

01;05;06

©1994 г.

СТАТИКА МАГНИТНЫХ ВИХРЕЙ В МИКРОСХЕМАХ НА СВЕРХПРОВОДНИКАХ

А.М.Гришин, А.И.Громов

Донецкий физико-технический институт АН Украины,
340114, Донецк, Украина

(Поступило в Редакцию 18 ноября 1993 г.)

(В окончательной редакции 3 июня 1994 г.)

Рассчитана энергия взаимодействия одиночного магнитного вихря Абрикосова в сверхпроводящей пленке с малым токовым сегментом над поверхностью этой пленки как функция расстояния между ними. Разработан метод расчета статики вихря под действием произвольной токовой структуры. Проанализирована энергетическая картина в предложенном способе фиксации вихрей. Сделаны некоторые оценки управляющего тока.

Введение

Имеется ряд предложений по использованию сверхпроводников с вихревой структурой ^[1,2] в устройствах памяти и логических схемах, для которых единичный магнитный вихрь является битом информации. Преимуществами таких устройств являются повышенная плотность информации, малая энергоемкость, очень высокое быстродействие (более 100 ГГц) как следствие хорошей подвижности вихря. Продвижение и выборка вихрей производятся управляющими токами в нормальных пинах, напыленных через слой изолятора на сверхпроводящую пленку. Таким образом, ограничение на быстродействие накладывает лишь электронная схема управления.

В настоящей работе выполнен расчет энергии взаимодействия изолированного магнитного вихря с малым сегментом нормального металла. Выяснено, что энергетическая функция имеет резко выраженные экстремумы. Вклады в энергию взаимодействия с нормальным током и индуцированным практически компенсируются. Решающую роль играет кинетическая энергия электронов в сверхпроводнике. Приведен пример расчета взаимодействия магнитного вихря с однородной по толщине шиной заданной формы. По указанному алгоритму можно решить подобную задачу с топологией произвольной формы.

Рассмотрим систему (рис. 1), состоящую из сверхпроводящей пленки с изолированным вихрем Абрикосова в точке (x, y) и шины нормального металла произвольной геометрии в плоскости XY с плотностью тока \mathbf{j}_e . Центр выбранной системы координат находится на верхней границе сверхпроводника. Расстояние от центра до шины с током равно b , толщина шины — d . Размеры пленки по X и Y велики в сравнении с $b + d$ и толщиной пленки D .

В случае поддержания внешнего тока постоянным статическому равновесию системы соответствует минимум термодинамического потенциала Гиббса [3]

$$\mathcal{J} = \mathcal{F} - \frac{1}{4\pi} \int (\mathbf{h}\mathbf{H})dV, \quad (1)$$

где \mathbf{h} — микроскопическое поле, \mathbf{H} — термодинамическое поле Максвелла, \mathcal{F} — свободная энергия системы (см., например, [4]),

$$\mathcal{F} = \int \frac{\mathbf{h}^2}{8\pi} dV + \int \frac{\lambda^2(\text{rot } \mathbf{h})^2}{8\pi} dV. \quad (2)$$

Интегрирование в (1) и (2) проводится по всему пространству.

Так как функционал \mathcal{J} есть интеграл от квадратичных функций, то уравнения Эйлера линейны. Следовательно, общее решение этих уравнений представимо в виде суперпозиции решений для отдельных частей системы. А частями системы можно считать пленку с вихрем без внешних токов и пленку без вихря плюс внешний ток. Если имеются такие отдельные решения, то они не зависят от взаимного расположения вихря и внешнего тока. Поэтому можно рассматривать известное распределение токов в вакууме как функцию расстояния вихрь—нормальный ток. Тогда в выражении (1) \mathbf{h} совпадает с \mathbf{H} и при подстановке (2) потенциал Гиббса принимает вид

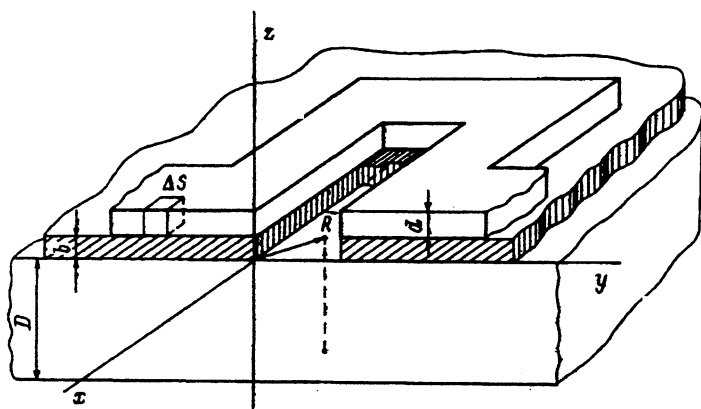


Рис. 1.

