

## К ТЕОРИИ РЕКОМБИНАЦИИ ХОЛЛА–ШОКЛИ–РИДА

© В.А.Холоднов

Государственный научный центр Российской Федерации НПО «Орион»,  
111123 Москва, Россия  
(Получена 26 июня 1995 г. Принята к печати 10 июля 1995 г.)

Детально проанализировано, как влияет значение концентрации рекомбинационных центров  $N$  на процесс генерации-рекомбинации Холла-Шокли-Рида. Рассмотрено слабое отклонение полупроводника от состояния термодинамического равновесия. Показано, что в концентрационных зависимостях времен жизни неравновесных электронов  $\tau_n(N)$  и дырок  $\tau_p(N)$ , в целом падающих с увеличением  $N$ , при определенных условиях может быть и участок роста на несколько порядков. Проведено аналитическое решение задачи на экстремум функций  $\tau_n(N)$  и  $\tau_p(N)$ . Исследованы зависимости положений экстремумов и значений этих функций в экстремальных точках от концентрации мелкой легирующей примеси  $N_D$ , энергии рекомбинационного уровня  $\mathcal{E}_t$ , отношения вероятностей захвата дырки и электрона на него  $\theta$ , энергии запрещенной зоны полупроводника  $\mathcal{E}_g$ , а также от температуры  $T$ . Дано подробное физическое толкование полученных результатов.

## 1. Введение

Рекомбинация неравновесных электронов и дырок в полупроводниках через глубокие примесные центры во многих случаях является доминирующей [1,2]. Основы теории примесной рекомбинации носителей были заложены еще в 1952 г. в вышедших почти одновременно работах Холла [3] и Шокли и Рида [4]. В них был рассмотрен генерационно-рекомбинационный процесс при одиночном примесном уровне в запрещенной зоне полупроводника. В дальнейших многочисленных работах теория примесной рекомбинации носителей развивалась в различных аспектах и детализировалась [2,5,6]. При этом должного внимания не уделялось исследованию зависимости времен жизни неравновесных электронов  $\tau_n(N)$  и дырок  $\tau_p(N)$  от концентрации рекомбинационных центров  $N$ , которые в ряде случаев преднамеренно вводятся в полупроводник (например, за счет облучения ионами высоких энергий [7,8]) для уменьшения времени переходных процессов. Видимо, это обусловлено сложившимся представлением, что чем больше  $N$ , тем больше темп захвата неравновесных носителей на примесные центры, а поэтому тем меньше времена жизни носителей. Такое явное разумное представление не вполне адекватно действительности —

время жизни неравновесных носителей могут и сильно вырасти (на порядок и более) при увеличении  $N$ , как это показано в кратком сообщении [9] на примере времени жизни дырок. Однако работа [9] носит всего лишь оценочный характер. В данной работе проведен последовательный математический и подробный физический анализ зависимости времени жизни неравновесных носителей от концентрации рекомбинационных центров. При этом в отличие от работы [9] исследована не только зависимость  $\tau_p(N)$ , но и  $\tau_n(N)$ . Рассмотрено слабое отклонение концентраций свободных носителей от их равновесных значений. Такая ситуация часто реализуется в полупроводниках, когда они используются для регистрации слабых сигналов, например, оптических. Показано, что несмотря на рост темпа захвата неравновесных электронов и дырок с ростом  $N$  зависимости как  $\tau_p(N)$ , так и  $\tau_n(N)$  при определенных условиях будут сильно немонотонными. Проанализированы их экстремальные точки (выведены соответствующие формулы) как функции параметров полупроводника и температуры. Проведена детальная физическая интерпретация полученных результатов. В частности, показано, что физические механизмы, ответственные за немонотонность  $\tau_p(N)$  и  $\tau_n(N)$ , отличаются друг от друга.

## 2. Постановка задачи. Времена жизни неравновесных носителей

Рассмотрим полупроводник, легированный мелкой, полностью ионизированной примесью одного типа (для определенности донорной) с концентрацией  $N_D$ , в котором рекомбинация неравновесных (избыточных) носителей происходит через атомы акцепторных примесей, находящиеся в двух зарядовых состояниях (пусть в нейтральном и однократно отрицательно заряженном). Нейтральному состоянию рекомбинационной примеси соответствует концентрация атомов  $N_0$ , являющихся центрами захвата электронов и в то же время центрами тепловой генерации дырок, а заряженному — концентрация атомов  $N_- = N - N_0$ , которые являются центрами захвата дырок и вместе с тем центрами тепловой генерации электронов. Такая ситуация отвечает одиночному рекомбинационному уровню [3,4,10], который во многих случаях является доминирующим [2,11–13].

Пусть неравновесные электроны и дырки возникают либо за счет межзонной генерации, либо за счет инжекционно-контактных процессов. Тогда в стационарном случае зарядное состояние атомов рекомбинационной примеси определяется уравнением

$$R_n = R_p, \quad (1)$$

где скорости рекомбинации-генерации электронов  $R_n$  и дырок  $R_p$ , обусловленные захватом носителей акцепторной примесью и тепловым выбросом их с рекомбинационного уровня в разрешенные зоны, равны

$$R_n = nN_0w_n - \delta^{-1}n_eN_-w_n, \quad R_p = pN_-w_p - \delta p_eN_0w_p. \quad (2)$$

Здесь  $n$  и  $p$  — концентрации электронов и дырок,  $n_e$  и  $p_e$  — их равновесные значения,  $w_n$  и  $w_p$  — вероятности захвата электрона и дырки на соответствующий центр,  $\delta = N_-^e/N_0^e$ , верхний индекс «e» указывает

на равновесные значения концентраций рекомбинационных центров в соответствующих зарядовых состояниях.

