

01;04

©1994 г.

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОГО ГАЗА СО СТЕНКОЙ

*Е.М.Склярова, И.Б.Чекмарев*

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе, 194021, Санкт-Петербург  
(Поступило в Редакцию 24 ноября 1993 г.)

Рассмотрена область контакта полностью ионизованного газа с холодной проводящей стенкой при соотношениях между характерными длинами  $l_D \ll l \ll L \ll l_I$  ( $l_D$  — дебаевская длина,  $l$  — длина свободного пробега,  $L$  — характерная макроскопическая длина,  $l_I$  — длина ионизации). Показано, что эта область имеет сложную структуру и может быть разбита на прилегающий к поверхности дебаевский слой объемного заряда, квазинейтральный кнудсеновский слой и квазинейтральную область гидродинамического приближения. Для получения решения используется техника сращиваемых асимптотических разложений. Проведены численные расчеты для Xe.

Область контакта ионизованного газа с холодной рекомбинирующей стенкой имеет сложную структуру, зависящую от многих параметров, и требует использования различных приближений при решении кинетического уравнения. При давлениях и температурах газа, соответствующих малым числам Кнудсена  $\varepsilon = l/L \ll 1$  ( $l$  — эффективная длина свободного пробега частиц,  $L$  — характерный макроскопический размер задачи), естественно использовать уравнения гидродинамического приближения. Последовательный путь построения замкнутой системы макроскопических уравнений при  $\varepsilon \ll 1$  дает известная процедура Чепмена–Энскога [1]. В ряде работ [1,2] она была обобщена на случай ионизованного газа. При этом появляется еще один параметр, характерный для ионизованного газа, — число Дебая  $De = l_D/l$  ( $l_D$  — длина дебаевского экранирования).

Вклад неупругих процессов обычно характеризуется числом Дамкелера  $D_I$ , величина которого может меняться в очень широких пределах. Наличие нескольких характерных параметров при возможности различных соотношений между ними особенно затрудняет анализ пристеночной области.

Целью настоящей работы является исследование структуры пограничной области между холодной проводящей стенкой и сильноионизованным одноатомным газом, когда преобладающим механизмом взаимодействия частиц является кулоновское рассеяние. Поскольку при

больших степенях ионизации использование уравнения Саха становится невозможным, то используется модель Шоттки [3]: учитываются только объемная ионизация и поверхностная рекомбинация. Кроме того, задача сводится к однопараметрической путем задания конкретных соотношений между  $D_I(\varepsilon)$  и  $De(\varepsilon)$ .

Рассматривается стационарный случай. В качестве исходной системы уравнений используются кинетические уравнения для электронов, однозарядных ионов и атомов в релаксационном приближении

$$\frac{Df_\alpha}{Dt} = \left( \frac{\delta f_\alpha}{\delta t} \right)_E + \left( \frac{\delta f_\alpha}{\delta t} \right)_1, \quad (1)$$

а также электродинамические соотношения

$$\varepsilon_0 \nabla \mathbf{E} = e(n_i - n_e), \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad \mathbf{j} = e(\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i). \quad (2)$$

Поверхность стенки считаем идеально поглощающей для всех падающих на нее частиц. Тогда для тепловых электронов и ионов на границе имеем

$$f_e \Big|_{c_{en} > c_{e0}} = 0, \quad f_i \Big|_{c_{in} > 0} = 0. \quad (3)$$

Для вылетающих со стенки атомов функция распределения обычно задается в виде полумаксвелловского распределения с температурой стенки [4]

$$f_a W \Big|_{c_{an} > 0} = n_a W \frac{m_a^{3/2}}{2\pi k T_W} \exp \left[ -\frac{m_a c_a^2}{2k T_W} \right]. \quad (3a)$$

Далеко от стенки функции распределения становятся равновесными. Здесь

$$\frac{Df_\alpha}{Dt} = c_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E} \frac{\partial f_\alpha}{\partial c_\alpha}$$

— стационарный оператор Больцмана,  $c_\alpha$  — тепловая скорость частиц сорта  $\alpha$ ,  $\mathbf{r}_\alpha$  — диффузионный поток частиц сорта  $\alpha$ ,  $(\delta f_\alpha / \delta t)_E$  — изменение функций распределения в результате упругих столкновений.

