

- [1] Кащенко М.П. Волновая модель роста мартенсита при $\gamma \Rightarrow \alpha$ превращениях в сплавах на основе железа. Екатеринбург: Наука, 1993. 224 с.
- [2] Мещеряков Ю.И., Кащенко М.П., Васильков В.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 2. С. 75-78.
- [3] Кащенко М.П., Летучев В.В., Коновалов С.В. и др. // ФММ. 1992. № 1. С. 146-147.
- [4] Кащенко М.П., Летучев В.В., Коновалов С.В. и др. // ФММ. 1993. Т. 76. № 3. С. 90-101.
- [5] Петров Ю.Н. Дефекты и бездиффузионное превращение в стали. Киев: Наукова думка, 1978. 262 с.
- [6] Иванов Ю.Ф., Итин В.И., Лыков С.В. и др. // Изв. РАН. Металлы. 1993. № 3. С. 130-140.

01;03
© 1995 г.

Журнал технической физики, т. 65, в. 3, 1995

О СИЛЬНО НЕРАВНОВЕСНОМ СЛОЕ КНУДСЕНА ПРИ ИСПАРЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ С УЧЕТОМ НЕИДЕАЛЬНОСТИ ПАРА

В.И. Курочкин

Самарский авиационный институт, Самара, Россия
(Поступило в Редакцию 31 января 1994 г.)

При исследовании газодинамических течений вблизи поверхности неизбежно встает вопрос о постановке граничных условий. Как правило, такие условия находятся из решения уравнения Больцмана в слое Кнудсена (тонком приповерхностном слое порядка нескольких длин свободного пробега). В данной работе будут рассмотрены особенности слоя Кнудсена при сильном испарении, т.е. когда средняя скорость продуктов испарения на внешней границе слоя Кнудсена сравнима со скоростью звука в плотном (неидеальном) газе, с использованием кинетического уравнения Энского. В случае газа нормальной плотности структура такого слоя исследовалась в работе [1] на основе модели Больцмана-Гильберта-Кнудсена. В работе [2] при использовании только законов сохранения, следуемых из уравнения Больцмана, получена связь параметров поверхности (концентрации насыщенного пара n_0 и температуры поверхности T_0) с газодинамическими параметрами на внешней поверхности слоя Кнудсена (концентрации частиц n_1 , скорости истечения u_1 и температуры T_1) в случае скорости потока, равной скорости звука. При этом функция распределения в слое бралась в виде

$$f(z, \mathbf{v}) = \alpha(z)f_0^+(\mathbf{v}) + \mu(z)f_1^+(\mathbf{v}) + \beta(z)f_1^-(\mathbf{v}). \quad (1)$$

Здесь

$$f_0(\mathbf{v}) = n_0(\pi V_0)^{-3/2} \exp(-v^2/V_0^2), \quad (2)$$

$$f_1(\mathbf{v}) = n_1(\pi V_1)^{-3/2} \exp\left(\frac{v_x^2 + v_y^2 + (v_z - u_1)^2}{V_1^2}\right), \quad (3)$$

где $V_i^2 = 2kT_i/m$; знаки + и - в формуле (1) означают, что функции берутся для полупространства $v_z > 0$ и $v_z < 0$ соответственно (ось z направлена перпендикулярно поверхности).

На функции $\alpha(z)$, $\mu(z)$ и $\beta(z)$ налагаются условия

$$\alpha(0) = 1, \quad \mu(0) = 0, \quad \beta(0) = \beta, \quad \alpha(\infty) = 0, \quad \mu(\infty) = \beta(\infty) = 1, \quad (4)$$

так что функция распределения, существенно неравновесная внутри слоя, на внешней поверхности слоя приобретает равновесный максвелловский вид.