При малых отклонениях концентраций носителей  $\Delta n = n - n_e$ ,  $\Delta p = p - p_e$  и центров их захвата  $\Delta N_0 = N_0 - N_0^e = -\Delta N_- = N_-^e - N_-$  от своих равновесных значений можно произвести линеаризацию соотношений (1) и (2) относительно этих отклонений. Тогда, учитывая уравнение Пуассона

$$\operatorname{div} \Delta E = \frac{4\pi q}{\varepsilon} (\Delta p - \Delta n - \Delta N_-), \quad (3)$$

получим, что

$$R_n = \frac{\Delta n}{\tau_n} + a_n \operatorname{div} \Delta E, \quad R_p = \frac{\Delta p}{\tau_p} + a_p \operatorname{div} \Delta E, \quad (4)$$

где

$$\frac{1}{\tau_n} = w_n N \frac{\delta \theta}{1 + \delta} \frac{N + (1 + \delta)(1 + \delta^{-1})(n_e + p_e)}{\delta \theta N + (1 + \delta)(1 + \delta^{-1})(n_e + \delta \theta p_e)}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\tau_p} = w_p N \frac{\delta}{1 + \delta} \frac{\delta N + (1 + \delta)^2(n_e + p_e)}{\delta N + (1 + \delta)^2(n_e + \delta \theta p_e)}, \quad (6)$$

$$a_n = \frac{\varepsilon}{4\pi q} w_n N n_e \frac{\theta(1 + \delta)}{\delta \theta N + (1 + \delta)(1 + \delta^{-1})(n_e + \delta \theta p_e)}, \quad (7)$$

$$a_p = -\frac{\varepsilon}{4\pi q} w_p N p_e \frac{1 + \delta}{N + (1 + \delta)(1 + \delta^{-1})(n_e + \delta \theta p_e)}, \quad (8)$$

$\Delta E$  — изменение напряженности электрического поля, связанное с отклонением концентраций носителей и их центров захвата от своих равновесных значений;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость;  $q$  — заряд электрона,  $\theta = w_p/w_n$ . Первые слагаемые в выражениях (4) означают скорости рекомбинации избыточных электронов и дырок (а поэтому  $\tau_n$  и  $\tau_p$  означают их времена жизни) в условиях квазинейтральности по отношению к полю  $\Delta E$ , т. е. при достаточно малых значениях  $|\operatorname{div} \Delta E|$  [1-6, 11-13]. Эту терминологию для величин  $\tau_n$  и  $\tau_p$  мы оставляем и в случае нарушения квазинейтральности, так что значения  $\tau_n$  и  $\tau_p$ , которые мы будем исследовать, не зависят от значения  $\operatorname{div} \Delta E$ .

Используя функцию распределения электронов по акцепторным примесным состояниям и уравнение нейтральности для невырожденного полупроводника в состоянии термодинамического равновесия [14]

$$\frac{N}{N_D} = \frac{1 + \delta}{A\delta^2} (B + A\delta - \delta^2), \quad (9)$$

выражения (5) и (6) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{\tau_n} = w_n N_D \theta \frac{B + A\delta - \delta^2}{A\delta^2} \frac{A\delta + B(2 + \delta) + \delta^3}{\theta(B + A\delta - \delta^2) + (1 + \delta)(\theta B + \delta)}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{\tau_p} = w_p N_D \frac{B + A\delta - \delta^2}{A\delta} \frac{A\delta + B(2 + \delta) + \delta^3}{B + (A + \theta B)\delta + (\theta B + \delta)\delta^2}, \quad (11)$$

где

$$A = 2N_D/n_t, \quad B = 4p_t/n_t, \quad (12)$$

$n_t$  и  $p_t$  — равновесные концентрации электронов и дырок, когда энергия уровня Ферми  $\mathcal{E}_F$  совпадает с энергией примесного уровня  $\mathcal{E}_t$ . При выводе выражений (9)–(12) считалось, что фактор спинового вырождения акцепторного состояния равен  $1/2$  [5,13,15]. Соотношения (9)–(12) в параметрическом виде определяют зависимость времен жизни неравновесных носителей от концентрации рекомбинационных центров. Из рис. 1 видно, что в зависимостях  $\tau_n(N)$  и  $\tau_p(N)$ , в целом падающих с увеличением  $N$ , может быть и участок резкого роста.

### 3. Экстремальные точки

Далее проведено аналитическое решение задачи на экстремумы функций  $\tau_n(N)$  и  $\tau_p(N)$  при  $\theta \geq 1$ , так как дырки захватываются на притягивающий центр, а электроны — на нейтральный.