$$\mathcal{J} = - \int \frac{\mathbf{h}^2}{8\pi} dV + \int \frac{\lambda^2 (\text{rot } \mathbf{h})^2}{8\pi} dV \quad (3)$$

или после подстановки $\mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{A}$, $\mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{h}$ и зануления поверхностного интеграла $\frac{1}{8\pi} \int_{s_\infty} [\mathbf{A} \times \text{rot } \mathbf{A}] d\mathbf{S}$ получаем

$$\mathcal{J} = - \frac{1}{2c} \int (\mathbf{A} \mathbf{j}) dV + \frac{1}{2c} \int \frac{4\pi\lambda^2}{c} \mathbf{j}^2 dV. \quad (4)$$

Интегрирование проводится по всем областям, где текут токи.

Обозначим \mathbf{j}_v , \mathbf{A}_v — решения для тока и векторного потенциала изолированного вихря; \mathbf{j}_i , \mathbf{A}_i — распределение плотности индуцированного диамагнитного тока и его потенциала в безвихревой пленке; \mathbf{j}_e , \mathbf{A}_e — то же для внешнего тока. Тогда

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_v + \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_e, \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}_v + \mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e. \quad (5)$$

После подстановки выражений (5) в (4), учитывая, что

$$\int_{V_m} (\mathbf{A}_k \mathbf{j}_m) dV = \int_{V_k} (\mathbf{A}_m \mathbf{j}_k) dV$$

в вакууме, получим

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 - \frac{1}{c} \int_{V_n} (\mathbf{A}_v \mathbf{j}_e) dV - \frac{1}{c} \int_{V_s} (\mathbf{A}_v \mathbf{j}_i) dV + \frac{1}{c} \int_{V_s} \frac{4\pi\lambda^2}{c} (\mathbf{j}_v \mathbf{j}_i) dV, \quad (6)$$

где v_n — объем нормального металла; v_s — объем сверхпроводника; \mathcal{J}_0 — часть энергии, не зависящая от координат центра вихря (собственная энергия вихря и нормального тока).

В подынтегральных выражениях фигурируют вышеуказанные отдельные решения.

$$\mathbf{A}_v(R, \varphi, z) = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda} \int_0^\infty \frac{dq}{k^2} J_1\left(\frac{R}{\lambda} q\right) \left[1 - \frac{qk}{Q} \text{ch}\left(\frac{k}{\lambda}\left(z + \frac{D}{2}\right)\right) \text{sh}^{-1}\left(\frac{kD}{2\lambda}\right)\right] \mathbf{n}_\varphi & (-D < z < 0), \\ \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda} \int_0^\infty \frac{dq}{Q} J_1\left(\frac{R}{\lambda} q\right) e^{-\frac{k}{\lambda} q} \mathbf{n}_\varphi & (z > 0), \end{cases} \quad (7)$$

$$(z > 0), \quad (8)$$

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_v(R, \varphi, z) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^3} \int_0^\infty \frac{dq}{k^2} J_1\left(\frac{R}{\lambda} q\right) \times \\ \times \left[q^2 + \frac{qk}{Q} \text{ch}\left(\frac{k}{\lambda}\left(z + \frac{D}{2}\right)\right) \text{sh}^{-1}\left(\frac{kD}{2\lambda}\right) \right] \mathbf{n}_\varphi \quad (-D < z < 0), \quad (9)$$

где

$$Q = k \left[k + q \text{cth}\left(\frac{kD}{2\lambda}\right) \right],$$

$k = \sqrt{1 + q^2}$, J_1 — функция Бесселя 1-го порядка.

Выражения для поля вихря были приведены в [5].

