01;02;05;08;09;10

ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ ПРИ КАНАЛИРОВАНИИ В КРИСТАЛЛЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ В ПОЛЕ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ (ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ) ВОЛНЫ

Г.В.Дедков

Кабардино-Балкарский государственный университет,
360016, Нальчик
(Поступило в Редакцию 28 июля 1993 г.
В окончательной редакции 11 января 1993 г.)

В рамках квантовой теории рассмотрено излучение релятивистских каналирующих лептонов в случае, когда кристаллические каналы деформированы полем поперечной ультразвуковой волны (УЗВ) или электромагнитной. Потенциал решетки представлен в виде суммы стационарного и нестационарного членов, каждый из которых зависит от амплитуд смещений атомов внешним полем. Показано, что стационарное возмущение приводит к заметным изменениям положений и интенсивностей спектральных пиков уже при амплитудах атомных смещений порядка 0.03 Å. В случае резонанса между гармоникой нестационарного возмущения и разностью уровней энергии связанного движения частицы выход излучения превышает соответствующие значения в отсутствие внешнего поля на несколько порядков.

Введение

Впервые вопрос об излучении каналированных частиц, движущихся в кристалле, подверженном действию внешнего периодического поля, ставился в работах [1,2], а затем на классическом и квантовом уровне эта задача рассматривалась многими авторами [3–8]. Уже в первых работах отмечалось, что внешнее поле двояким образом влияет на излучение фотонов: непосредственным воздействием на частицу и путем деформации кристаллического канала. В первом случае мы фактически имеем дело с индуцированным полем волны излучением каналирующих частиц [2,4–6]. Второй случай представляется более интересным, поскольку создается возможность управления параметрами излучения с помощью внешнего поля. Эта сторона вопроса до сих пор исследована недостаточно. Так, в [4] даны оценки лишь низкочастотных поправок к спектру с учетом адиабатического смещения точки равновесного положения релятивистского осциллятора, вызванного УЗВ. В работах [7,8] излучение позитронов в классическом приближении рассчитывалось более детально, но все вычисления сделаны для слишком упрощенного модельного потенциала почти гармонического вида.

В данной работе эта задача рассматривается в квантовом приближении с использованием потенциале наиболее общего вида. При этом действие на кристалл УЗВ или электромагнитной волны можно описывать одинаковым образом.

1. Потенциалы взаимодействия

В отсутствие внешних полей наиболее общее выражение для потенциала взаимодействия частица–кристалл удобно записать в виде [9] (здесь и далее, если не оговорено, используются атомные единицы $e = h = m_e = 1$)

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) = Z_1 \sum_i \sum_{\mathbf{g}} \exp(i\mathbf{g}\boldsymbol{\rho}) U_{i\mathbf{g}} S_i(\mathbf{g}) \exp\left(-u_i^2 g^2/2\right) V_{0i}^{-1}, \tag{1}$$

где Z_1 и $\boldsymbol{\rho}$ — заряд и поперечная координата частиц в канале, V_{0i} — объем элементарной ячейки для подрешетки атомов (ионов) типа i, $S_i(\mathbf{g})$ и $U_{i\mathbf{g}}$ — соответствующие структурный и атомный факторы, u_i — амплитуда тепловых колебаний (одномерная) атомов решетки.

Величина $U_{i\mathbf{g}}$ зависит от выбора применяемой для расчета атомной модели. В общем случае запишем $U_{i\mathbf{g}}$ в виде

$$U_{i\mathbf{g}} = \frac{4\pi(Z_i - \rho_i(\mathbf{g}))}{g^2}, \tag{2}$$

где $\rho_i(\mathbf{g})$ — форм-фактор плотности электронов, который можно взять из рентгенодифракционных данных, или можно воспользоваться аппроксимацией [10], модифицированной подходящим образом с целью учета соответствующих ионных зарядов (в случае ионных кристаллов).

Пусть вдоль канала в направлении Z распространяется поперечная УЗВ или электромагнитная волна (ЭВ). Очевидно, дополнительные смещения атомов канала и, следовательно, изменения координат $\boldsymbol{\rho}$ частицы в канале можно записать в виде

$$\Delta\boldsymbol{\rho}_i = x_i \mathbf{e} \cos(\omega t - kz), \tag{3}$$

где x_i — амплитуда колебаний иона i, $\mathbf{e}$ — единичный вектор поляризации волны.