*Время жизни дырок.* Анализ уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \frac{1}{\tau_p} = 0, \quad (13)$$

определяющего экстремальные точки функции  $\tau_p(N)$ , показывает, что при отчетливой немонотонности этой функции

$$\sqrt{2N_D} \gg \sqrt{n_t} \quad \text{и} \quad 3n_t^2 \ll 4\theta n_t^2 \ll \theta N_D^2, \quad (14)$$

где  $n_i$  — собственная концентрация свободных носителей. Для определения положения минимума представим уравнение (13) в форме

$$\delta^2 + 2\theta B\delta - \theta AB[1 + \Lambda_{1p}(\delta)] = 0, \quad (15)$$

где абсолютное значение функции

$$\begin{aligned} \Lambda_{1p}(\delta) = & \frac{B + (A + \theta B)\theta}{\theta AB\delta} - \frac{B}{A\delta} + \\ & + \frac{B\delta^3 + (\delta^2 + B)[2B + (A + B)\delta]}{\theta AB\delta^6} [B + (A + \theta B)\delta + \theta B\delta^2 + \delta^3] + \\ & + \frac{B + A\delta - \delta^2}{\theta A\delta^5} \{A + (2\theta - 1)B + 4\theta B\delta + [3 + \theta(A + B)]\delta^2 - 2(\theta - 1)\delta^3\} \end{aligned} \quad (16)$$

много меньше единицы при

$$\delta = \delta_{1p}^{(0)} \equiv -\theta B + \sqrt{\theta B(A + \theta B)}. \quad (17)$$

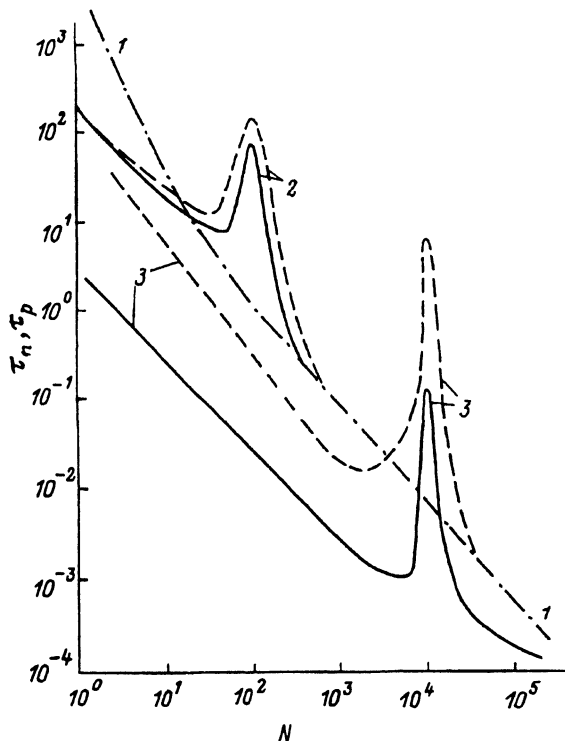


Рис. 1. Зависимость времен жизни дырок  $\tau_p$  (сплошные линии) и электронов  $\tau_n$  (штриховые) от концентрации рекомбинационных центров  $N$  при различных значениях концентрации мелких доноров  $N_D$ .  $N_D/n_i$ : 1 —  $< 1$ , 2 —  $10^2$ , 3 —  $10^4$ . Времена жизни измерены в единицах  $(n_i w_p)^{-1}$ , концентрация  $N$  — в единицах  $n_i$ . Принято:  $\theta = 10^2$ ,  $n_t = 10^2 n_i$ .

Это означает, что первый корень уравнения (13)  $\delta_{1p}$  можно искать методом последовательных приближений, используя малый параметр  $\Lambda_{1p}(\delta_{1p})$ . Нулевое приближение (17) приводит к формуле

$$N_{1p} = N_D + 2\theta p_t - \sqrt{2\theta p_t(N_D + 2\theta p_t)} \quad (18)$$

для концентрации рекомбинационных центров  $N = N_{1p}$ , при которой зависимость  $\tau_p(N)$  достигает минимума  $\tau_{p\min}$  (рис. 1). Из этой формулы следует, что величина отношения  $N_{1p}$  к  $N_D$  увеличивается с увеличением  $N_D$  в интервале значений от  $1/2$  при  $N_D \ll 2\theta p_t$  до  $1 - \sqrt{2\theta p_t/N_D} \simeq 1$  при  $N_D \gg 2\theta p_t$  (рис. 2). Далее показано, что экстремум типа максимума функции  $\tau_p(N)$ , как и функции  $\tau_n(N)$ , может иметь место только при значениях  $N$ , близких к  $N_D$ . Поэтому в выражении для верхнего предела значения  $N_{1p}$  сохранена малая поправка, которая, как показывает анализ, является основной.

Для определения положения максимума функции  $\tau_p(N)$  преобразуем уравнение (13) к виду