Исходя из уравнения Энскогога, в слое Кнудсена можно записать три уравнения сохранения

$$\frac{d}{dz} \left(\int v_z \phi_i f(z, \mathbf{v}) d\mathbf{v} + \Phi(\phi_i) \right) = 0, \quad (5)$$

где $\phi_1 = 1$, $\phi_2 = v_z$, $\phi_3 = v^2$, величина $\Phi(\phi_i)$ отвечает за столкновительный перенос молекулярного признака ϕ_i и определяется следующим выражением [3]:

$$\Phi(\phi_i) = \frac{1}{2} \pi \sigma^3 \chi \iiint_{\mathbf{g} \cdot \mathbf{k} > 0} (\phi'_i - \phi_i) f(\mathbf{v}) f(\mathbf{v}_1) (\mathbf{g} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{k} d\mathbf{v} d\mathbf{v}_1. \quad (6)$$

Здесь $\mathbf{g} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}$, функция плотности χ приближенно учитывает многочастичные столкновения. Остальные обозначения общеприняты. В работе [2] столкновительный перенос не учитывался и, кроме того, полагалось, что $u_1^2 = \gamma_0 V_1^2 / 2$, где $\gamma_0 = 5/3$. Здесь положим $u_1^2 = M^2 \gamma_0 V_1^2 / 2$, где число Маха M определяется условиями в газодинамическом слое. Выполняя интегрирование в (5) при $z = 0$ и $z = \infty$, получим

$$n_1 u_1 = \frac{1}{2} (n_0 V_0 \pi^{-1/2} - \beta n_1 V_1 \Phi_1), \quad (7)$$

$$n_1 \left(\frac{1}{2} V_1^2 Z_1 + u_1^2 \right) = \left(\frac{1}{2} n_0 V_0^2 + \beta n_1 V_1^2 \Phi_2 + p_\Phi \right), \quad (8)$$

$$n_1 u_1 \left(\frac{5}{2} V_1^2 h_1 + u_1^2 \right) = \left(\pi^{-1/2} n_0 V_0^3 - \beta n_1 V_1^3 \Phi_4 + E_\Phi \right). \quad (9)$$

Здесь

$$Z_1 = 1 + B n^3 \chi(n_1), \quad \chi(n) = 1 + B n^3 + 0.625 (B n^3)^2 + \dots, \quad B = (2\pi/3) \sigma^3,$$

$$h_1 = 1 + (Z_1 - 1)/5, \quad p_\Phi = \frac{1}{5} B \sigma^3 \chi(n_0) (3A_0 A_2 - 3A_1^2 + 2A_0 A_5),$$

$$E_\Phi = \frac{1}{5} B \sigma^3 \chi(n_0) (3A_0 A_4 - A_1 A_7 - 2A_1 A_2),$$

где

$$A_0 = \int f(0, \mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{1}{2} (n_0 + \beta n_1 \Phi_0), \quad (10)$$

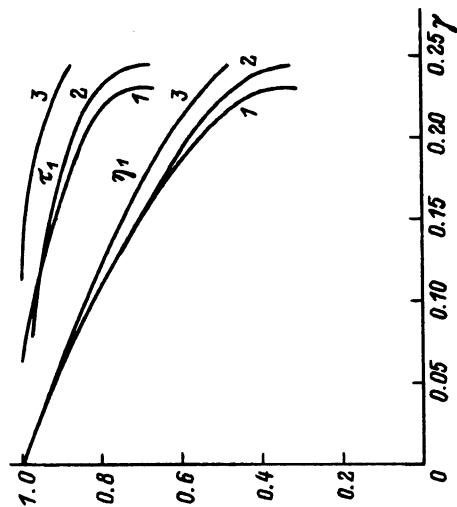


Рис. 1. Зависимость безразмерной температуры τ_1 и безразмерной плотности η_1 от безразмерного расхода γ .