Так как продольная скорость частицы почти равна c, то $z \approx ct$ и $\omega t - kz = (\omega - ck)t$. Для УЗВ тогда имеем $\omega_s = V_s k$ (V_s — скорость звука) и $V_s \ll c$, поэтому $(ck - \omega)t \approx \Omega_s t$, где $\Omega_s = \omega_s c/V_s$.

Для ЭВ в оптическом диапазоне нужно в общем случае учитывать показатель преломления n, тогда $(kz - \omega t) \approx (n-1)\omega t \approx \Omega_e t$.

Амплитуда x_i в случае УЗВ связана с плотностью потока энергии W излучателя соотношением

$$W = \frac{k\rho\omega_s^2 x_i^2}{2} V_s, \tag{4}$$

где ρ — плотность кристалла, k — численный коэффициент, учитывающий долю поглощаемой энергии.

Для кремния, например, при $\rho = 2.3 \cdot 10^3$ кг/м^3, $V_s = 6 \cdot 10^3$ м/с, $\omega_s = 10^9$ с$^{-1}$ и $W = 10^3$ Вт/м^2 получим $x_i \approx 0.17$ а.е. $(k = 1)$ и $x_i = 0.054$ а.е. $(k = 0.1)$.

При возбуждении кристалла оптическим излучением для x_i получим

$$x_i \approx \frac{\alpha_u(\varepsilon(\omega)+2)}{3q_i}\frac{2W}{\varepsilon_0 c}, \tag{5}$$

где α_u — ионная поляризуемость, $\varepsilon(\omega)$ и ε_0 — относительная частотная и абсолютная вакуумная диэлектрическая проницаемости, q_i — заряд иона.

Для кристалла NaCl, например, $\alpha_u = 3.8 \cdot 10^{-40}$ Ф·м^2 [11], тогда для лазера с мощностью $p = 10^9$ Вт, площадью выходного пятна $S = 1$ мм^2 и частотой $\omega = 1.8 \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ будем иметь $\varepsilon(\omega) \approx 8$, а из (5) следует, что $x_i \approx 0.1$ а.е. Такие параметры электромагнитного поля могут быть получены при использовании наносекундных лазеров.

Модификация потенциала (1) с учетом смещения атомов решетки полем волны осуществляется заменой $\boldsymbol{\rho}$ на $\boldsymbol{\rho} + \Delta\boldsymbol{\rho}_i$. Известно, что спектр излучения каналированных частиц более монохроматичен в плоскостном режиме, поэтому дальнейшие вычисления сделаем для этого случая. Разлагая $\exp(ix_i \cdot \cos\Omega t)$ в ряд по функциям Бесселя, приведем формулу (1) к виду

$$\Phi(x,t) = 2\sum_i \sum_{m=1}^{\infty} C_{im} J_0(g_m x_i) S_{im} \cos(g_m x) +$$

$$+4\sum_i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} C_{im} J_0(g_m x_i)(-1)^p S_{im} \cos(g_m x)\cos(2p\Omega t) +$$

$$+4\sum_i \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} C_{im} J_0(g_m x_i)(-1)^p S_{im} \sin(g_m x)\sin[(2p-1)\Omega t], \tag{6}$$

где $g_m = 2\pi m/d_{pi}$, $\Omega = (c/V_s)\omega_s$ для УЗВ и $\Omega = (n-1)\omega$ для ЭВ, $J_k(x)$ — функция Бесселя порядка k, а коэффициенты C_{im} равны

$$C_{im} = \frac{n_{si} d_{pi}}{\pi m^2}\Big(Z_i \rho_i(g_m)\Big)\exp\Big(-g_m^2 u_i^2/2\Big), \tag{7}$$

где n_{si} и d_{pi} — поверхностная плотность атомов типа i и соответствующее межплоскостное расстояние.

Коэффициенты $S_{im} = 1$ в случае моноатомных кристаллов, а для ионных зависят от типа канала. Так, для (100) и (110) NaCl $S_{im} = 1$, а для (111) соответственно $S_{im} = 1$, $S_{2m} = (-1)^m$.

