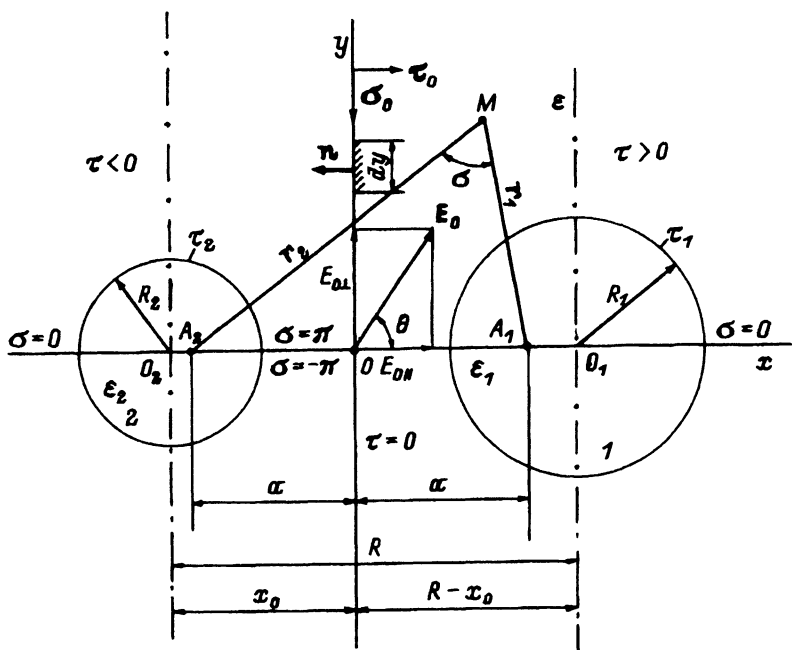


Рис. 1. Схема взаимодействия цилиндров.

Полагаем $a \operatorname{ch} \tau_1 = R - x_0$, $-a \operatorname{ch} \tau_2 = -x_0$, $a^2 / \operatorname{sh}^2 \tau_1 = R_1^2$, $a^2 / \operatorname{sh}^2 \tau_2 = R_2^2$. Решая эти уравнения, находим $\operatorname{ch} \tau_1 = (R - x_0) / R_1$, $\operatorname{ch} \tau_2 = x_0 / R_2$, $x_0 = (R^2 - R_1^2 + R_2^2) / (2R)$, $R - x_0 = (R^2 + R_1^2 - R_2^2) / (2R)$, $a = \left[(R^2 - R_1^2 - R_2^2)^2 - 4R_1^2 R_2^2 \right]^{1/2} / (2R)$, $(R_1 + R_2) < R$, в частности, когда $R_1 = R_2 = R_0$, $a_* = \sqrt{(R/2)^2 - R_0^2}$, $x_0 = R - x_0 = R/2$.

Общее решение уравнения Лапласа для электрических потенциалов в билиндрических координатах

$$\Delta \varphi = \left(\frac{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma}{a} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} \right) = 0 \quad (2)$$

запишется так:

$$\varphi_{ji} = \sum_{n=0}^{\infty} (C_{jin} e^{n\tau} + D_{jin} e^{-n\tau}) (C'_{jin} \sin n\sigma + D'_{jin} \cos n\sigma) \quad (j, i = 1, 2). \quad (3)$$

Индексы j, i означают номера и зоны внутри ($i = 1$) и вне ($i = 2$) цилиндров.

В точках A_1, A_2 значения $|\tau|$ стремятся к бесконечности. Потенциал внешнего электрического поля запишется следующим образом:

$$\varphi_y^* = -E_0 y = -\frac{E_0 a \sin \sigma}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma} = -2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} e^{-n\tau} \\ e^{n\tau} \end{pmatrix} \sin n\sigma \begin{vmatrix} \tau > 0, \\ \tau < 0. \end{vmatrix} \quad (4)$$

Разложение в ряд получено следующим образом. Положим $p = e^{-\tau}$ ($\tau > 0$) или $p = e^{\tau}$ ($\tau < 0$), тогда [3, с. 54]

$$\frac{\sin \sigma}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma} = \frac{2p \sin \sigma}{1 - 2p \cos \sigma + p^2} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} p^n \sin n\sigma. \quad (5)$$

Ряд (4) не содержит функций $\cos n\sigma$, поэтому в решении (3) необходимо положить $D'_{jin} = 0$, $n \geq 1$. С учетом особенностей в точках A_1, A_2 и условия (4) решения для потенциалов запишутся

$$\varphi_{11} = \sum_{n=1}^{\infty} C_{1n} e^{-n\tau} \sin n\sigma \quad (\tau > 0), \quad (6)$$

$$\varphi_{21} = \sum_{n=1}^{\infty} D_{1n} e^{n\tau} \sin n\sigma \quad (\tau < 0), \quad (7)$$