Хорошее приближение для \mathbf{j}_1 можно найти аналогично [6] подстановкой в уравнение Максвелла распределения поля внутри сверхпроводника в виде $\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}_0(x, y)e^{z/\lambda}$, где \mathbf{h}_0 — поле на поверхности сверхпроводника в приближении бесконечно тонкого λ -слоя. Выберем дифференциально малый элемент в нормальном металле с координатами $0, 0, z_0$ ($b < z_0 < b + d$). Тогда решение уравнения Пуассона в полупространстве ($z > 0$)

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_0) \quad (10)$$

есть умноженная на 4π функция Грина

$$\mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_0)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_0)^2}} \right). \quad (11)$$

Соответственно

$$j_{ix} = -\frac{2j_{ex}}{\lambda} z_0 (x^2 + y^2 + z_0^2)^{-3/2} e^{z/\lambda}, \quad (12)$$

$$j_{iy} = -\frac{2j_{ey}}{\lambda} z_0 (x^2 + y^2 + z_0^2)^{-3/2} e^{z/\lambda}. \quad (13)$$

Опуская не зависящую от координат центра вихря часть \mathcal{J}_0 , разобьем выражение (6) на удобные для счета слагаемые

$$\mathcal{J}_1 = -\frac{1}{c} \int_{V_n} (A_{vx} j_{ex} + A_{vy} j_{ey}) dV, \quad (15)$$

$$\mathcal{J}_2 = -\frac{2}{c} \int_{V_s} (A_{vx} j_{ix} + A_{vy} j_{iy}) dV, \quad (16)$$

$$\mathcal{J}_3 = \frac{1}{c} \int_{V_s} \left(\left(A_{vx} + \frac{4\pi\lambda^2}{c} j_{vx} \right) j_{ix} + \left(A_{vy} + \frac{4\pi\lambda^2}{c} j_{vy} \right) j_{iy} \right) dV. \quad (17)$$

Подставим компонентно (8), (12), (13) в (15), предварительно обезразмерив. Причем случай вихря, расположенного в центре координат, $\mathbf{A}_v(\mathbf{R}, z)$ переходит в $\mathbf{A}_v(\mathbf{R} - \mathbf{R}_v, z)$, где \mathbf{R}_v — планарный радиус-вектор, проведенный из центра координат к оси вихря. В качестве объема интегрирования возьмем сегмент $\Delta S d$. Ввиду малости ΔS и, следовательно, слабого изменения подынтегральной функции на ΔS , заменим интегралы по X и Y средним значением в центре, умноженным на ΔS ,

$$\int_{-a}^a dx \int_{-s}^s dy \int_b^{b+d} dz \mathcal{J}(x, y, z) \approx \Delta S \int_b^{b+d} dz \mathcal{J}(0, 0, z) \quad \Delta S = 4as. \quad (18)$$

Получим первую часть потенциала.

$$\mathcal{J}_1 = \frac{\Phi_0 \Delta S}{2\pi c} \frac{j_{ex}y_v - j_{ey}x_v}{R_v} f_1(R_v),$$

$$f_1(R_v) = \int_0^\infty \frac{dq}{qQ} J_1(qR_v) e^{-qb} (1 - e^{-qd}), \quad (19)$$

R_v — модуль радиус-вектора вихря.

При подстановке (7), (9), (12), (13) в (17) для \mathbf{A} и \mathbf{j} необходимы те же преобразования с учетом (18) для \mathbf{j} :

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_3 = & \frac{\Phi_0 \Delta S}{c(2\pi\lambda)^2} \int_{-\infty}^\infty dx \int_{-\infty}^\infty dy \int_{-D}^0 dz \frac{j_{ey}(x - x_v) - j_{ex}(y - y_v)}{R} e^{z/\lambda} \times \\ & \times \int_b^{b+d} \frac{z_0 dz_0}{(x^2 + y^2 + z_0^2)^{3/2}} \int_0^\infty J_1\left(\frac{q}{\lambda} R\right) dq, \end{aligned}$$

где $R = \sqrt{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2}$.