Координата x в формуле (6) может отсчитываться от любой плоскости.

В случае продольных УЗВ или ЭВ, распространяющихся в перпендикулярном направлении по отношению к движению частиц, смещения атомов не вызывают деформации канала, поэтому непрерывный потенциал не изменяется. Формально к этому несложно прийти, вводя в рассмотрение координату z и соответствующую ей проекцию вектора обратной решетки g_{ii}. При последующем усреднении вдоль направления движения частицы (при отсутствии волн) основным членом будет слагаемое с $g_{ii} = 0$, поэтому снова придем к (1). Таким образом, результаты работ [7,8], относящиеся к случаю продольных УЗВ, следует признать ошибочными.

2. Статический потенциал кристалла во внешнем поле и уровни связанного движения

Для достаточно тонкого кристалла толщиной l может быть выполнено условие (8)

$$\Omega l/c \ll 1, \tag{8}$$

тогда формула (6) сводится к

$$\Phi(x) = 2\sum_i \sum_m C_{im} \cos(g_m x_i) \cos(g_m x). \tag{9}$$

Соответствующие значения l для рассмотренных в разделе 1 параметров УЗВ и ЭВ удовлетворяют условию $l \ll 10$ мкм. При $l > 10$ мкм нестационарный вклад в потенциал должен учитываться, но если нет резонанса гармоник потенциала с разностью уровней поперечного движения частиц (для конкретного перехода), то мощность индуцированного полем волны излучения мала. В этом случае роль поля сводится к изменению стационарного вклада во взаимодействие (первый член (6)).

При $x_i \ll 1$ из (9) вытекает

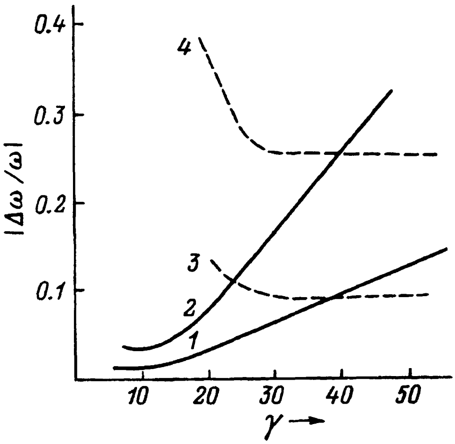
$$\Phi(x) \approx \Phi_0(x) - 0.5 x_i^2 \frac{d^2\Phi_0}{dv^2}, \tag{10}$$

где $\Phi_0(x)$ — потенциал без возмущающего поля.

Аналогично при $\Omega l/c > 1$ и $x_i \ll 1$ стационарный потенциал находится из первого слагаемого (6). В этом случае придем к (10) с вдвое меньшим значением второго члена.

Влияние изменения формы потенциала на положение уровней связанного движения электронов можно оценить, используя известную аппроксимацию функции $\Phi(x)$ вида (U_0 и α-параметры)

$$\Phi_0(x) = -\frac{U_0}{ch^2(\alpha x)}. \tag{11}$$



Относительные изменения частоты переходов $1 \to 0$ (*1, 2*) и $2 \to 1$ (*3, 4*) в зависимости от γ и x_i.
1, 3 — $x_i = 0.03$; *2, 4* — 0.05 а.е. $U_0 = 0.84$, $\alpha = 1.75$ а.е.

Для данного потенциала волновые функции и энергетический спектр хорошо известны [12], поэтому поправки легко находятся по теории возмущений.

На рисунке приведены результаты расчета относительных изменений частот нескольких переходов при различных значениях фактора Лоренца γ. Параметры U_0, α и x_i приняты равными 0.84, 1.75 и 0.05. Эти значения примерно соответствуют каналу (110) Si. Результаты расчета показывают, что при средних энергиях электронов ($5 \leqslant E \leqslant 100$ МэВ), для которых отдельные дискретные переходы в спектре хорошо наблюдаются, изменение энергий пиков излучения должно быть вполне заметно.

Спектрально-угловая интенсивность спонтанного излучения в направлении "вперед" в центре "линии $a \to b$" определяется выражением [12]

$$\left(\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{4x_{ab}^2\omega_{ab}^4\gamma^4}{\pi^2\Gamma}, \qquad (12)$$

где Γ — ширина "линии", x_{ab} — дипольный матричный элемент перехода, $\omega_{ab} = E_{\perp_a} - E_{\perp_b}$ — разность уровней поперечного движения.