Для ион-атомных столкновений используется модель резонансной перезарядки, для других — модель Гамеля [5].  $(\delta f_\alpha / \delta t)_1$  — изменение функций распределения в результате ионизации атомов электронами. Здесь используются приближения [6]

$$\begin{aligned} \left( \frac{\delta f_e}{\delta t} \right)_1 &= k_1 n_a n_e \left( \frac{m_e}{2\pi k T_e} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{m_e c_e^2}{2k T_e} \right), \\ \left( \frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_1 &= k_1 n_e f_a = - \left( \frac{\delta f_a}{\delta t} \right)_1. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $k_1$  — коэффициент скорости ионизации атома электронным ударом. Макроскопические параметры связаны с функциями распределения следующими соотношениями

$$n_\alpha = \int f_\alpha dc_\alpha, \quad \Gamma_\alpha = \int c_\alpha f_\alpha dc_\alpha, \quad W_\alpha = \int \left( \frac{1}{2} m_\alpha c_\alpha^2 + I_\alpha \right) f_\alpha dc_\alpha,$$

$$\frac{3}{2}kn_{\alpha}T_{\alpha} = \int \frac{1}{2}m_{\alpha}c_{\alpha}^2 f_{\alpha} d\mathbf{c}_{\alpha}, \quad q_{\alpha} = \int \mathbf{c}_{\alpha} \left( \frac{1}{2}m_{\alpha}c_{\alpha}^2 + I_{\alpha} \right) f_{\alpha} d\mathbf{c}_{\alpha}, \quad (5)$$

где  $I_{\alpha}$  — энергия ионизации атома.

Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \mathbf{r}' &= \mathbf{r}/L, & \mathbf{c}'_{\alpha} &= \mathbf{c}_{\alpha}/c_{\alpha m}, & f'_{\alpha} &= f_{\alpha}/f_{\alpha m}, & n'_{\alpha} &= n_{\alpha}/n_{\alpha m}, \\ \mathbf{V}' &= \mathbf{V}_{\alpha}/V_{\alpha m}, & \Gamma'_{\alpha} &= \Gamma_{\alpha}/\Gamma_{\alpha m}, & \mathbf{j}' &= \mathbf{j}/j_m, & \mathbf{q}'_{\alpha} &= \mathbf{q}_{\alpha}/q_{\alpha m}, \\ T'_{\alpha} &= T_{\alpha}/T_{\alpha m}, & I'_{\alpha} &= I_{\alpha}/I_{\alpha m}, & \varphi' &= \varphi/\varphi_m, & \mathbf{E}' &= \mathbf{E}/E_m, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $c_{\alpha m} = (kT_{em}/m_{\alpha})^{1/2}$ ,  $f_{\alpha m} = c_{\alpha m}^3$ ,  $V_{\alpha m} = \varepsilon c_{im}$ ,  $\Gamma_{\alpha m} = n_{\alpha m}V_{\alpha m}$ ,  $j_m = e\Gamma_{im}$ ,  $q_{\alpha m} = kT_{\alpha m}\Gamma_{\alpha m}$ ,  $I_m = e\varphi_m$ ,  $\varphi_m = kT_{em}/e$ ,  $E_m = \varphi_m/L$ ,  $T_{em} = T_{\infty} = T_{i\infty}$ ,  $n_{i,em} = p_{\infty}/2kT_{\infty}$ ,  $n_{am} = p_{\infty}/kT_W$ ,  $p_{\infty}$  и  $T_{\infty}$  — давление и температура газа далеко от стенки,  $T_W$  — температура стенки.