Все интегралы берутся полностью

$$\mathcal{J}_3 = \frac{\Phi_0 \Delta S}{2\pi c} \frac{j_{ex}y_v - j_{ey}x_v}{R_v} f_3(R_v),$$

$$f_3(R_v) = \frac{1}{R_v} \left(d + \sqrt{R_v^2 + b^2} - \sqrt{R_v^2 + (b+d)^2} \right). \quad (20)$$

Последняя подстановка (7), (12), (13) в (16) дает

$$\mathcal{J}_2 = \frac{2\Phi_0 \Delta S}{c(2\pi\lambda)^2} \int_{-\infty}^\infty dx \int_{-\infty}^\infty dy \int_{-D}^0 dz \frac{j_{ey}(x - x_v) - j_{ex}(y - y_v)}{R} e^{z/\lambda} \times$$

$$\times \int_0^\infty dq J_1\left(\frac{q}{\lambda} R\right) k^{-2} \left[1 - \frac{qk}{Q} \operatorname{ch}\left(\frac{k}{\lambda} \left(z + \frac{D}{2}\right)\right) \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{kD}{2\lambda}\right) \right] \int_b^{b+d} \frac{z_0 dz_0}{(x^2 + y^2 + z_0^2)^{3/2}}.$$

Замена $y - y_v \rightarrow y'$, $x - x_v \rightarrow x'$ не затрагивает пределы интегрирования, сделав ее и перейдя в полярную систему координат, получим

$$\mathcal{J}_2 = \frac{8\lambda\Phi_0 \Delta S}{c(2\pi\lambda)^2} \frac{j_{ey}x_v - j_{ex}y_v}{R_v} \int_0^\infty dq W(q) \int_0^\infty \rho d\rho J_1\left(\frac{q}{\lambda} \rho\right) \int_0^\pi \frac{\cos \vartheta d\vartheta}{\sqrt{\rho^2 + 2\rho R_v \cos \vartheta + R_v^2 + z_0^2}} \Bigg|_0^{\frac{b}{2}} \Bigg|_{b+d}^0$$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{\Phi_0 \Delta S}{2\pi c} \frac{j_{ex}y_v - j_{ey}x_v}{R_v} f_2(R_v),$$

$$f_2(R_v) = -\frac{2}{\pi R_v} \int_0^\infty d\rho \left[\sqrt{(\rho + R_v)^2 + z_0^2} (E(m) - K(m)) + \frac{2\rho R_v}{\sqrt{(\rho + R_v)^2 + z_0^2}} K(m) \right] \times \\ \times \int_0^\infty dq W(q) J_1(q\rho), \quad (21)$$

где

$$W(q) = \frac{1 - e^{-D}}{k^2} \left[1 + \frac{\text{cth}(kD/2) - pk}{qk \text{cth}(kD/2) + q^2} \right]; \quad p = \text{cth}(D/2); \quad m = \sqrt{\frac{4\rho R_v}{(\rho + R_v)^2 + z_0^2}};$$

$K(m)$ и $E(m)$ — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го родов.

Для их быстрого вычисления использован алгоритм сходящегося арифметико-геометрического среднего, а функции Бесселя аппроксимированы многочленами с точностью 10^{-7} [7].

Общий вид потенциала Гиббса

$$\mathcal{J}(R_v) = \frac{\Phi_0 \Delta S}{2\pi c} \frac{j_{ex}y_v - j_{ey}x_v}{R_v} f(R_v), \quad f = f_1 + f_2 + f_3. \quad (22)$$

Здесь вынесен общий для \mathcal{J}_1 , \mathcal{J}_2 , \mathcal{J}_3 множитель. На рис. 2 показаны вклады в энергию взаимодействия вихря — с внешним током $f_1(R_v)$, с диамагнитным током $f_2(R_v)/2$ и часть кинетической энергии электронов, обусловленная распределением тока в сверхпроводнике $f_3(R_v) + f_2(R_v)/2$.

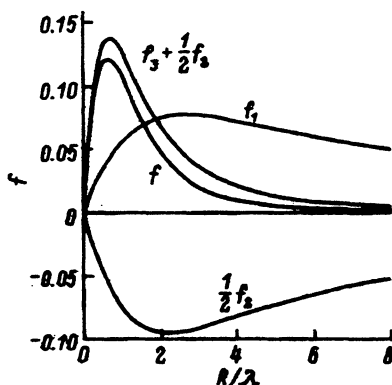


Рис. 2.

Расчет потенциальной поверхности вихря под управляющим меандром

Итак, получено хорошее приближение энергии взаимодействия вихря с нормальным током как функции положения вихря в плоскости $X Y$ относительно сегмента с управляющим током. Из таких сегментов возможно моделирование аппликаций различной формы. Таким образом, если проинтегрировать плотность найденного потенциала Гиббса (22) по объему выбранного проводника, то получим энергию системы в зависимости от положения вихря

$$G(\mathbf{R}_v) = \int_V \mathcal{J}(\mathbf{R}_v - \mathbf{R}, z) d^2 \mathbf{R} dz, \quad (23)$$

\mathbf{R}, z — координаты элемента тока.

