

04;12

©1995 г.

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ДУГИ ПОСТОЯННОГО ТОКА
С НЕОДНОРОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

A.B.Воронин, A.I.Русаков, A.A.Семенов

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН,

194021, Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 1 декабря 1993 г.

В окончательной редакции 12 мая 1994 г.)

Теоретически и экспериментально исследовано взаимодействие дуги постоянного тока с неоднородным магнитным полем. Показано, что местоположение дуги в неоднородном магнитном поле определяется холловскими токами. Представлены результаты управления местоположением канала дугового разряда в вакуумно-дуговых металлургических печах.

Введение

В промышленности во многих технологических процессах используются сильноточные дуги и возникает необходимость жесткого управления местоположением канала дугового разряда в разрядном промежутке. Например, при вакуумно-дуговой плавке металлов иногда происходит выброс дуги на стенки тиглей, что приводит либо к снижению качества выплавляемого металла, либо к аварии.

Электрическая дуга является плазменным проводником и естественно для управления ею использовать свойства плазмы, в частности ее диамагнетизм. Но при изучении поведения плазменных проводников в пространственно неоднородных магнитных полях авторы столкнулись с парадоксальным с точки зрения диамагнетизма плазмы явлением — плазменный столб дуги постоянного тока в зависимости от направления тока в нем может устойчиво располагаться как в области минимального, так и в области максимального магнитного поля. Причем условие замагниченности, необходимое для диамагнитного взаимодействия, может вообще не выполняться. Обзор работ, посвященных электрическим дугам, показал, что имеется ряд экспериментальных данных по стабилизации местоположения дуги в области сильного магнитного поля, не имеющих удовлетворительного теоретического объяснения [1-4].

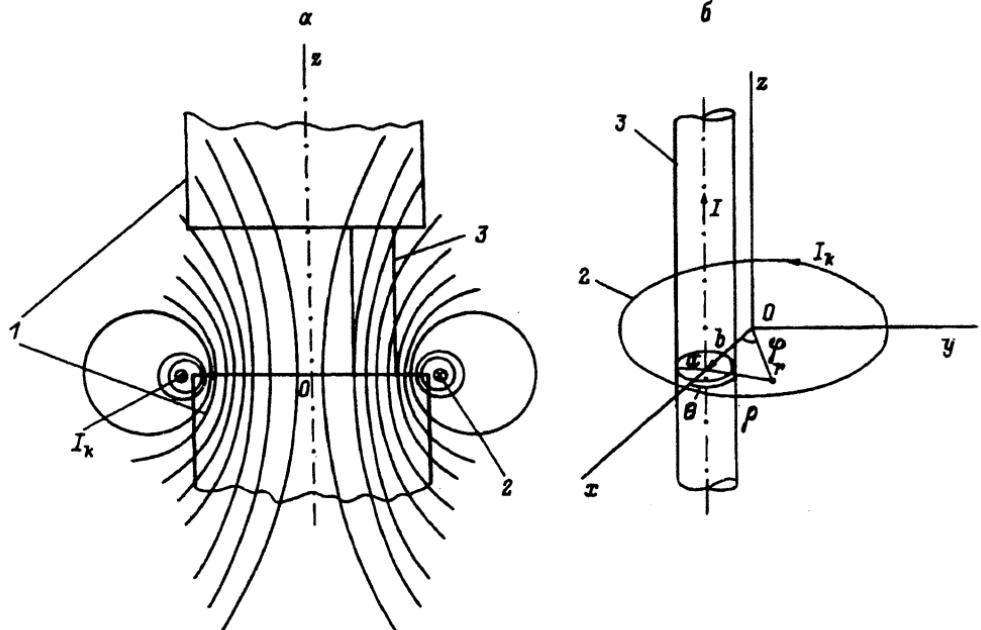


Рис. 1. Схема взаимного расположения кольца с током и столба дугового разряда.

1 — электроды, 2 — кольцо с током, 3 — канал дугового разряда.