Выбор масштабов предполагает, что диффузионные потоки электронов и ионов одного порядка, т.е. стенка имеет необходимый для этого отрицательный потенциал.

Приведем систему (1), (2) к безразмерному виду (штрихи опускаем)

$$\varepsilon \left( \mathbf{c}_e \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{r}} - \mathbf{E} \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{c}_e} \right) = \left( \frac{\delta f_e}{\delta t} \right)_E + \mu \varepsilon^2 D_1 n_e n_a \frac{\exp\left(-\frac{c_e^2}{2kT_e}\right)}{(2\pi T_e)^{3/2}} \exp\left(-T^* \frac{s}{1-s}\right), \quad (8)$$

$$\varepsilon \left( \mathbf{c}_i \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{E} \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{c}_i} \right) = \left( \frac{\delta f_i}{\delta t} \right)_E + \varepsilon^2 D_1 n_e f_a \exp\left(-T^* \frac{s}{1-s}\right), \quad (9)$$

$$\varepsilon c_a \frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{r}} = \left( \frac{\delta f_a}{\delta t} \right)_E - \chi \varepsilon^2 D_1 n_e f_a \exp\left(-T^* \frac{s}{1-s}\right), \quad (10)$$

$$De^2 \nabla \mathbf{E} = n_i - n_e, \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi. \quad (11)$$

Величины  $(\partial f_{\alpha}/\partial t)_E$  могут быть вычислены таким же путем, как и в [4]. Здесь  $\mu = c_{im}/c_{em} = 0(\varepsilon)$ ,  $\chi = T_W/2$ ,  $s = (T_{\infty} - T_e)/T_e$ ,  $D_1 = L^2/(\mu l_{ei} l_1)$ ,

$$l_1 = \frac{c_{em}}{k_{1m} n_W}, \quad De = \frac{l_D}{L}, \quad l_D = \left( \frac{\varepsilon_0 k T_{em}}{e^2 n_{em}} \right)^{1/2},$$

$k_{1m} = \bar{\nabla}_e S_0 E_{ion} \exp(-E_{ion}/kT_e)$ ,  $S_0$  — наклон кривой зависимости сечения ионизации от энергии [7,8].

Выберем за макроскопическую длину  $L = (\mu l_{ei} l_1)^{1/2}$ , тогда  $D_1 = 0(1)$ . Будем считать  $De = 0(\varepsilon)$ . Тогда область контакта равновесного полностью ионизованного объема газа с концентрациями  $n_e = n_i = n_{im} \gg n_{am}$  и температурами  $T_{em} = T_{im} = T_{am}$  при  $\mathbf{r} \gg L$  и стенкой будет иметь следующую структуру: а) квазинейтральная область гидродинамического приближения при  $\mathbf{r} = 0(L)$ ; б) квазинейтральный кнудсеновский слой при  $\mathbf{r} = 0(\varepsilon)$ ; в) дебаевский бесстолкновительный слой. На стенке имеем условия полного поглощения заряженных частиц

$$\mathbf{r} = 0 \quad n_{eW} = n_{iW} = 0, \quad n_{aW} = n_{am} = 1, \quad T_i = T_a = T_W,$$

$$T_e = T_s, \quad \varphi = 0. \quad (12)$$

Решение уравнений (8)–(11) в гидродинамической области ищем в форме разложений по малому числу Кнудсена  $\varepsilon$

$$f_\alpha = f_{\alpha 0} + \varepsilon f_{\alpha 1} + \dots, \quad n_\alpha = n_{\alpha 0} + \varepsilon n_{\alpha 1} + \dots, \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \varepsilon \mathbf{E}_1 + \dots, \\ \varphi = \varphi_0 + \varepsilon \varphi_1 + \dots \quad (13)$$