и, полагая $C_{j2n} e^{n\tau} + D_{j2n} e^{-n\tau} = A_{2n} \operatorname{ch} n\tau + B_{2n} \operatorname{sh} n\tau$,

$$\varphi_2 = \varphi_{12} = \varphi_{22} = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{2n} \operatorname{ch} n\tau + B_{2n} \operatorname{sh} n\tau - 2E_0 a e^{-n\tau}) \sin n\sigma. \quad (8)$$

Решение $\varphi_{2y} - \varphi_y^*$ должно быть регулярным на бесконечности.

Постоянные в соотношениях (6)–(8) находятся из граничных условий

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{11} &= \varphi_2 \\ \bar{\varepsilon}_1 \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial \tau} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} \end{aligned} \right|_{\tau=\tau_1}, \quad \left. \begin{aligned} \varphi_{21} &= \varphi_2 \\ \bar{\varepsilon}_2 \frac{\partial \varphi_{21}}{\partial \tau} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau} \end{aligned} \right|_{\tau=-\tau_2}, \quad (9)$$

где $\bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1/\varepsilon$, $\bar{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2/\varepsilon$.

В результате имеем решения

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= 2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\bar{\varepsilon}_1 - 1) \left[\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n(\tau_1 + \tau_2) + \operatorname{ch} n(\tau_1 + \tau_2) \right] + \right. \\ &\quad \left. + (\bar{\varepsilon}_2 - 1) e^{n(\tau_1 - \tau_2)} \right\} e^{-n\tau} \sin n\sigma / \psi + \varphi_y^*, \quad (\tau > 0), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{21} &= 2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\bar{\varepsilon}_1 - 1) e^{-n(\tau_1 - \tau_2)} + (\bar{\varepsilon}_2 - 1) \left[\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n(\tau_1 + \tau_2) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \operatorname{ch} n(\tau_1 + \tau_2) \right] \right\} e^{n\tau} \sin n\sigma / \psi + \varphi_y^* \quad (\tau < 0), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= 2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\bar{\varepsilon}_1 - 1) e^{-n\tau_1} \left[\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n(\tau_2 + \tau) + \operatorname{ch} n(\tau_2 + \tau) \right] + \right. \\ &\quad \left. + (\bar{\varepsilon}_2 - 1) e^{-n\tau_2} \left[\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{sh} n(\tau_1 - \tau) + \operatorname{ch} n(\tau_1 - \tau) \right] \right\} \sin n\sigma / \psi + \varphi_y^*, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\psi = (\bar{\varepsilon}_1 \bar{\varepsilon}_2 + 1) \operatorname{sh} n(\tau_1 + \tau_2) + (\bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2) \operatorname{ch} n(\tau_1 + \tau_2).$$

Напряженность поля можно найти по формуле

$$\mathbf{E}_{ji} = -\frac{1}{h} \left(\frac{\partial \varphi_{ji}}{\partial \sigma} \boldsymbol{\sigma}_0 + \frac{\partial \varphi_{ji}}{\partial \tau} \boldsymbol{\tau}_0 \right), \quad (13)$$

где $h = h_\sigma = h_\tau = a/(\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma)$ — коэффициенты Ламэ; $\boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\tau}_0$ — единичные векторы.

Приведем только составляющие напряженности поля при $\tau = 0$, необходимые для расчета силы взаимодействия. В этом случае напряженности $|E_x| = |E_{2\tau}|$, $|E_y| = |E_{2\sigma}|$. Согласно (4), однородные составляющие напряженности поля — $\partial \varphi_2 / \partial y = E_0$, $\partial \varphi_2 / \partial x = 0$, а неоднородные —

$$\begin{aligned} E_{2\sigma}^H \Big|_{\tau=0} &= -2(1 - \cos \sigma) E_0 \sum_{n=1}^{\infty} n \cos n\sigma \left[(\bar{\varepsilon}_1 - 1) e^{-n\tau_1} (\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n\tau_2 + \operatorname{ch} n\tau_2) + \right. \\ &\quad \left. + (\bar{\varepsilon}_2 - 1) e^{-n\tau_2} (\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{sh} n\tau_1 + \operatorname{ch} n\tau_1) \right] / \psi, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} E_{2\sigma}^H \Big|_{\tau=0} &= -2(1 - \cos \sigma) E_0 \sum_{n=1}^{\infty} n \sin n\sigma \left[(\bar{\varepsilon}_1 - 1) e^{-n\tau_1} (\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{ch} n\tau_2 + \operatorname{sh} n\tau_2) - \right. \\ &\quad \left. - (\bar{\varepsilon}_2 - 1) e^{-n\tau_2} (\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{ch} n\tau_1 + \operatorname{sh} n\tau_1) \right] / \psi. \end{aligned} \quad (15)$$