Качественно наблюдаемую картину поведения электрической дуги можно объяснить из общефизических соображений. Рассмотрим дугу постоянного тока, горящую между торцами цилиндрических электродов в неоднородном магнитном поле кольца с током, расположенного соосно с электродами (рис. 1, а). Полагаем, что кольцо с током помещено в плоскость $Z=0$, столб плазмы представляет собой цилиндр, и рассматриваем электрический ток в дуге как поток электронов (ионным током пренебрегаем). Магнитное поле кольца вдоль столба дуги неоднородно, и каждое поперечное сечение дуги пересекают разные по величине магнитные потоки. В момент времени t поперечное сечение столба дугового разряда, находящегося в плоскости z , пересекает магнитный поток $\Phi(z) = \int_S B_z(z) dS$ (B — индукция магнитного поля кольца

с током, S — площадь поперечного сечения столба плазмы). Это сечение перемещается вдоль дуги со скоростью потока электронов и к моменту времени $t + dt$ сместится на расстояние $dz = vdt$, ($v = \dot{z}$ — скорость потока электронов), а магнитный поток, пересекающий его, станет равным

$$\Phi(z + dz) = \int_S B_z(z + dz) dS = \int_S \left(B_z(z) + \frac{\partial B_z}{\partial z} dz \right) dS,$$

т.е. при перемещении от электрода к электрому внутри контура, ограничивающего рассматриваемое сечение, изменяется магнитный поток

$$d\Phi = \Phi(z + dz) - \Phi(z) = dz \int_S B_z(z) dS = vdt \int_S \frac{\partial B_z}{\partial z} dS.$$

Значит, появляются эдс индукции

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -v \int_S \frac{\partial B_z}{\partial z} dS$$

и азимутальные токи, перпендикулярные внешнему электрическому полю — токи Холла [5]. Создаваемый индуцированием в контуре током магнитный поток стремится компенсировать изменение внешнего магнитного потока (правило Ленца).

При движении потока электронов от плоскости токового кольца изменение внешнего магнитного потока внутри контура по знаку противоположно ему самому. Т.е. направление магнитного потока, создаваемого индуцированным током, в рассматриваемом случае должно совпадать с направлением внешнего магнитного потока. Следовательно, в рассматриваемом контуре и соответственно во всем столбе дугового разряда индуцируются азимутальные токи одного направления с током в кольце. Однонаправленные токи притягиваются, поэтому при любом отклонении столба дуги по радиусу от оси системы возникают радиальные силы, выталкивающие его к токовому кольцу в область сильного поля. При движении же потока электронов к плоскости токового кольца возникающие азимутальные токи противоположны по направлению току кольца. В этом случае устойчивое местоположение дугового разряда в радиальном направлении оказывается на оси системы в минимуме магнитного поля.

Результаты настоящей работы позволяют предположить способы управления электрической дугой постоянного тока с помощью неоднородных магнитных полей. С этой целью в теоретической части работы рассмотрено взаимодействие дуги постоянного тока с магнитным полем кольцевого тока. Определены и исследованы на устойчивость те местоположения дуги, где силы, действующие на нее в радиальном по отношению к кольцу направлении, равны нулю. В экспериментальной части представлены результаты лабораторной и опытно-промышленной проверки предлагаемого способа, т.е. управления местоположением дуги в разрядном промежутке с помощью короткой электромагнитной катушки.

Теория

Рассмотрим взаимодействие столба плазмы с током I с магнитным полем кольцевого тока, расположенного в плоскости, перпендикулярной оси столба плазмы (рис. 1,б). С точки зрения управления местоположением канала дугового разряда интерес представляет определение его устойчивого местоположения по радиусу в разрядном промежутке. Поэтому задача состоит в определении местоположения дуги, где радиальная по отношению к круговому току компонента силы Ампера

$$\mathbf{F} = \int_S [\mathbf{jB}] dS \quad (1)$$

(\mathbf{j} — плотность тока в столбе плазмы, S — площадь поперечного сечения столба плазмы, \mathbf{B} — индукция магнитного поля) равна нулю, и в исследовании устойчивости этого положения.