Для электронов получим макроскопические соотношения

$$\operatorname{div} \Gamma_{e0} = D_1 \exp\left(-T^* \frac{s}{1-s}\right) n_{e0} n_{a0}, \\ \nabla p_{e0} + n_{e0} \mathbf{E}_0 = 0, \quad p_{e0} = n_{e0} T_{e0}, \\ \operatorname{div} \mathbf{q}_{e0} = 3\lambda^2 (\gamma_{ea} n_{a0} + \gamma_{ei} n_{i0}) n_{e0} (T - T_e), \\ \mathbf{q}_{e0} = -\frac{5}{2} \frac{p_{e0}}{\Sigma \gamma_{e\beta} n_{\beta 0}} \nabla T_{e0}, \quad (14)$$

где

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{(l_{ei})_m}{(l_{\alpha\beta})_m}, \quad T = T_i = T_a, \quad \lambda = \mu/\varepsilon.$$

Для ионов и атомов соответственно получаем

$$\operatorname{div} \Gamma_{i0} = D_1 \exp\left(-T^* \frac{s}{1-s}\right) n_{e0} n_{a0}, \\ \operatorname{div} \Gamma_{a0} = -\chi D_1 \exp\left(-T^* \frac{s}{1-s}\right) n_{e0} n_{a0}, \\ \nabla p_{i0} - n_{i0} \mathbf{E}_0 = \gamma_{ia} (n_{i0} \Gamma_{a0} - n_{a0} \Gamma_{i0}), \\ \nabla p_{a0} = -\gamma_{ai} (n_{i0} \Gamma_{a0} - n_{a0} \Gamma_{i0}), \\ \nabla \mathbf{q}_0 - \Gamma_{i0} \mathbf{E}_0 = 3\lambda^2 \left( \gamma_{ie} n_{i0} + \frac{1}{\chi} \gamma_{ae} n_{a0} \right) n_{e0} (T_e - T), \\ \mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_{i0} + \frac{1}{\chi} \mathbf{q}_{a0}, \\ \mathbf{q}_{i0} = -\frac{5}{2} \frac{a_{11} - a_{21}}{\Delta} p_{i0} \nabla T + \frac{5}{2} T \Gamma_{i0}, \quad (15)$$

где

$$a_{11} = \gamma_{ie} n_{a0}, \quad a_{12} = -(\gamma_{ie} n_{e0} + \gamma_{ii} n_{i0} + \gamma_{ia} n_{a0}), \\ a_{21} = -(\gamma_{ae} n_{e0} + \gamma_{ea} n_{a0} + \gamma_{ei} n_{i0}), \quad a_{22} = \gamma_{ai} n_{i0}. \quad (15a)$$

Условия равновесия на внешней границе области контакта становятся условиями при  $\mathbf{r} \rightarrow \infty$  для системы (14), (15), условия же при  $\mathbf{r} = 0$  получим из условий сращивания разложений в гидродинамической и кнудсеновской областях.

Квазиинейтральный кнудсеновский слой, или предслой, достаточно тонок, чтобы считать его одномерным. Введем "растянутую" координату  $\zeta = z/\varepsilon$  и будем искать решение системы (8)–(11) в виде

$$f_{e,i} = \varepsilon \tilde{f}_{e0,i0}(\zeta) + \dots, \quad f_a = \tilde{f}_{a0}(\zeta) + \dots,$$

$$E_z = \frac{1}{\varepsilon} \tilde{E}(\zeta) + \dots, \quad n_\alpha = \varepsilon \tilde{n}_{\alpha 0}(\zeta) + \dots, \quad n_a = \tilde{n}_{a0}(\zeta) + \dots \quad (16)$$

Температуры электронов и тяжелых частиц считаем постоянными и равными их значениям на стенке  $T = T_W$ ,  $T_e = T_s$ .

В кнудсеновском слое функции распределения от сильно неравновесных в дебаевском слое релаксируют к слабо возмущенным в гидродинамической области.