Для принятых выше значений амплитуд x_i элементы x_{ab} меняются слабо, поэтому $d^2I/d\omega d\Omega \sim \omega_{ab}^4$.

Тогда для данных рисунка ожидаемые изменения интенсивности "линий" могут составлять 1.5–3 раза.

При энергиях электронов порядка 1 ГэВ изменения спектра не будут столь заметны, поскольку дискретность спектра отсутствует, хотя интенсивность должна измениться.

3. Переходы, вызванные нестационарным возмущением

Наибольший интерес представляет случай резонанса, когда частота одной из гармоник нестационарного потенциала близка к разности энергий ω_{ab}. Ограничимся дипольным приближением, поскольку в этом случае излучение каналированных частиц более монохроматично. Так как переходы с четным изменением квантовых чисел запрещены, то условие резонанса имеет вид $\omega_{ab} = (2p-1)\Omega$, $p = 1, 2, \ldots$, а в силу быстрого убывания амплитуды гармоник с ростом p (см. (6)) самый сильный переход получается при $\omega_{ab} = \Omega$.

В первом порядке нестационарной теории возмущений отнесенная к единице времени вероятность перехода $a \to b$ равна

$$\frac{dw_{ab}}{dt} = 2\pi |H_{ab}|^2 \delta(\omega_{ab} - \Omega), \tag{13}$$

где H_{ab} — матричный элемент оператора возмущения.

Формула (13) применима при условии, что $|H_{ab}| \ll \tau^{-1}$, где τ — время действия возмущения. Очевидно, что τ не может превышать время жизни уровня, поэтому эту величину можно оценить из известных из эксперимента значений ширины "линий" спонтанного излучения (при $\gamma \leqslant 10^3$ имеем $\tau^{-1} = 0.3–3$ эВ). С учетом (18) условие $|H_{ab}| \ll \tau^{-1}$ будет выполнено при $x_i < 0.1–0.2$ а.е., т.е. при рассматриваемых значениях x_i.

Учитывая (6), для $|H_{ab}|^2$ получим

$$|H_{ab}|^2 \simeq 8\pi \sum_{i,i'} \sum_{m,m'} C_{im} C_{i'm'} S_{im} S_{i'm'} J_1(g_m x_i) J_1(g_{m'i'}) R_{ab}^{(m)} R_{ab}^{(m')}, \tag{14}$$

$$R_{ab}^{(m)} = \langle \psi_b | \sin g_m x | \psi_a \rangle, \tag{15}$$

где ψ_a и ψ_b — волновые функции частицы.

Для волновых функций в гармоническом потенциале вычисление $R_{ab}^{(m)}$ можно провести до конца. В результате будем иметь

$$R_{n+1,n}^{(m)} = \frac{g_m}{\sqrt{2(n+1)}} L_n^1 \left(\frac{g_m^2}{2\gamma\omega_0} \right) \exp\left(-\frac{g_m^2}{4\gamma\omega_0} \right), \tag{16}$$

где $\omega_0 = \omega_{n+1,n}$, $L_n^1(x)$ — полином Лагерра.

В силу экспоненциального убывания H_{ab} с ростом m, вытекающего из (8) и (16), существуют оптимальные значения m, отвечающие максимуму H_{ab}. Соответствующий расчет дает (изменением фактора $\rho_i(g_m)$ для простоты пренебрегаем)

$$g_m^{0nm} \approx \frac{2\gamma\omega_0}{1 + 4u_i^2 \omega_0 \gamma}. \tag{17}$$

Для канала (110) Ge, например, при $\gamma = 2 \cdot 10^3$, $U_b = 1.15$ (высота барьера), $d_{pi} = 3.78$, $U_i = 0.16$ из (17) следует, что $g_m^{(0nm)} \approx 3.2$, поэтому наибольший вклад в матричный элемент H_{ab} дают члены суммы с $m = 2, 3$.