Поставленная задача решается при следующих упрощающих условиях: 1) столб плазмы бесконечно длинный; 2) столб плазмы имеет форму цилиндра с постоянным радиусом a и перпендикулярен плоскости кольца с током; 3) состояние плазмы близко к равновесному, плотности заряженных частиц постоянны; 4) ионный ток пренебрежимо мал; 5) влиянием индуцированного магнитного поля пренебрегаем, учитываем только магнитное поле кольцевого тока; 6) газокинетическое давление плазмы много больше давления внешнего магнитного поля. Распределение тока в плазме, находящейся во внешнем магнитном поле, дается обобщенным законом Ома [6], который для стационарного случая при учете условия 6 записывается в виде

$$\mathbf{E} - \frac{1}{en} [\mathbf{jB}] - \eta \mathbf{j} = 0. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{E} — напряженность электрического поля, e — заряд электрона, n — плотность электронов в плазме, η — удельное сопротивление, $\eta = 1/\sigma$, $\sigma = (ne^2\tau)/m$, m — масса электрона, τ — время столкновения электрона с ионом (для слабоионизованного газа электрона с атомом). Уравнение (2) дополняем уравнениями непрерывности тока и Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (4)$$

Компоненты магнитного поля тока кольца в цилиндрической системе координат, соосной с ним (рис. 1,б), имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= B_m \mathbf{b}, \quad B_m = \frac{\mu_0 I_k}{4\pi R}, \\ b_r &= \frac{2z'}{r' \sqrt{(1+r')^2 + z'^2}} \left[-K(k) + \frac{1+r'^2+z'^2}{(1-r')^2+z'^2} E(k) \right], \\ b_z &= \frac{2}{\sqrt{(1+r')^2 + z'^2}} \left[K(k) + \frac{1-r'^2-z'^2}{(1-r')^2-z'^2} E(k) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где R — радиус кольца, μ_0 — магнитная постоянная, $r' = r/R$, $z' = z/R$, $K(k)$, $E(k)$ — полные эллиптические интегралы,

$$k^2 = \frac{4r'}{(1+r')^2 + z'^2}.$$

Введем обозначения

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{j}}{j_m}, \quad \mathbf{e} = \frac{\mathbf{E}}{E_m}, \quad \mathbf{f} = \frac{\mathbf{F}}{F_m}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} j_m &= \frac{I}{\pi a_I^2 R^2}, \quad E_m = \frac{1}{\sigma} j_m = \frac{m}{\pi^2 n e^2 a_I^2 R^2 \tau}, \quad F_m = j_m B_m R^2 a_I^2 \omega \tau, \\ a_i &= \frac{a}{R}, \quad \omega = \frac{e B_m}{\mu_0 m}, \quad \rho' = \frac{\rho}{R}. \end{aligned}$$

Тогда (1)–(4) перепишутся в виде

$$\mathbf{i} = \frac{1}{\omega \tau a_i^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{a_i} [\mathbf{ib}] \rho' d\rho', \quad (7)$$

$$\mathbf{e} - \omega \tau [\mathbf{ib}] - \mathbf{i} = 0, \quad (8)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{i} = 0, \quad (9)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{e} = 0. \quad (10)$$

Решение системы уравнений удается получить при условии $\omega \tau \ll 1$ в виде разложения по степеням этого малого параметра

$$\begin{aligned} i_\rho &= \omega \tau i_{\rho 1} + \dots, & e_\rho &= \omega \tau e_{\rho 1} + \dots, \\ i_\theta &= \omega \tau i_{\theta 1} + \dots, & e_\theta &= \omega \tau e_{\theta 1} + \dots, \\ i_z &= i_{z0} + \omega \tau i_{z1} + \dots, & e_z &= e_{z0} + \omega \tau e_{z1} + \dots. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (8) имеем