Согласно [3], силу взаимодействия, действующую по направлению оси x , можно рассчитать с помощью компонент тензора натяжений

$$F_x = \oint_S \left[T_{xx} \cos(\mathbf{n}, x) + T_{xy} \cos(\mathbf{n}, y) + T_{xz} \cos(\mathbf{n}, z) \right] dS. \quad (16)$$

Значения $\cos(\mathbf{n}, x) = -1$, $\cos(\mathbf{n}, y) = \cos(\mathbf{n}, z) = 0$ (рис. 1). Интегрирование в (16) проводится по замкнутой поверхности S . Выделим объем, ограниченный полусферической поверхностью с центром в начале координат и кругом радиуса ρ , лежащим в плоскости YZ . При устремлении $|y| \rightarrow \infty$, $|z| \rightarrow \infty$ и соответственно $\rho \rightarrow \infty$ с учетом, что компоненты тензора на бесконечно большом удалении от центра (для неоднородного поля) равны нулю, интегрирование следует проводить только по поверхности YZ .

Сила, отнесенная к единице длины параллельных цилиндров, определяется следующим образом:

$$f_x = - \int_{-\infty}^{+\infty} T_{xx} dy = \varepsilon_0 \varepsilon a \int_0^\pi \left[(E_{2\sigma}^H)^2 - (E_{2\tau}^H)^2 \right] \Big|_{\tau=0} \frac{d\sigma}{1 - \cos \sigma}, \quad (17)$$

где ε_0 — электрическая постоянная.

Подставим значения (14), (15) в (17), после интегрирования и преобразований имеем

$$f_{x\perp} = \pi \varepsilon_0 \varepsilon \tilde{E}_0^2 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ n^2 (\mu_n^2 - \eta_n^2) / \psi_n^2 - n(n-1) (\mu_n \mu_{n-1} - \eta_n \eta_{n-1}) / (2\psi_n \psi_{n-1}) - n(n+1) (\mu_n \mu_{n+1} - \eta_n \eta_{n+1}) / (2\psi_n \psi_{n+1}) \right\}, \quad (18)$$

где

$$\mu_k = \gamma_1 \varkappa_{1,k} - \gamma_2 \lambda_{1,k}, \quad \eta_k = \gamma_1 \varkappa_{2,k} + \gamma_2 \lambda_{2,k},$$

$$\lambda_{1,k} = r_1^{2k} + \gamma_1, \quad \lambda_{2,k} = r_1^{2k} - \gamma_1, \quad \varkappa_{1,k} = r_2^{2k} + \gamma_2, \quad \varkappa_{2,k} = r_2^{2k} - \gamma_2,$$

$$\psi_k = r_1^{2k} \cdot r_2^{2k} - \gamma_1 \gamma_2, \quad \gamma_i = (\varepsilon_i - \varepsilon)(\varepsilon_i + \varepsilon), \quad r_i = \rho_i + \sqrt{\rho_i^2 - 1},$$

$$\rho_i = \operatorname{ch} \tau_i, \quad \tilde{E}_0^2 = 2E_0^2 \quad [1], \quad k = (n, n-1, n+1), \quad i = 1, 2.$$

Если цилиндрические тела имеют одинаковые радиусы $R_1 = R_2 = R_0$ и диэлектрические проницаемости $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon^*$, то в этом случае

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho = R/(2R_0), \quad r_1 = r_2 = b = \rho + \sqrt{\rho^2 - 1}, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = -\gamma_0,$$

$$\gamma_0 = (\varepsilon - \varepsilon^*)/(\varepsilon + \varepsilon^*), \quad \lambda_{1,k} = \varkappa_{1,k}, \quad \lambda_{2,k} = \varkappa_{2,k}, \quad \psi_k = b^{4k} - \gamma_0^2$$

и решение запишется так:

$$f_{x\perp}^* = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \tilde{E}_0^2 \gamma_0^2 R_0 \sqrt{\rho^2 - 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(b^{2n} - \gamma_0)^2} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{n} \right) \frac{b^{2n} - \gamma_0}{b^{2(n+1)} - \gamma_0} \right]. \quad (19)$$