$$[1 - \Lambda_{2p}(\delta)]\delta^2 = A + B, \quad (19)$$

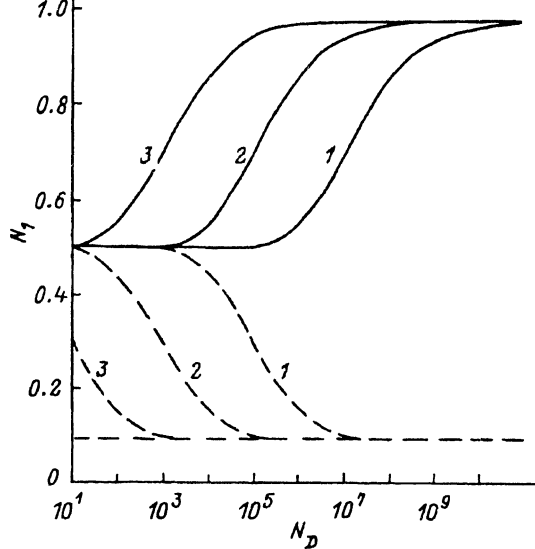


Рис. 2. Зависимость положений минимумов  $N_1$  функций  $\tau_p(N)$  (сплошные линии) и  $\tau_n(N)$  (штриховые) от концентрации мелких доноров  $N_D$  при различных расположениях рекомбинационного уровня.  $n_t/n_i$ : 1 —  $10^{-4}$ , 2 —  $10^{-2}$ , 3 — 1, 4 —  $10^2$ . Концентрация  $N_1$  измерена в единицах  $N_D$ , концентрация  $N_D$  — в единицах  $n_i$ . Принято:  $\theta = 10^2$ .

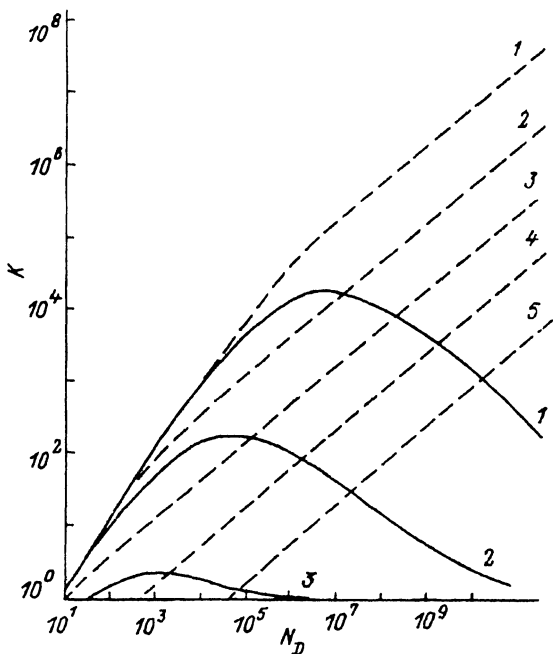


Рис. 3. Зависимость отношений  $K$  максимального к минимальному времени жизни дырок (сплошные линии) и электронов (штриховые) от концентрации мелких доноров  $N_D$  при различных расположениях рекомбинационного уровня.  $n_t/n_i$ : 1 —  $10^{-4}$ , 2 —  $10^{-2}$ , 3 — 1, 4 —  $10^2$ , 5 —  $10^4$ . Концентрация  $N_D$  измерена в единицах  $n_i$ . Принято:  $\theta = 10^2$ .

где абсолютное значение функции

$$\Lambda_{2p}(\delta) = \frac{1}{\theta\delta^4} [A + (2\theta - 1)B + 4\theta B\delta + 3\delta^2 - 2(\theta - 1)\delta^3] + \frac{B + \delta^2}{\theta B\delta^5} [2B + (A + B)\delta + \delta^3] \left[ 1 + \frac{\delta(\delta + 1)(\theta B + \delta)}{B + A\delta - \delta^2} \right] \quad (20)$$

много меньше единицы при

$$\delta = \delta_{2p}^{(0)} \equiv \sqrt{A + B}. \quad (21)$$

Поэтому второй корень уравнения (13)  $\delta_{2p}$  можно искать методом последовательных приближений, используя малый параметр  $\Lambda_{2p}(\delta_{2p})$ . Из соотношений (9) и (21) следует, что концентрация рекомбинационных центров  $N = N_{2p}$ , при которой зависимость  $\tau_p(N)$  достигает максимума  $\tau_{p \max}$  (рис. 1), в первом приближении по малому параметру  $\Lambda_{2p}(\delta_{2p})$  определяется выражением

$$\frac{N_{2p}}{N_D} = 1 - \frac{1}{A + B} - \frac{\sqrt{A + B}}{A} \Lambda_{2p}(\sqrt{A + B}) \simeq 1. \quad (22)$$

В частности,

$$\frac{N_{2p}}{N_D} = \begin{cases} 1 - \frac{n_t}{2N_D} \left( 1 + \frac{2}{\theta} + \frac{\sqrt{2N_D n_t}}{\theta p_t} \right) & \text{при } N_D \gg 2p_t, \\ 1 - \left( \frac{2n_i}{N_D} \right)^2 & \text{при } 2n_i \ll N_D \ll 2p_t. \end{cases} \quad (23)$$

Из соотношений (11), (12), (14), (17) и (21) следует, что

$$K_p(N_D) \equiv \frac{\tau_{p \max}}{\tau_{p \min}} = \begin{cases} N_D/8n_i & \text{при } 8n_i \ll N_D \ll 2p_t, \\ \sqrt{N_D/32n_i} & \text{при } N_D \ll 2\theta p_t \ll \theta N_D, \\ \sqrt{2\theta p_t}/\sqrt{N_D n_t} & \text{при } \sqrt{2N_D n_t} \ll 2\theta p_t \ll N_D, \\ \sim 1 & \text{при } 2\theta p_t \ll \sqrt{2N_D n_t}. \end{cases} \quad (24)$$

Отсюда видно, что функция  $K_p(N_D)$  является немонотонной и может изменяться на несколько порядков (рис. 3). Значение

$$\tau_{p \max} = \left( 1 + \frac{\sqrt{2\theta p_t}}{\sqrt{N_D n_t + 2n_i^2}} \right) (N_D w_p)^{-1} \quad (25)$$

увеличивается при уменьшении энергии рекомбинационного уровня  $\mathcal{E}_i$  (рис. 4).