С учетом условия $g_m x_i \ll 1$ имеем $J_1(g_m x_i) \approx g_m x_i / 2$ и, принимая во внимание (14)–(17), получим

$$|H_{n+1,n}|^2 \approx 32\pi N^2 d_{pi}^2 x_i^2 x_{n+1,n}^2 \left(Z_i - \rho_i(g_m^{(0nm)}) \right)^2 e^{-2}, \tag{18}$$

где N — концентрация атомов кристалла, $e = 2.718$, $x_{n+1,n}$ — дипольный матричный элемент.

Скорость спонтанных переходов типа $a \to b$ при каналировании равна [14]

$$\frac{dw_{ab}}{dt} = \frac{4\omega_{ab}^3 x_{ab}^2 \gamma^2}{3c^3}. \tag{19}$$

Учитывая (13) и (19), найдем отношение скоростей индуцированного и спонтанного переходов частиц с излучением квантов. Полагая ширину уровня равной Γ и заменяя $\delta(\omega_{ab} - \Omega)$ в (13) на $2/\pi \cdot \Gamma$, для искомого отношения получаем

$$K = \frac{3|H_{ab}|^2 c^3}{\omega_0^4 x_{ab}^2 \beta \gamma^2}, \tag{20}$$

где $\beta = \Gamma/\omega_0 \approx 0.1-0.2$.

В рассмотренном выше примере канала (110) Ge с учетом (17)–(20) получим $K = 10^2-10^4$ при $x_i = 0.01-0.1$. Таким образом, при резонансе выход излучения в "линии" существенно возрастает. Аналогичное рассмотрение можно провести и для осевого каналирования электронов.

Заключение

Одним из основных выводов работы является установление того факта, что внешнее поле не только вызывает появление нестационарной части потенциала, но изменяет также и стационарную его часть, причем обе зависят от мощности внешнего поля. Таким образом, появляется возможность управления излучением. Второй вывод в отличие от работ [7,8] состоит в том, что продольная УЗВ не влияет на непрерывный потенциал и излучение частиц. В случае же поперечных волн возмущающий потенциал нельзя представить в столь простом виде (см. формулу (6) в [7]), как это сделано в [7,8]. Изменение стационарной (за время пролета частицы) части потенциала влияет на положение уровней поперечного движения и интенсивность излучения в дискретных "линиях" при средних энергиях частиц ($\gamma < 100$). При выполнении резонансных условий интенсивность излучения в "линии" может на несколько порядков превышать интенсивность спонтанного излучения.

В целом проведенное рассмотрение справедливо для не очень толстых кристаллов ($l < 10^{-2}$ см), когда влияние деканалирования мало́ и интегральная интенсивность излучения определяется начальными условиями влета частиц в кристалл. Для кристаллов больших толщин расчеты можно провести с помощью моделирования, учитывая кинетику заселенностей уровней связанного движения.

Список литературы

[1] *Плотников С.В., Каплин В.В., Воробьев С.А.* // Тез. докл. X совещания по проблемам применения пучков заряженных частиц для изучения состава и свойств вещества. М., 1979. С. 28.

[2] *Pantell R.N.* // Appl. Phys. Lett. 1978. Vol. 33(7). P. 571.

[3] *Barishevsky V.G., Dubovskaya L.Ya., Grubich A.O.* // Phys. Lett. A. 1980. Vol. 77. P. 81.

[4] *Барышевский В.Г.* Каналирование, излучение и реакции в кристаллах. Минск, 1982.
[5] *Bazylev V.A., Zhevago N.K.* // Phys. Stat. Sol. 1980. Vol. 97. P. 63.
[6] *Tulupov A.V.* // Rad. Eff. Lett. 1981. Vol. 67. N 1–2. P. 31.
[7] *Мкртчян А.Р., Гаспарян Р.А., Габриелян Р.Г.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 432.
[8] *Аматуни А.Ц., Элбакян С.С.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 294.
[9] *Dedkov G.V., Nasipov A.Zh.* // Nubl. Instr. Meth. 1991. Vol. 51. P. 383.
[10] *Doyle P.A., Turner P.S.* // Acta Crystallogr. 1968. Vol. 24A. P. 390.
[11] *Блейкмор Дж.* Физика твердого тела. М.: Мир, 1988.
[12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1974.
[13] *Кумахов М.А.* Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986.