Так как по толщине провода интегрирование уже проведено, то

$$G(x_v, y_v) = \frac{\Phi_0}{2\pi c} \int_0^{S_x} dx \int_0^{S_y} dy \frac{j_x(x, y)(y - y_v) - j_y(x, y)(x - x_v)}{\sqrt{(x - x_v)^2 + (y - y_v)^2}} f(x - x_v, y - y_v), \quad (24)$$

S_x и S_y — размеры периода аппликации по X и Y .

Пределы интегрирования не зависят от границ аппликации из-за равенства нулю тока вне ее.

Для численного расчета заменим двукратный интеграл двойной интегральной суммой

$$G(l, k) = \frac{j_{cp} \Phi_0 \lambda^2}{c} \frac{h^2}{2\pi} \times \\ \times \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{X(i, j)(j - l) - Y(i, j)(i - k)}{\sqrt{(j - l)^2 + (i - k)^2}} f\left(h\sqrt{(j - l)^2 + (i - k)^2}\right), \quad (25)$$

где h — шаг сетки в единицах λ ; n, m — число точек матрицы по X и Y ; j_{cp} — средняя плотность тока по сечению провода; $X(i, j), Y(i, j)$ — компоненты плотности тока, нормированные на j_{cp} .

В данной работе был произведен расчет G для аппликации в форме меандра, предложенного Бобеком [8] для стабилизации ЦМД. С этой целью была решена стандартная краевая задача в меандре со смешанными граничными условиями (отсутствие нормальной компоненты тока на боковой границе и периодическое замыкание сток-исток со скачком потенциала). Разность потенциалов произвольна вследствие последующей нормировки тока.

Для стационарного тока имеем уравнение непрерывности $\text{div } \mathbf{j} = 0$ и, следовательно, $\nabla^2 \varphi = 0$. В работе сетка потенциалов рассчитана методом прогонки [9]

$$\varphi(i, j) = \frac{1}{4} [\varphi(i - 1, j) + \varphi(i + 1, j) + \varphi(i, j - 1) + \varphi(i, j + 1)], \quad (26)$$

а сетка плотностей тока — с помощью разностных операторов

$$X(i, j) = \frac{1}{2u} [\varphi(i+1, j+1) + \varphi(i+1, j) - \varphi(i, j+1) - \varphi(i, j)], \quad (27)$$

$$Y(i, j) = \frac{1}{2u} [\varphi(i+1, j+1) + \varphi(i, j+1) - \varphi(i+1, j) - \varphi(i, j)], \quad (28)$$

где

$$u = \sum_{j=1}^m X(0, j).$$

На рис. 3 приведено распределение плотности тока в меандре. Далее по формуле (24) была рассчитана энергия взаимодействия вихря с меандром в каждой точке (k, l) топологии с учетом влияния соседних периодов (по три с каждой стороны). Линии равного уровня полученного энергетического рельефа показаны на рис. 4. Здесь чередуются минимумы и максимумы энергии, соответствующие устойчивому и неустойчивому положению равновесия. Минимум — токовая ловушка, отвечающая максимуму магнитного потока аппликации, подходит для создания бит-позиции одного вихря. На рис. 5 представлена угловая диаграмма сил, возвращающих вихрь в равновесное положение, если он был выведен из такового на дистанцию λ . В продвигающей области сила максимальна, в направлении же, перпендикулярном траектории, имеется слабый потенциальный барьер, что необходимо учесть при возможном сносе вихря во время трансляции.

Способы трансляции аналогичны применяемым в токовых запоминающих устройствах на ПМД: например, напыление в разных слоях меандров, смещенных в плоскости на $1/4$ периода (рис. 6), и организация в них синусоидальных токов, смещенных на $1/4$ периода во времени (рис. 7, а). Таким образом, создается плавно бегущая ловушка. Либо можно коммутировать токи в слоях по 8-тактовой диаграмме (рис. 7, б), что создает дискретно перемещающуюся ловушку. Это, как видно, грубое приближение синусоид прямоугольными импульсами.