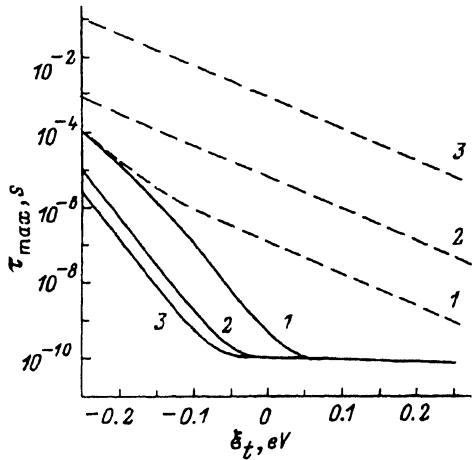


Рис. 4. Зависимость максимального времени жизни  $\tau_{max}$  дырок (сплошные линии) и электронов (штриховые) для Ge (1), Si (2) и GaAs (3) от положения рекомбинационного уровня по отношению к середине запрещенной зоны полупроводника  $\Delta = \mathcal{E}_t - \mathcal{E}_g/2$  при  $T = 300$  К. Использованы значения параметров полупроводников, приведенные в монографии [1]. Принято:  $N_D = 10^{16}$  см $^{-3}$ ,  $w_n = 10^{-8}$  см $^3$ /с,  $\theta = 10^2$ .

Характер зависимости  $\tau_{pmax}$  от температуры  $T$  определяется положением рекомбинационного уровня в запрещенной зоне полупроводника (рис. 5). При уменьшении температуры  $\tau_{pmax}$  падает, если  $\mathcal{E}_t \geq \mathcal{E}_g/2$ , и растет, если  $\mathcal{E}_t \leq \mathcal{E}_g/3$ , где  $\mathcal{E}_t$  отсчитывается от потолка валентной зоны,  $\mathcal{E}_g$  — ширина запрещенной зоны. Если  $\mathcal{E}_g/3 < \mathcal{E}_t < \mathcal{E}_g/2$ , то зависимость  $\tau_{pmax}(T)$  имеет максимальное значение при

$$T = \tilde{T} \equiv \frac{\mathcal{E}_t}{k} \ln^{-1} \left( 2 \frac{N_v}{N_D} \frac{\mathcal{E}_g - 2\mathcal{E}_t}{3\mathcal{E}_t - \mathcal{E}_g} \right), \quad (26)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $N_v$  — эффективная плотность состояний в валентной зоне.

Время жизни электронов. Анализ уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \frac{1}{\tau_n} = 0, \quad (27)$$

определяющего экстремальные точки функции  $\tau_n(N)$ , показывает, что при отчетливой немонотонности этой функции

$$\sqrt{N_D} \gg \sqrt{2n_t} \quad \text{и} \quad 2n_t \gg N_D. \quad (28)$$

Для определения положения минимума представим уравнение (27) в виде

$$(\theta - 1)\delta^2 - 2\theta(A + B)\delta + \theta A(A + B)[1 + \Lambda_{1n}(\delta)] = 0, \quad (29)$$

где абсолютное значение функции

$$\begin{aligned} \Lambda_{1n}(\delta) = & \frac{(\theta - 1)B}{\theta A(A + B)} - \frac{2B + A\delta}{\theta A(A + B)\delta} \left[ \left( 1 + \frac{2\theta B}{\delta} \right) \left( 1 + \frac{A + B}{\delta^2} + \frac{2B}{\delta^3} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\delta} \left( A + B + \frac{2B}{\delta} \right) \left( \theta \frac{A + B}{\delta} - \theta + 1 \right) \right] + \frac{B + A\delta - \delta^2}{\theta A(A + B)\delta} \times \\ & \times \left[ 2 + (\theta - 1) \frac{A + B}{\delta} + \frac{6\theta B}{\delta} + \frac{2B}{\delta^2} \left( 2\theta - 2 - \frac{1}{\delta} \right) \right] \end{aligned} \quad (30)$$