$$\begin{aligned} e_{\rho 0} &= i_{\rho 0}, & e_{\rho 1} &= i_{\rho 1} - i_{z0} b'_\theta = -\frac{d\Phi}{d\rho'}, \\ e_{\theta 1} &= i_{\theta 1} + i_{z0} b_\rho = -\frac{1}{\rho'} \frac{d\Phi}{d\theta}, \\ e_{z1} &= i_{z1} = -\frac{d\Phi}{dz'}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (9)–(11) при разложении по малому параметру получаем

$$\frac{de_{z0}}{d\rho'} = 0, \quad \frac{de_{za}}{d\theta} = 0, \quad \frac{di_{za}}{dz'} = 0, \quad \text{т.е.} \quad e_{z0} = i_{z0} = 1. \quad (13)$$

Применим к (12) операцию div и, учитывая, что $\operatorname{rot} \mathbf{B} = 0$, получаем

$$\Delta \Phi = 0. \quad (14)$$

Так как через поверхность плазменного столба ток должен отсутствовать, то имеем следующее граничное условие для уравнения (14):

$$\left. \frac{d\Phi}{d\rho'} \right|_{\rho'=a} = i_{z0} b_\theta(a_1, \theta) = b_\theta(a_1, \theta). \quad (15)$$

Будем искать решение уравнения (14) в виде синус-интеграла Фурье

$$\Phi(\rho', \theta, z') = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \bar{\Phi}(\rho', \theta, z') \sin \lambda z' d\lambda. \quad (16)$$

Тогда уравнение (14) перепишется в виде

$$\frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho' \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \rho'} \right) + \frac{1}{\rho'^2} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \theta^2} - \lambda^2 \bar{\Phi} = 0. \quad (17)$$

Магнитное поле токового кольца в системе координат, связанной со столбом плазмы, представленное в виде синус-интеграла Фурье, имеет вид

$$\begin{aligned} b_\rho &= 2 \frac{\partial}{\partial \rho'} \int_0^\infty \Phi(\rho', \theta, \lambda) \sin \lambda z' d\lambda, \\ b_\theta &= 2 \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^\infty \Phi(\rho', \theta, \lambda) \sin \lambda z' d\lambda, \\ b_z &= 2 \frac{\partial}{\partial z} \int_0^\infty \Phi(\rho', \theta, \lambda) \sin \lambda z' d\lambda. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь

$$\Phi(\rho', \theta, \lambda) = \begin{cases} K_1(\lambda) I_0(\lambda r') & r' < 1, \\ -I_1(\lambda) K_0(\lambda z') & r' > 1, \end{cases}$$

$$r' = \sqrt{b_1 - 2b\rho' \cos \theta + \rho'^2}.$$

Границное условие (15), переписанное для трансформанты Фурье при учете (18), запишется в виде

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \rho'} \Big|_{\rho' = a_1} = \pi \frac{\partial}{\partial \theta} \Phi(a_1, \theta, \lambda). \quad (19)$$

Решение уравнения (17), ограниченное при $\rho = 0$, можно представить в виде

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_n(\lambda \rho') \sin n\theta, \quad (20)$$

A — постоянные интегрирования.

Для нахождения постоянных интегрирования воспользуемся теоремой сложения бесселевых функций [7]

$$\begin{aligned} I_0(\lambda r'_0) &= I_0(\lambda a_1) I_0(\lambda b_1) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\lambda a_1) I_n(\lambda b_1) \cos n\theta \quad r'_0 < 1, \\ K_0(\lambda r'_0) &= I_0(\lambda a_1) K_0(\lambda b_1) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_n(\lambda a_1) K_n(\lambda b_1) \cos n\theta \quad r'_0 > 1, \\ r'_0 &= \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + 2a_1 b_1 \cos \theta}. \end{aligned} \quad (21)$$

Из (19) при учете (21) получаем

$$A_n = \frac{2\pi n}{\lambda} \begin{cases} -K_1(\lambda) \frac{I_n(\lambda a_1)}{I'_n(\lambda a_1)} I_n(\lambda b_1) & r'_0 < 1, \\ (-1)^n I_1(\lambda) \frac{I_n(\lambda a_1)}{I'_n(\lambda a_1)} K_n(\lambda b_1) & r'_0 > 1. \end{cases} \quad (22)$$