В нулевом приближении из (8)–(11) получаем систему

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\Gamma}_{\alpha 0}}{d\zeta} &= 0, \quad \alpha = e, i, a, \\ T_s \frac{d\tilde{n}_e}{d\zeta} + \tilde{n}_e \tilde{E}_0 &= 0, \\ T_W \frac{d\tilde{n}_i}{d\zeta} - \tilde{n}_i \tilde{E}_0 &= -\gamma_{ia} \tilde{n}_a \tilde{\Gamma}_{i0}, \\ \frac{dp_a}{d\zeta} &= 0, \quad \frac{d\tilde{q}_e}{d\zeta} = 0, \quad \frac{d\tilde{q}_{i0}}{d\zeta} - \tilde{\Gamma}_e \tilde{E} = 0, \quad \frac{d\tilde{q}_a}{d\zeta} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

с граничными условиями, полученными из условий срачивания.

При  $\zeta \rightarrow \infty$  положим

$$\left. \frac{d\tilde{n}_{\alpha 0}}{d\zeta} \right|_{\zeta \rightarrow \infty} = \left. \frac{dn_0}{dz} \right|_{z=0}.$$

При  $\zeta = 0$

$$\begin{aligned} \Gamma_e &= \Gamma_{eW}, \quad \Gamma_i = \Gamma_{iW}, \quad \Gamma_a W = -\chi \Gamma_{iW}, \\ n_e &= n_i = n_s, \quad n_a = n_{aW} = 1, \quad q_e = q_{es}, \end{aligned} \quad (18)$$

где диффузионные потоки  $\Gamma$ , концентрации  $n$  и тепловой поток электронов — решения, полученные в дебаевском слое. В последнем вводим "растянутую" координату  $\eta = z/\delta_m$ , где  $\delta_m$  — местное число Дебая  $\delta_m^2 = \delta^2 \varepsilon$ , и ищем решение в форме разложений

$$\begin{aligned} f_{e,i} &= \varepsilon \tilde{\tilde{f}}_{e0,i0}(\eta) + \dots, \quad n_{e,i} = \varepsilon \tilde{\tilde{n}}_{e0,i0}(\eta) + \dots, \\ E &= \frac{1}{\delta_m} \tilde{\tilde{E}}_0(\eta) + \dots, \quad \varphi = \tilde{\tilde{\varphi}}_0(\eta) + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

Подстановка их в (8)–(11) дает в нулевом приближении систему уравнений Власова–Пуассона

$$\frac{d\tilde{\Gamma}_{\alpha 0}}{d\eta} = 0, \quad \alpha = e, i, a,$$

$$T_s \frac{d\tilde{n}_{e0}}{d\eta} + \tilde{n}_{e0} \tilde{E}_0 = 0, \quad T_W \frac{d\tilde{n}_{i0}}{d\eta} - \tilde{n}_{i0} \tilde{E}_0 = 0, \quad T_W \frac{d\tilde{n}_{a0}}{d\eta} = 0,$$

$$\frac{d\tilde{q}_{e0}}{d\eta} = 0, \quad \frac{d\tilde{q}_{i0}}{d\eta} - \tilde{\Gamma}_{i0} \tilde{E}_0 = 0, \quad \frac{d\tilde{q}_{a0}}{d\eta} = 0 \quad (20)$$

с граничными условиями  $\eta = 0, \tilde{n}_{e0} = 0, \tilde{n}_{i0} = 0, \tilde{\varphi} = 0$ .

При  $\eta \rightarrow \infty$  имеем условия срачивания (18). Используя для  $\tilde{f}_{e0}$  и  $\tilde{f}_{i0}$  частные решения в виде разрывных максвеллианов [9], получим решения, которые и являются гармоничными условиями для кнудсовского слоя,

$$\Gamma_{iW} = -\sqrt{\frac{2T_W}{\pi}} \frac{\exp(-w_s^2)}{1 - \Phi(w_s)} n_s,$$

$$\mu\Gamma_{eW} = -\sqrt{\frac{2T_W}{\pi}} \frac{\exp(-w_{es}^2)}{1 + \Phi(w_{es})}, \quad w_{es} = \sqrt{\frac{\varphi_s}{T_s}},$$

$$q_{es} = \left[ \left( 2 + \frac{\varphi_s}{T_s} \right) T_s + I \right] \mu\Gamma_{eW},$$

где

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-z^2) dz, \quad (21)$$

$\varphi_s$  — потенциал слоя,  $I$  — потенциал ионизации.