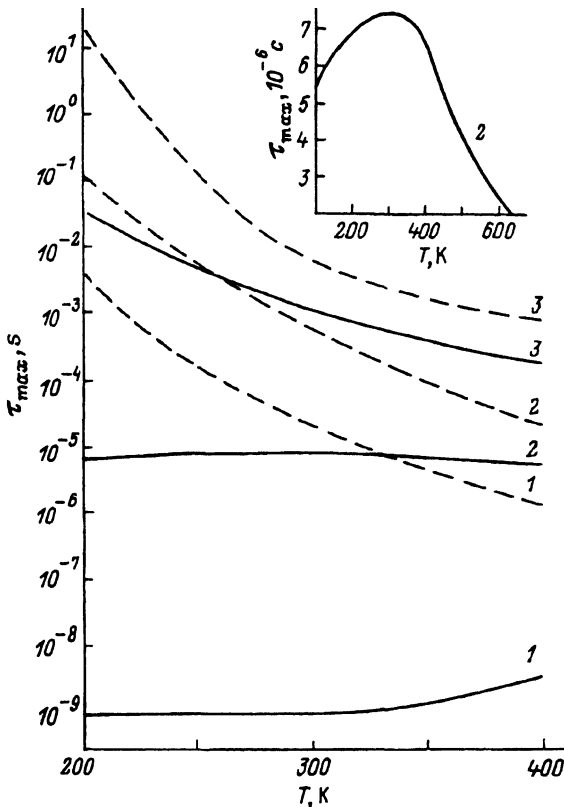


Рис. 5. Зависимость максимального времени жизни  $\tau_{\max}$  дырок (сплошные линии) и электронов (штриховые) от температуры  $T$  для Si при различных положениях рекомбинационного уровня. Энергия рекомбинационного уровня  $\mathcal{E}_i$  отсчитывается от потолка валентной зоны. Используются значения параметров кремния, приведенные в монографии [1].  $\mathcal{E}_i$ : 1 —  $\mathcal{E}_g/2$ , 2 —  $(51/152)\mathcal{E}_g$ , 3 —  $\mathcal{E}_g/4$ . Принято:  $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $w_n = 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$ ,  $\theta = 10^2$ .

много меньше единицы при

$$\delta = \delta_{1n}^{(0)} \equiv \frac{\sqrt{\theta(A+B)}}{\theta-1} \left[ \sqrt{\theta(A+B)} - \sqrt{A+\theta B} \right]. \quad (31)$$

Следовательно, первый корень уравнения (27)  $\delta_{1n}$  можно искать, используя малый параметр  $\Lambda_{1n}(\delta_{1n})$ . Нулевое приближение (31) приводит к следующей формуле для концентрации рекомбинационных центров  $N = N_{1n}$ , при которой зависимость  $\tau_n(N)$  достигает минимума  $\tau_{n \min}$ :

$$N_{1n} = \frac{\sqrt{N_D + 2\theta p_t}}{\theta - 1} \left[ \sqrt{\theta(N_D + 2p_t)} - \sqrt{N_D + 2\theta p_t} \right]. \quad (32)$$

Из этой формулы следует, что величина отношения  $N_{1n}$  к  $N_D$  уменьшается с увеличением  $N_D$  в интервале значений от  $1/2$  при  $N_D \ll 2p_t$  до  $1/(\sqrt{\theta} + 1)$  при  $N_D \gg 2\theta p_t$  (рис. 2).

Уравнение (27) можно преобразовать к виду (19), где вместо  $\Lambda_{2p}(\delta)$  будет стоять функция

$$\Lambda_{2n}(\delta) = \frac{2\delta}{A} + \frac{2B}{A} \frac{\theta(A+B)\delta + 2\theta B + \delta}{\theta(A+B)\delta^4} \left( 2A + B + \frac{2B}{\delta} \right) +$$

$$+ (2\theta B + \delta) \frac{A(A+B+\delta^2) + 2B\delta}{\theta A(A+B)\delta^3} - 2 \frac{B + A\delta - \delta^2}{\theta A(A+B)\delta^4} (\delta^3 + 3\theta B\delta^2 - 2B) -$$

$$- (\theta - 1) \frac{2B[4B + (4A+B)\delta + (\delta - 2)\delta^2] + 2A(A+B)\delta^2 + \delta(B - \delta^2)(A+B - \delta^2)}{\theta A(A+B)\delta^4}.$$

(33)

При значении  $\delta = \delta_{2n}$ , отвечающем максимуму  $\tau_{n \max}$  функции  $\tau_n(N)$ ,  $|\Lambda_{2n}(\delta)| \ll 1$ . Поэтому в нулевом приближении по  $\Lambda_{2n}(\delta_{2n})$  значение  $\delta_{2n} = \delta_{2p}^{(0)}$ , концентрация  $N = N_{2n}$ , при которой  $\tau_n(N) = \tau_{n \max}$ , равна (как и в случае дырок)  $N_D$ , а

$$K_n(N_D) \equiv \frac{\tau_{n \max}}{\tau_{n \min}} = \begin{cases} N_D/8n_i & \text{при } 2n_i \ll N_D \ll 2p_t, \\ (1/\kappa)\sqrt{N_D/2n_t} & \text{при } N_D \gg 2p_t, \end{cases} \quad (34)$$

где  $\kappa = 4$  при  $\theta = 1$  и  $\kappa = 1$  при  $\theta \gg 1$ . Из (34) видно, что функция  $K_n(N_D)$  в отличие от функции  $K_p(N_D)$  монотонно растет с увеличением  $N_D$  и этот рост может составлять много порядков (рис. 3).

Значение

$$\tau_{n \max} = \sqrt{\frac{N_D + 2p_t}{2n_t}} \cdot (N_D w_n)^{-1} \quad (35)$$

увеличивается, как и  $\tau_{p \max}$ , при уменьшении энергии рекомбинационного уровня (рис. 4) и в отличие от  $\tau_{p \max}$  всегда падает с увеличением температуры (рис. 5).