Рассмотрим аналогичную задачу при условии, что вектор напряженности электрического поля \mathbf{E}_0 параллелен оси O_1O_2 . при этом $\theta = 0$, $E_{0\perp} = 0$ (рис. 1). Потенциал внешнего электрического поля

$$\varphi_x^* = -E_0 x = -\frac{E_0 a \operatorname{sh} \tau}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma} =$$

$$= \mp E_0 a \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^{-n\tau}}{e^{n\tau}} \right) \cos n\sigma \right] \Bigg|_{\tau > 0,}^{\tau < 0.} \quad (20)$$

По аналогии с предшествующей задачей получим решение

$$\varphi_{11} = 2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\bar{\varepsilon}_1 - 1) \left[\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n(\tau_1 + \tau_2) + \operatorname{ch} n(\tau_1 + \tau_2) \right] - (\bar{\varepsilon}_2 - 1) e^{n(\tau_1 - \tau_2)} \right\} e^{-n\tau} \cos n\sigma / \psi_n + \varphi_x^*, \quad \tau > 0, \quad (21)$$

$$\varphi_{21} = 2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\bar{\varepsilon}_1 - 1)e^{-n(\tau_1 - \tau_2)} - (\bar{\varepsilon}_2 - 1) \left[\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{sh} n(\tau_1 + \tau_2) + \operatorname{ch} n(\tau_1 + \tau_2) \right] \right\} e^{n\tau} \cos n\sigma / \psi_n + \varphi_x^*, \quad \tau < 0, \quad (22)$$

$$\varphi_2 = 2E_0 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (\bar{\varepsilon}_1 - 1)e^{-n\tau_1} \left[\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n(\tau + \tau_2) + \operatorname{ch} n(\tau + \tau_2) \right] + (\bar{\varepsilon}_2 - 1)e^{-n\tau_2} \left[\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{sh} n(\tau - \tau_2) - \operatorname{ch} n(\tau - \tau_1) \right] \right\} \cos n\sigma / \psi_n + \varphi_x^*. \quad (23)$$

Составляющие напряженности (13) неоднородного электрического поля при $\tau = 0$ запишутся таким образом:

$$E_{2\tau}^H = -2(1 - \cos \sigma) E_0 \sum_{n=1}^{\infty} n \cos n\sigma \left[(\bar{\varepsilon}_1 - 1)e^{-n\tau_1} \times \right. \\ \left. \times (\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{ch} n\tau_2 + \operatorname{sh} n\tau_2) + (\bar{\varepsilon}_2 - 1)e^{-n\tau_2} (\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{ch} n\tau_1 + \operatorname{sh} n\tau_1) \right] / \psi_n, \quad (24)$$

$$E_{2\sigma}^H = 2(1 - \cos \sigma) E_0 \sum_{n=1}^{\infty} n \sin n\sigma \left[(\bar{\varepsilon}_1 - 1)e^{-n\tau_1} \times \right. \\ \left. \times (\bar{\varepsilon}_2 \operatorname{sh} n\tau_2 + \operatorname{ch} n\tau_2) - (\bar{\varepsilon}_2 - 1)e^{-n\tau_2} (\bar{\varepsilon}_1 \operatorname{sh} n\tau_1 + \operatorname{ch} n\tau_1) \right] / \psi_n. \quad (25)$$

После подстановки (24), (25) в выражение (17), вычислений интегралов и преобразований имеем

$$f_{x\parallel} = -\pi \varepsilon_0 \varepsilon \tilde{E}_0^2 a \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ n^2 (\sigma_n^2 - \tau_n^2) / \psi_n^2 - n(n-1) (\sigma_n \sigma_{n-1} - \right. \\ \left. - \tau_n \tau_{n-1}) / (2\psi_n \psi_{n-1}) - n(n+1) (\sigma_n \sigma_{n+1} - \tau_n \tau_{n+1}) / (2\psi_n \psi_{n+1}) \right\}, \quad (26)$$

где $\sigma_k = \gamma_1 \varkappa_{1,k} + \gamma_2 \lambda_{1,k}$, $\tau_k = \gamma_1 \varkappa_{2,k} - \gamma_2 \lambda_{2,k}$; остальные обозначения приведены выше.