Таким образом, имеем

$$\bar{\Phi}(\rho', \theta, z) = \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \theta \frac{I_n(\lambda a_1)}{I'_n(\lambda a_1)} I_n(\lambda \rho') \begin{cases} -K_1(\lambda) I_n(\lambda b_1) & r'_0 < 1, \\ (-1)^n I_n(\lambda) K_n(\lambda b_1) & r'_0 > 1 \end{cases} \quad (23)$$

и соответственно

$$\Phi(\rho', \theta, z') = 4 \sum_{n=1}^{\infty} n \sin n\theta \int_0^{\infty} \frac{I_n(\lambda a_1)}{I'_n(\lambda a_1)} I_n(\lambda \rho') \sin \lambda z' d\lambda \times \\ \times \begin{cases} -K_1(\lambda) I_n(\lambda b_1) & r'_0 < 1, \\ (-1)^n I_1(\lambda) K_n(\lambda b_1) & r'_0 > 1. \end{cases} \quad (24)$$

Так как рассматривается устойчивое местоположение электрической дуги в радиальном по отношению к кольцу с током направлению, то интерес представляет f_r , которая, как следует из (7), имеет следующее значение:

$$f_r = \frac{1}{\omega \tau a_1^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{a_1} (i_y b_z - i_z b_y) \rho' d\rho'. \quad (25)$$

Из (11), (12) с точностью до линейных по ωt членов имеем

$$i_z = i_{z0} + \omega \tau i_{z1} = i_{z0} - \omega \tau \frac{\partial \Phi}{\partial z'},$$

$$i_y = -\omega \tau \left[i_{z0} b_r \frac{b_1 + \rho' \cos \theta}{\sqrt{b_1^2 + \rho'^2 + 2b_1 \rho' \cos \theta}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \rho'} \sin \theta + \frac{1}{\rho'} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \cos \theta \right]. \quad (26)$$

Подставляя (26) в (25), получим

$$f_r = -\frac{1}{a_1^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{a_1} b_r(r', z') b_z(r', z') \frac{b_1 + \rho' \cos \theta}{\sqrt{\rho'^2 + b_1^2 + 2\rho' b_1 \cos \theta}} \rho' d\rho' - \\ - \frac{1}{a_1} \int_0^{2\pi} \Phi(a, \theta, z') b_z(r'_0, z') \sin \theta d\theta + \frac{1}{a_1^2} \frac{\partial}{\partial z'} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{a_1} \Phi b_r \frac{\sin \theta \rho'^2 d\rho'}{\sqrt{\rho'^2 + b_1^2 + 2\rho' b_1 \cos \theta}}, \quad (27)$$

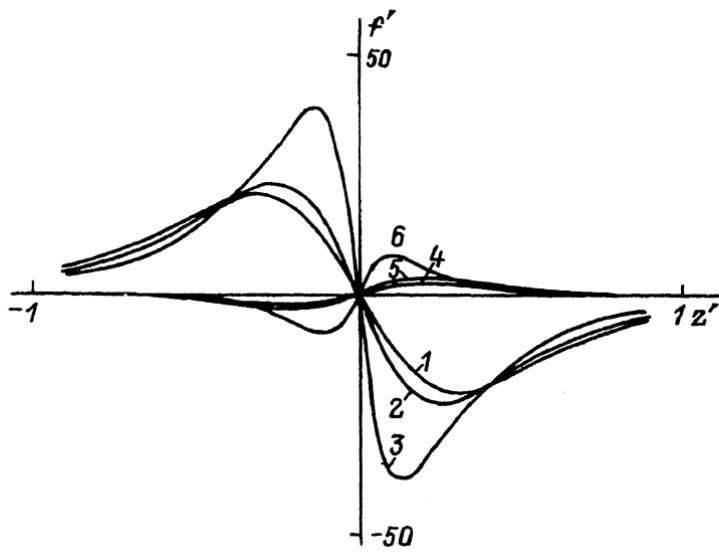


Рис. 2. Зависимость безразмерной холловской силы $f' = F_r / |F_m|$, действующей на плазменный столб с током от $z' = z/R$ для различных толщин. b : 1-3 — $0.4R$, 4-6 — $1.6R$; a : 1, 4 — $0.1R$; 2, 5 — $0.3R$; 3, 6 — $0.5R$.