Для определения скорости ионов в слое  $w_s$  используется обобщенный критерий Бома [10]

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-w_s^2)}{w_s[1 - \Phi(w_s)]} = 1 + \frac{T_W}{T_s}.$$

Таким образом, решение этих трех систем с соответствующими граничными условиями позволяет получить решение для всей области контакта полностью ионизованного газа с холодной поглощающей стенкой.

## Численные результаты

Задача решалась для плоского зонда. Система нелинейных уравнений в области гидродинамического приближения решалась методом пристрелки. Для того чтобы избежать подгонки по трем параметрам при  $r \rightarrow \infty$ , мы использовали приближенное решение для температуры тяжелях частиц  $T = 1 - (1 - T_W) \exp(-\gamma z)$ , где  $\gamma = \sqrt{3\lambda^2(\gamma_{ie} + 2\gamma_{ae}/T_W)\frac{2}{5}\Delta/(a_{11} - a_{21} + 2(a_{22} - a_{12}))}$ ,  $\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ . Концентрации в (15а) считались постоянными и равными 1.

Поскольку скорость ионизации зависит от  $T_e$  экспоненциально, то небольшие отклонения учитываются с помощью параметра  $D_1$ .

Расчеты были проведены для Хе при  $T_a = T_e = 12 \cdot 10^3$  К и давлении  $p = 1$  атм. Они показывают, что при реальной температуре зонда  $T_W = 0.3 - 0.5 T_\infty$  ионный ток на зонд зависит от степени ионизации значительно слабее, чем в изотермическом приближении (рис. 1).

Величина ионного тока составляет  $2 - 6 \cdot 10^4$  а/м<sup>2</sup>. На этом же рисунке представлена зависимость ионного тока от температуры зонда. По мере нагревания зонда ионный ток сначала несколько падает, затем возрастает до максимума при  $T_W = 1$ . Эта зависимость становится более слабой при уменьшении степени ионизации, т.е. с увеличением длины ионизации. Температура электронов падает у поверхности зонда с уменьшением  $T_W$  (рис. 1), но влияние степени ионизации на эту зависимость незначительно.

Падение потенциала в области контакта вычислялось в изотермическом приближении для электронов  $\varphi_\infty = \varphi_s - \ln(\epsilon n_s)$ .

Величина плавающего потенциала  $\varphi_{пл}$  составляет 11-13 в (рис. 2).

Зависимость  $\ln |j_e|$  от  $(\varphi - \varphi_{пл})$ , где  $\varphi_{пл}$  — плавающий потенциал зонда, используемая обычно для определения  $T_e$ , построена на рис. 3

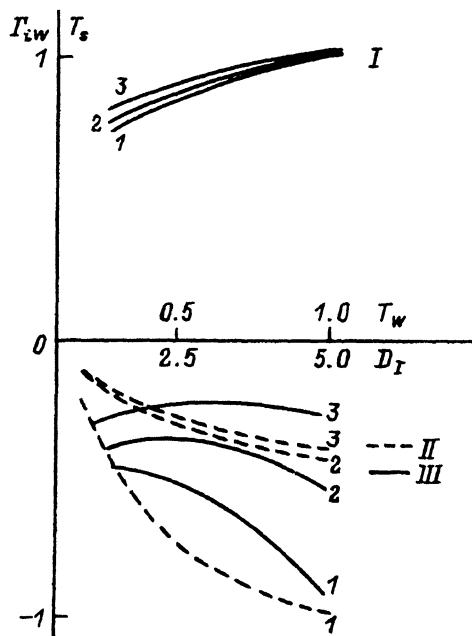


Рис. 1. Зависимость температуры электронов у поверхности зонда  $T_s/T_{em}$  от  $T_W$  (1 —  $D_1 = 5.0$ , 2 — 2.0, 3 — 0.5) (I), зависимость ионного тока на зонд  $\Gamma_{iw}/j_m$  от  $D_1$  (1 —  $T_W = 1.0$ , 2 — 0.5, 3 — 0.3) (II) и зависимость ионного тока на зонд  $\Gamma_{iw}/j_m$  от  $T_W$  (1 —  $D_1 = 5.0$ , 2 — 2.0, 3 — 0.5) (III).