#### 4. Физическая интерпретация

*Дырки.* Обратное время жизни дырок,

$$\frac{1}{\tau_p} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\tau_{pi}}, \quad (36)$$

складывается из трех парциальных составляющих. Первая из них,

$$\frac{1}{\tau_{p1}} = w_p N_-^e = w_p N_D \frac{B + A\delta - \delta^2}{A\delta}, \quad (37)$$

отвечает изменению скорости захвата дырок  $\Delta p w_p N_-^e$ , обусловленному лишь отклонением концентрации дырок от своего равновесного значения (захват избыточных дырок  $\Delta p$  на равновесные центры захвата  $N_-^e$ ). Вторая составляющая,

$$\frac{1}{\tau_{p2}} = -w_p N_D \frac{B}{A\delta} \frac{(\delta\theta - 1)(B + A\delta - \delta^2)}{A\delta + B[1 + \delta\theta(1 + \delta)] + \delta^3}, \quad (38)$$

отвечает изменению скорости захвата дырок  $p_e w_p \Delta N_-$ , обусловленному лишь отклонением концентрации центров захвата дырок от своего равновесного значения (захват равновесных дырок  $p_e$  на неравновесные центры захвата  $\Delta N_-$ ). Третья составляющая,

$$\frac{1}{\tau_{p3}} = \frac{\delta}{\tau_{p2}}, \quad (39)$$

отвечает изменению скорости теплового выброса дырок с примесного уровня в валентную зону  $2p_i w_p \Delta N_0$ , обусловленному отклонением концентрации центров генерации дырок от своего равновесного значения (тепловая генерация дырок с неравновесных центров  $\Delta N_0$ ). Время  $\tau_{p1}$  можно рассматривать как время захвата избыточных дырок равновесными ловушками, время  $\tau_{p2}$  — как время релаксации избыточных дырок за счет захвата равновесных дырок неравновесными ловушками, а время  $\tau_{p3}$  можно считать временем термической генерации дырок с неравновесных центров.

При выполнении условий (14) и значениях  $N$ , меньших  $N_D$ , рекомбинационные центры практически полностью заполнены электронами ( $\delta \gg 1$ ). По этой причине даже при  $\theta = 1$  время захвата дырки  $\tau_{p1}$  много меньше времени захвата электрона  $\tau_{n1}$  на соответствующие равновесные центры захвата. Другими словами, дырки захватываются равновесными центрами гораздо более интенсивно, чем электроны. Следовательно, появление избыточных свободных носителей приводит к появлению дополнительных, неравновесных центров тепловой генерации дырок и, одновременно, к уменьшению их центров захвата ( $\Delta N_0 = -\Delta N_- > 0$ ). При таком изменении зарядового состояния атомов рекомбинационной примеси составляющие  $1/\tau_{p2}$  и  $1/\tau_{p3}$  в выражении (36) имеют отрицательные значения, причем  $|\tau_{p3}| \ll |\tau_{p2}|$ , так как при  $N < N_D$   $\delta \gg 1$ . Это означает, что в рассматриваемых условиях преимущественно за счет тепловой генерации дырок с их неравновесных центров генерации время жизни дырок  $\tau_p$  превосходит время их захвата на равновесные ловушки  $\tau_{p1}$ . Пока  $N < N_D$ , число равновесных центров захвата дырок растет ( $N_e^- \simeq N$ ) при увеличении значения  $N$ , а центров захвата электронов остается по-прежнему мало ( $N_0^e \ll N$ ). Поэтому растет и концентрация неравновесных центров тепловой генерации дырок  $\Delta N_0$ . Этот рост вызывает более быстрое уменьшение  $|\tau_{p3}|$ , чем уменьшение  $\tau_{p1}$ . В результате, начиная с концентрации  $N = N_{1p}$ , скорость тепловой генерации дырок с неравновесных центров и скорость захвата неравновесных дырок на равновесные ловушки становятся близки друг к другу. По этой причине  $\tau_p$  начинает расти (рис. 1).

Когда  $N$  становится больше чем  $N_D$ , равновесная концентрация дырочных ловушек  $N_e^-$  практически стабилизируется, в то время как равновесная концентрация электронных ловушек  $N_0^e$  возрастает с ростом концентрации рекомбинационных центров ( $N_0^e \simeq N - N_D$  при  $n_i/2 \ll N - N_D \ll N_D^2/2p_i$ ,  $N_e^- \simeq N_D$ ). Это означает, что отношение  $\tau_{p1}/\tau_{n1}$  увеличивается с увеличением  $N$ . По этой причине концентрация неравновесных центров термической генерации дырок уменьшается, а концентрация дырочных ловушек  $N_-$  возрастает. В результате  $\tau_p(N)$  уменьшается с увеличением  $N$  (рис. 1). Когда  $N$  становится больше чем  $N_D^2/2p_i$ , равновесная концентрация дырочных ловушек

снова возрастает вместе с ростом  $N$  за счет термического выброса электронов из валентной зоны на примесный уровень ( $N_-^e \simeq \sqrt{2p_+N}$ ). Однако равновесная концентрация электронных ловушек возрастает гораздо быстрее ( $N_0^e \simeq N$ ). Поэтому уменьшение  $\tau_p(N)$  продолжается. Как видно из выражений (36)–(39),  $\tau_p$  становится меньше чем  $\tau_{p1}$ , когда  $\delta\theta$  становится меньше единицы.

Как было показано выше, с увеличением  $N_D$  положение минимума  $N_{1p}$  функции  $\tau_p(N)$  сдвигается к  $N_D$  (рис. 2). Причина заключается в том, что равновесные электроны, захватываясь неравновесными центрами тепловой генерации дырок, уменьшают концентрацию этих центров  $\Delta N_0$ . Чем больше равновесная концентрация электронов  $n_e$ , тем больше это уменьшение. Значение  $n_e$  растет с ростом  $N_D$ . Когда  $N$  возрастает,  $n_e$  уменьшается, а  $N_-^e$  увеличивается, что вызывает увеличение  $\Delta N_0$  при  $N < N_D$ . Другими словами, уменьшение  $\Delta N_0$  при увеличении  $N_D$  компенсируется увеличением  $\Delta N_0$  при увеличении  $N$ . Вот почему, чем больше  $N_D$ , тем ближе  $N_{1p}$  к  $N_D$ .