Абсолютная величина продвигающей силы F должна превышать силу пининга $j_c \Phi_0 D/c$, поэтому для оценки средней плотности тока имеем

$$F = \frac{j_{cp} \Phi_0 \lambda}{c} |f|, \quad F > \frac{j_c \Phi_0 D}{c} \Rightarrow j_{cp} > j_c \frac{D}{|f| \lambda}, \quad (29)$$

j_c — критический ток сверхпроводящей пленки.

Возьмем $j_c = 100 \text{ А/см}^2$, $D/\lambda = 5$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, а $|f| = 0.1$ из графика рис. 5 в случае плавного движения (рис. 7, а), получим $j_{cp} > 5 \cdot 10^3 \text{ А/см}^2$. При этом минимальный ток, протекающий через шину меандра сечением $0.5 \times 1 \lambda^2$, будет $I_{упр} > 6.25 \text{ мкА}$. В случае дискретно движущейся ловушки управляющий ток должен определяться стартовым положением вихря в следующем периоде движения. На нижний пороговый ток еще оказывает влияние подвижность вихря μ . Введем ее для определения скорости $v = \mu F$, тогда $v \geq L\omega/2\pi$, где L — период меандра, ω — циклическая частота тока, отсюда другая

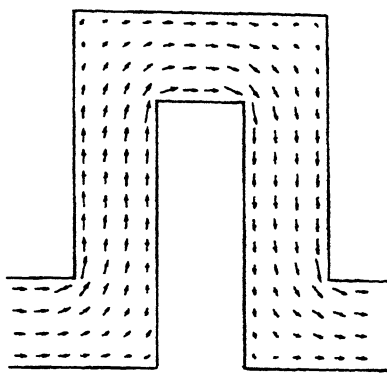


Рис. 3.

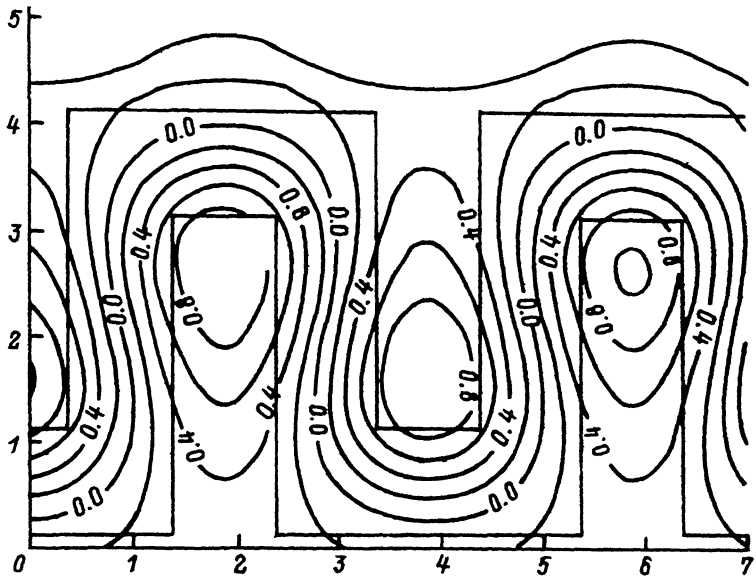


Рис. 4.

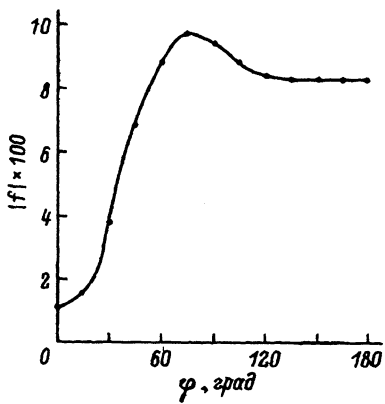


Рис. 5.

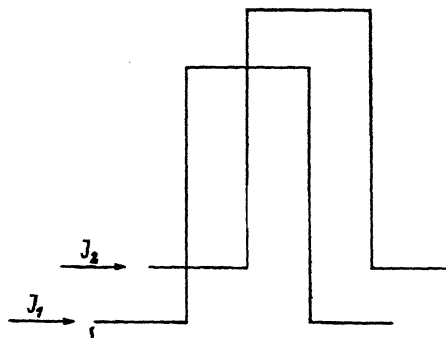


Рис. 6.