где b_r, b_z из (5) $r' = \sqrt{\rho'^2 + b_1^2 + 2\rho' b_1 \cos \theta}$, $r'_0 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + 2a_1 b_1 \cos \theta}$,

$$\Phi(a_1, \theta, z) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} n \sin n\theta \int_0^{\infty} \frac{I_n(\lambda a_1)}{\lambda I'_n(\lambda a_1)} I_n(\lambda \rho') \sin \lambda z' d\lambda \times$$

$$\times \begin{cases} -K_1(\lambda) I_n(\lambda b_1) & r'_0 < 1, \\ (-1)^n I_1(\lambda) K_n(\lambda b_1) & r'_0 > 1. \end{cases}$$

С учетом размерного коэффициента линейная плотность силы, действующей на плазменный столб, имеет вид

$$F_r = \frac{\mu_0 e \tau II_k^2}{\pi m R^2} f_r. \quad (28)$$

Из выражения (28) следует, что холловская сила меняет знак при изменении направления тока в дуге и не зависит от направления тока в кольце. Из (27) видно, что холловская сила является нечетной функцией от z . На рис. 2 приведено распределение холловской силы вдоль оси z для случая, когда направление тока в дуге совпадает с направлением оси z для различных радиусов столба плазмы и для различных отклонений от оси системы. Из графиков видно, что модуль силы растет с увеличением радиуса столба. Сила, рассматриваемая как функция z , меняет знак только при $z = 0$. Когда столб плазмы охватывается кольцом с током, то холловская сила при $z > 0$ будет отрицательной, а при $z < 0$ — положительной. Для внешней же области кольца при $z > 0$ значение силы положительно, а для $z < 0$ — отрицательно. Это и означает, что при расположении кольца с током у анода область устойчивого местоположения столба плазмы находится на оси системы. При