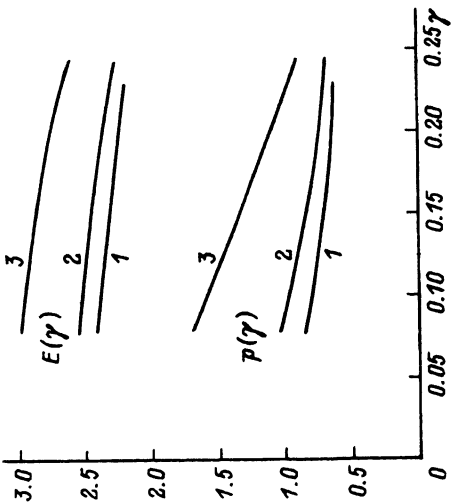


Рис. 2. Зависимость безразмерного полного давления $p(\gamma)$ и безразмерного потока энергии $E(\gamma)$ от безразмерного расхода γ .

$$A_1 = \int f(0, \mathbf{v}) v_z d\mathbf{v} = \frac{1}{2} n_0 V_0 (\pi^{-1/2} + \beta n_1 \Phi_1), \quad (11)$$

$$A_2 = \int f(0, \mathbf{v}) v_z^2 d\mathbf{v} = \left(\frac{1}{4} n_0 V_0^2 + \beta n_1 V_1^2 \Phi_3 \right), \quad (12)$$

$$A_3 = \int f(0, \mathbf{v}) v_z^3 d\mathbf{v} = 3 \left(\frac{1}{6\pi^{1/2}} n_0 V_0^3 + \beta n_1 V_1^3 \Phi_2 \right), \quad (13)$$

$$A_5 = \int f(0, \mathbf{v}) v_x^2 d\mathbf{v} = \frac{1}{4} (n_0 V_0^2 + \beta n_1 V_1^2 \Phi_0), \quad (14)$$

$$A_6 = \int f(0, \mathbf{v}) v_x^2 v_z d\mathbf{v} = \left(\frac{1}{4\pi^{1/2}} n_0 V_0^3 + \frac{1}{4} \beta n_1 V_1^3 \Phi_1 \right), \quad (15)$$

$$A_4 = 2A_4 + A_3, \quad A_7 = 2A_5 + A_2, \quad (16)$$

где

$$\Phi_0 = i^0 \operatorname{erfc}(a), \quad \Phi_1 = i^1 \operatorname{erfc}(a), \quad \Phi_2 = i^2 \operatorname{erfc}(a), \quad \Phi_3 = i^3 \operatorname{erfc}(a),$$

$$\Phi_4 = \frac{1}{2} \Phi_1 + 3\Phi_3, \quad a = M(\gamma_0/2)^{1/2}.$$

Система уравнений (7)–(9) решалась численно. При этом изначально считалось заданным значение числа Маха M , а результатом решения были отношения $\eta_1 = n_1/n_0$, $\tau_1 = T_1/T_0$ и число β . Результаты решения удобно представить в виде зависимостей от безразмерного расхода $\gamma = n_1 u_1/n_0 V_0$.

На рис. 1, 2 показаны зависимости безразмерных температуры τ_1 , плотности η_1 , полного давления $p(\gamma) = \eta_1 \tau_1 Z_1 + 2\gamma^2/\eta_1$ и потока энергии $E(\gamma) = 2.5\tau_1 h_1 + \gamma^2/\eta_1$ от безразмерного расхода γ при относительных плотностях $n^* = 0.2$ (кривая 1) и $n^* = 0.6$ (кривая 2). Расчет для $n^* \rightarrow 0$ представлен кривой 3. Величина $n^* = (2\pi/3)n_0\sigma^3$.

Таким образом, как можно заключить из представленных расчетов, столкновительный перенос импульса и энергии существенно влияет на изменение газодинамических параметров пара в слое Кнудсена в том случае, если этот пар становится плотным. При лазерном испарении Fe [4] относительная плотность $n^* = 0.2$ достигается при воздействии на поверхность излучения мощности $q > 6$ МВт/см². Температура поверхности при этом составляет $T_0 \cong 6700$ К.

Список литературы

- [1] *Абрамов А.А., Коган М.Н., Махашев Н.К.* // Механика жидкости и газа. 1981. № 8. С. 72.
- [2] *Анисимов С.И.* // ЖЭТФ. 1968. Т. 54. Вып. 1. С. 339.
- [3] *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.
- [4] *Курочкин В.И., Игошин В.И.* // Квантовая электрон. 1984. Т. 11. № 8. С. 1555.