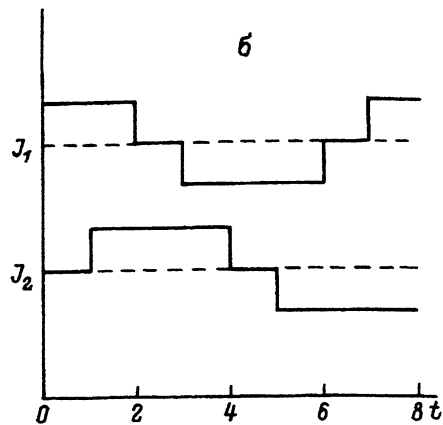
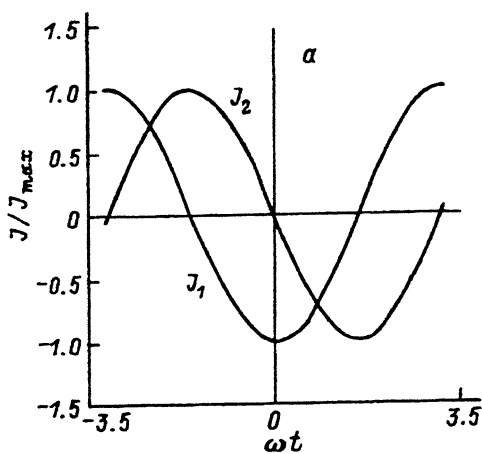


Рис. 7.

нижняя граница $j'_{\text{ср}}$

$$F = \frac{j'_{\text{ср}} \Phi_0 \lambda}{c} |f|, \quad \mu F > \frac{L\omega}{2\pi} \Rightarrow j'_{\text{ср}} > \frac{L\omega c}{2\pi \mu |f| \Phi_0 \lambda}. \quad (30)$$

Пороговое значение плотности управляющего тока для узла продвижения должно определяться из условия $j_{\text{пор}} = \max(j_{\text{ср}}, j'_{\text{ср}})$.

Заключение

Расчет взаимодействия одиночного магнитного вихря с малым токовым сегментом над сверхпроводником показывает, что энергия этого взаимодействия экстремальна на дистанции λ между центром сегмента и остовом вихря. Поэтому характерный размер управляющей токовой петли представляется разумным выбирать около 2λ . С увеличением размера петли или периода меандра ловушка размывается и переходит в продольную по краю шины. С уменьшением же этого размера ловушка мельчает и способствует неустойчивости положения вихря. К последнему нужно добавить резкое увеличение межвихревого взаимодействия и разрешающую способность напыления.

Сделаем здесь же замечание по поводу дальнего действия силы на магнитный вихрь. На каком расстоянии от остова необходимо учитывать сегменты, дающие вклад во взаимодействие с вихрем? С расстоянием R число таких сегментов растет пропорционально R , а функция J убывает почти как R^{-3} . Поэтому на расстоянии 10λ вклад составляет уже около 1%.

В последнем разделе разработан метод расчета статики вихря под действием произвольной токовой структуры. Это первый этап математического моделирования устройства его продвижения. Чтобы получить энергетическую картину другой структуры, достаточно изменить параметры пленки и координаты топологии нормальной шины. Оценка управляющего тока показывает, что для плавного продвижения магнитного вихря в предложенной структуре достаточно десятка микроампер при высокой подвижности.

- [1] *Гришин А.М., Пермяков В.В.* Способ продвижения магнитных вихрей и устройство для его осуществления. SU 1344161 A1. № 549.
 - [2] *Барьяхтар В.Г., Гришин А.М., Мартынович А.Ю.* Устройство для записи информации в память на магнитных вихрях. SU 1417669 A1. № 595.
 - [3] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Электродинамика сплошных сред. М., 1982.
 - [4] *Де Жен П.* // Сверхпроводимость металлов и сплавов / Под ред. Л.П.Горькова. М.: Мир, 1968.
 - [5] *Fusco-Girard M., Mancini F.* // Physica. 1983. Vol. BC 123. N 1. P. 75-95.
 - [6] *Артемов А.Н., Гришин А.М., Пермяков В.В.* // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. вып. 4.
 - [7] *Справочник по специальным функциям* / Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М.: Наука, 1979.
 - [8] *Бобек Э., Делла Торре Э.* Цилиндрические магнитные домены. Пер. с англ. М.: Энергия, 1977. 192 с.
 - [9] *Андерсон Д., Таннезил Дж., Плетчер Р.* / Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т. 1. М.: Мир, 1990.
-