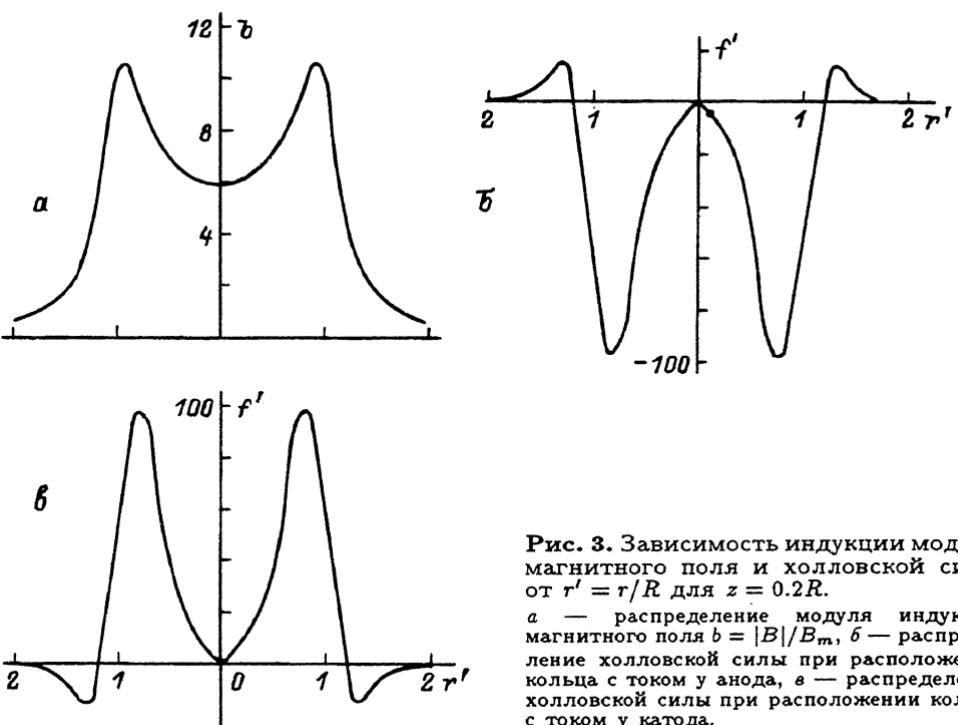


Рис. 3. Зависимость индукции модуля магнитного поля и холловской силы от $r' = r/R$ для $z = 0.2R$.
 а — распределение модуля индукции магнитного поля $b = |B|/B_m$, б — распределение холловской силы при расположении кольца с током у анода, в — распределение холловской силы при расположении кольца с током у катода.

расположении же кольца с током у катода на оси системы оказывается область неустойчивого равновесия, а устойчивое местоположение дуги в радиальном направлении находится на радиусе порядка кольца с током. На рис. 3 приведены распределения модуля магнитной индукции и холловской силы по радиусу для случаев расположения кольца с током у анода и катода. Из графиков сил видно, что они дважды становятся нулевыми при $r = 0$ и на кольце радиуса несколько большего токового кольца. Причем при расположении кольца с током у анода устойчивое местоположение столба плазмы находится у оси системы в минимуме магнитного поля (рис. 3,б), а при расположении у катода — в кольцевой области вблизи максимума магнитного поля (рис. 3,в).

Таким образом, расчет показал справедливость представленной во Введении качественной картины взаимодействия дуги постоянного тока с пространственно неоднородным магнитным полем.

Эксперимент

Лабораторная экспериментальная установка состояла (рис. 4) из двух электродов, выполненных в виде цилиндров, между торцами которых горела электрическая дуга (~ 0.05 м). Под одним из электродов соосно с ними помещалась короткая электромагнитная катушка, диаметр которой меньше диаметра электродов. Электроды с катушкой находились в вакуумной камере. Камера откачивалась до давления $\sim 5 \cdot 10^{-2}$ мм рт.ст. Между электродами зажигалась дуга постоянного тока (100 А). Положение канала дугового разряда фиксировалось по следу электрической дуги на торцах электродов. Характерные сле-ды, оставленные дугой, приведены на рис. 5. На рис. 5,а приведен

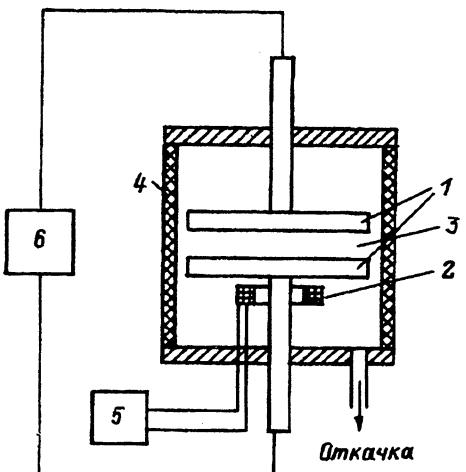


Рис. 4. Схема экспериментальной установки для изучения поведения электрической дуги постоянного тока в неоднородном магнитном поле.

1 — электроды, 2 — электромагнитная катушка, 3 — дуговой зазор, 4 — вакуумная камера, 5 — источник питания электромагнитной катушки, 6 — источник питания дугового разряда.

след дуги без внешнего магнитного поля. Видно, что дуга перемещалась хаотически. На рис. 5,б приведен след дуги при расположении электромагнитной катушки с током под анодом. Как и ожидалось, получено круглое пятно, подтверждающее соосное с электромагнитной катушкой горение дуги в минимуме магнитного поля. На рис. 5,в приведен след дуги при расположении электромагнитной катушки с током под катодом. Получен также предсказанный результат существования кольцевой области устойчивого положения дугового разряда в максимуме магнитного поля.