Если цилиндры находятся в проводящей среде, то $\varepsilon \rightarrow \infty$ и $\gamma_1 = \gamma_2 = -1$; один или оба цилиндра проводящие ($\varepsilon_1 \rightarrow \infty$, $\varepsilon_2 \rightarrow \infty$), то γ_1 и $\gamma_2 = 1$. Если радиусы взаимодействующих цилиндров равны $R_1 = R_2 = R_0$, то $\rho = \rho_1 = \rho_2 = R/(2R_0)$, $\tau_1 = \tau_2 = b$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon^*$, $\gamma_1 = \gamma_2 = -\gamma_0$, $\lambda_{1,k} = \varkappa_{1,k}$, $\lambda_{2,k} = \varkappa_{2,k}$ и решение запишется так:

$$f_{x\parallel}^* = -4\pi \varepsilon_0 \varepsilon \tilde{E}_0^2 \gamma_0^2 R_0 \sqrt{\rho^2 - 1} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(b^{2n} + \gamma_0)^2} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{n} \right) \frac{b^{2n} + \gamma_0}{b^{2(n+1)} + \gamma_0} \right]. \quad (27)$$

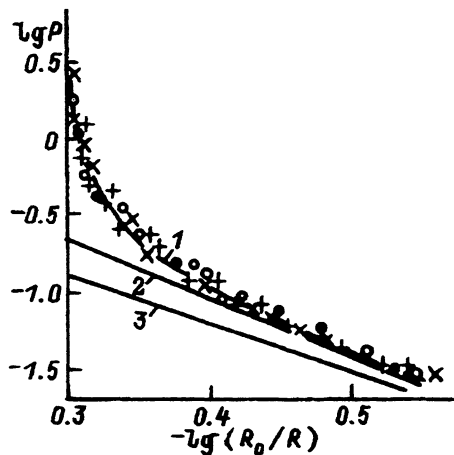


Рис. 2. Расчетные и экспериментальные (точки) логарифмические зависимости параметра P от расстояния между цилиндрами.

1, 2 — точное и приближенное решения с учетом поляризации; 3 — диполь-дипольное взаимодействие.

Из решений (18) и (26) следует, что при $\mathbf{E}_0 \perp R$ происходит отталкивание цилиндров, а при $\mathbf{E}_0 \parallel R$ — притяжение. В общем случае, если \mathbf{E}_0 составляет угол θ с осью O_1O_2 , то решение запишется

$$f_x = f_{x\perp} \sin^2 \theta + f_{x\parallel} \cos^2 \theta. \quad (28)$$

Для цилиндров одинаковых радиусов и диэлектрических характеристик в формулу (28) необходимо подставлять значения (18) и (26) или (19) и (27).

В работе [1] предложены приближенные формулы для вычисления силы взаимодействия между цилиндрами. Приведем достаточно простую, но хорошо согласующуюся с точным решением при $(R/R_0) < 0.4$ приближенную формулу

$$P = - \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{\left[1 - \gamma_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]^2} - \frac{\cos^2 \theta}{\left[1 + \gamma_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2\right]^2} \right\} \left(\frac{R_0}{R}\right)^3, \quad (29)$$

где $P = f_x / (2\pi\epsilon_0\epsilon\tilde{E}_0^2\gamma_0^2R_0)$.

Были проведены эксперименты [1] по определению силы взаимодействия между цилиндрами. В них величину P определяли для двух стеклянных ($\epsilon^* = 4.9$) параллельных нитей диаметром $9.6 \cdot 10^{-4}$ м и длиной $5.9 \cdot 10^{-2}$ м. Напряженность электрического поля была перпендикулярна линии центров. Значения напряженности переменного электрического поля \tilde{E}_0 была в пределах $0.25 - 1.39 \cdot 10^4$ В/м. Стеклянные нити находились в проводящей водной среде, поэтому значение γ_0 в расчетах принималось равным единице. На рис. 2 приведены кривая 1, рассчитанная по формуле (19), экспериментальные результаты (на графике разным точкам соответствуют опыты, проведенные при различных напряженностях электрического поля), а также кривая 2, рассчитанная по формуле (29) ($\theta = \pi/2$), и кривая 3, учитывающая только диполь-дипольное взаимодействие $P = -(R_0/R)^3$. Из опытов

следует, что по мере сближения цилиндров существенно возрастают их взаимная поляризация и пондеромоторные силы отталкивания.

Таким образом, приведенные решения позволяют точно учесть взаимную поляризацию цилиндрических тел и возникающие между ними силы взаимодействия. Они согласуются с экспериментом.

Список литературы

- [1] Гамаюнов Н.И., Мурцовкин В.А., Зайцев А.С. // Коллоид. журн. 1990. Т. 52. № 5. С. 847-852.
 - [2] Алфрей Г. Математические методы в физике. М.: Атомиздат, 1970. 712 с.
 - [3] Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. С. 154-160.
-