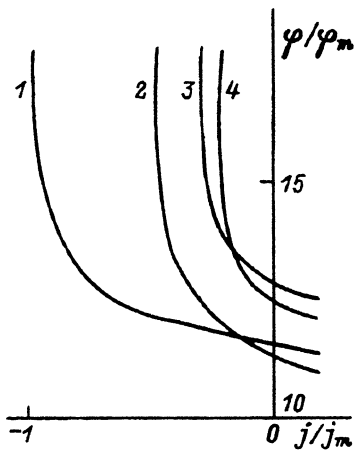


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики зонда.

$D_1$ : 1, 2 — 5.0; 3, 4 — 0.5;  $T_W$ : 1, 3 — 1.0; 2, 4 — 0.5.

для различных значений  $D_1$ . Видно, что углы наклона этих прямых зависят от температуры зонда  $T_W$ . Оказалось, что угол наклона соответствует температуре электронов у поверхности зонда  $T_s$ , полученной в расчетах (см. таблицу).

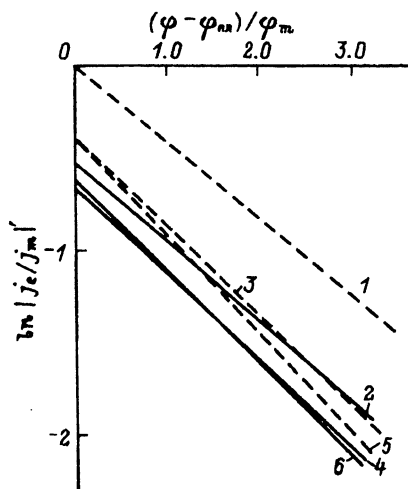


Рис. 3. Зависимость  $\ln |j_e/j_m|$  от  $(\varphi - \varphi_{пл})/\varphi_m$ .

$D_1$ : 1, 3, 5 — 5.0; 2, 4, 6 — 0.5;  $T_W$ : 1, 2 — 1.0; 3, 4 — 0.5; 5, 6 — 0.3.

$T_W$	$T_s$	
	$D_1 = 0.5$	$D_1 = 5.0$
1.0	0.99	1.0
0.5	0.89	0.84
0.3	0.86	0.78



## Список литературы

- [1] Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960.
  - [2] Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.
  - [3] Schottky W. // Phys. Zeitschrift. 1924. Vol. 25. P. 635-640.
  - [4] Чекмарев И.Б., Склярова Е.М. Препринт ФТИ им. А.Ф.Иоффе АН СССР. № 1361. Л., 1989.
  - [5] Hamel B.B. // Phys. Fluids. 1965. Vol. 8. N 3. P. 418-425.
  - [6] Чекмарев И.Б. // Итоги науки и техники ВИНТИ. Сер. Механика жидкости и газа. М., 1980. Т. 14. С. 65-126.
  - [7] Liu W.S., Witten B.T., Glass I.I. // J. Fluid Mech. 1978. Vol. 87. P. 609-640.
  - [8] Rapp D., Englander-Golden E.P. // J. Chem. Phys. 1965. Vol. 43. P. 1464-1479.
  - [9] Hu P.N., Ziering S. // Phys. Fluids. 1966. Vol. 9. N 11. P. 2168-2179.
  - [10] Чекмарев И.Б., Чекмарева О.М. Препринт ФТИ им. А.Ф.Иоффе АН СССР. № 838. Л., 1983.
-