Результаты проведенного исследования позволили предложить новый нетрадиционный метод управления положением канала дугового разряда в технологических процессах, использующих электрические дуги, в частности, при вакуумной дуговой плавке металлов. Практика плавки титановых сплавов в графитовых тиглях показывает, что из-за попадания дуги на его стенки происходит науглероживание металла и вследствие этого снижение качества металла. Использование медных тиглей опасно. В случае попадания дуги на медную стенку, охлаждаемую водой, и ее прооплавления может произойти взрыв печи. Следовательно, при использовании любого из тиглей необходимо ис-

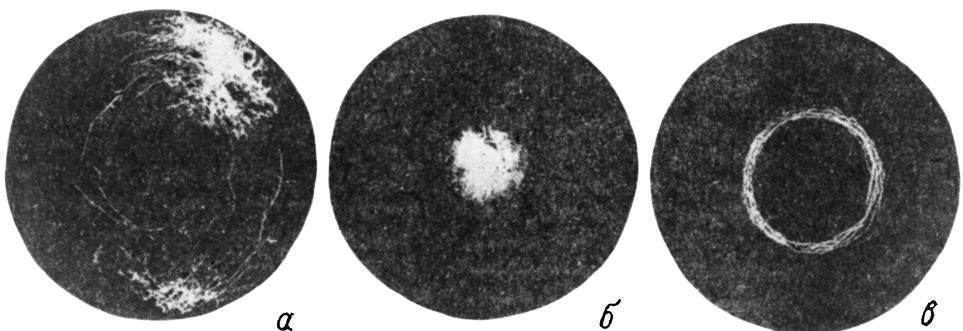


Рис. 5. След электрической дуги постоянного тока на торце катода.

α — без магнитного поля электромагнитной катушки, β — при расположении электромагнитной катушки у анода, γ — при расположении электромагнитной катушки у катода.

ключить попадание дуги на стенку. С этой целью проведена серия опытно-промышленных испытаний системы управления дугой на серийных плавильно-заливочных установках на Балашихинском заводе. Дуга горела между расходуемым электродом и зеркалом расплавленного металла в тигле. Катушка располагалась под дном графитового тигля у анода соосно с расходуемым электродом. В результате проведенных испытаний показано, что местоположением дуги в промышленных печах можно жестко управлять с помощью относительно простого устройства. Это позволило сформировать необходимую толщину гарнисажа, что исключило попадание вредных примесей со стенок тигля в расплав и обеспечило высокое качество выплавляемого металла. А также обеспечить взрывобезопасность процесса при плавке в медном водоохлаждаемом тигле.

На основании полученных выводов и рекомендаций на Павлоградском механическом заводе аналогичной системой управления местоположением дуги в разрядном промежутке была оборудована гарнисажная вакуумно-дуговая печь ДВЛ-250 с массой выплавляемого металла до 600 кг. Внедрение разработки в серийных цехах титанового литья позволило значительно повысить надежность конструкций печи, обеспечить ее взрывобезопасность, уменьшить брак металла по углероду и улучшить качество выплавляемых изделий.

Авторы искренне признательны И.Б.Чекмареву за плодотворные обсуждения и ценные замечания.

Список литературы

- [1] Карпов Д.А., Потехин С.А. Препринт НИИЭФА. № А-0588. Л., 1982. 9 с.
 - [2] Гуревич Л.С., Карпов Д.А., Потехин С.Л., Саксаганский Г.Л. Препринт НИИЭФА. № А-569. Л., 1982. 8 с.
 - [3] Wroe H. // Britt. J. Appl. Phys. 1958. Vol. 9. N 12. P. 488-491.
 - [4] Дороднов А.М. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 9. С. 1858-1869.
 - [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982.
 - [6] Спитцер А. Физика полностью ионизированного газа. М., 1957.
 - [7] Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. М., 1949.
-