По тем же самым причинам немонотонная зависимость  $\tau_p$  от  $N$  исчезает, как было показано выше, при  $N_D > 2(\theta p_t)^2/n_t$  (рис. 3). Немонотонная зависимость  $\tau_p$  от  $N$  не имеет места и при малых значениях  $N_D$  (см. неравенства (14), рис. 1, 3), когда степень равновесной заселенности электронами рекомбинационного уровня определяется в основном электронно-дырочными переходами между ним и свободными зонами. В этом случае значения величины  $\delta$  не могут обеспечить более быстрый рост скорости тепловой генерации дырок с неравновесных центров по сравнению со скоростью захвата неравновесных дырок на их равновесные ловушки при увеличении  $N$ . Максимальное значение  $\tau_{p\max}/\tau_{p\min}$  примерно равно  $\sqrt{\theta p_t/n_t}$  и достигается при  $N_D \simeq 2\theta p_t$ .

Отметим также, что по мере увеличения энергии рекомбинационного уровня  $\mathcal{E}_t$  немонотонная зависимость  $\tau_p(N)$  постепенно ослабевает (рис. 3) и затем исчезает совсем. Это обусловлено увеличением концентрации равновесных электронов, уменьшением значения  $\delta$  и вероятности теплового выброса дырки с рекомбинационного уровня в валентную зону по мере удаления его положения от потолка валентной зоны. По той же причине значение  $\tau_{p\max}$  уменьшается при увеличении  $\mathcal{E}_t$  (рис. 4).

Характер зависимости  $\tau_{p\max}$  от температуры (рис. 5) определяется температурными зависимостями

$$\delta_{2p}(T) = \frac{1}{n_i(T)} \sqrt{2N_D p_t(T) + 4p_t^2(T)}, \quad (40)$$

$$p_t(T) = N_v \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_t}{kT}\right) \quad \text{и} \quad n_e(T) = \frac{\delta_{2p}(T)n_i^2(T)}{2p_t(T)}. \quad (41)$$

Значения  $p_t(T)$  и  $n_e(T)$  всегда растут с ростом  $T$ . Увеличение  $p_t$  означает увеличение вероятности теплового выброса дырки с рекомбинационного уровня в валентную зону. Поэтому упомянутый процесс способствует росту  $\tau_{p\max}$  при увеличении  $T$ . Рост  $n_e(T)$ , вместе с тем, способствует падению  $\tau_{p\max}$  при увеличении  $T$  за счет уменьшения концентрации неравновесных центров тепловой генерации дырок  $\Delta N_0$ .

Значение  $\delta_{2p}$  падает с ростом  $T$  при  $\mathcal{E}_t \leq \mathcal{E}_g/2$  за счет все более близкого приближения  $N_{2p}$  к  $N_D$  (см. выражение (23)). Оно падает и при  $\mathcal{E}_t > \mathcal{E}_g/2$  вплоть до температур, при которых немонотонные зависимости  $\tau_p$  и  $\tau_n$  от  $N$  исчезают. Падение значения  $\delta_{2p}$  уменьшает  $\Delta N_0$ , а поэтому способствует уменьшению  $\tau_{p\max}$  с ростом температуры. Когда  $\mathcal{E}_t \geq \mathcal{E}_g/2$ , то  $p_t(T)$  растет быстрее, чем падает  $\delta_{2p}(T)$  и растет  $n_e(T)$ . В результате  $\tau_{p\max}$  увеличивается с увеличением температуры. Если  $\mathcal{E}_t \leq \mathcal{E}_g/3$ , то рост  $p_t$  с увеличением  $T$  не может компенсировать уменьшение  $\delta_{2p}$  и увеличение  $n_e$ . В результате  $\tau_{p\max}$  падает с увеличением температуры. Если  $\mathcal{E}_g/3 < \mathcal{E}_t < \mathcal{E}_g/2$ , то по тем же самым причинам, что и в предыдущих случаях, при  $T < \tilde{T}$  функция  $\tau_{p\max}(T)$  — растущая, а при  $T > \tilde{T}$  — падающая.

**Электроны.** Аналогично ситуации с дырками, обратное время жизни электронов складывается из трех парциальных составляющих:

$$\frac{1}{\tau_{n1}} = w_n N_0^e = w_n N_D \frac{B + A\delta - \delta^2}{A\delta^2}, \quad (42)$$

$$\frac{1}{\tau_{n2}} = w_n N_D \frac{\delta\theta - 1}{A} \frac{B + A\delta - \delta^2}{\theta(B + A\delta - \delta^2) + (1 + \delta)(\theta B + \delta)}, \quad (43)$$

$$\frac{1}{\tau_{n3}} = \frac{1}{\delta\tau_{n2}}. \quad (44)$$

Времена  $\tau_{n1}$ ,  $\tau_{n2}$  и  $-\tau_{n3}$  имеют физический смысл, подобный временам  $\tau_{p1}$ ,  $\tau_{p2}$  и  $-\tau_{p3}$  соответственно.

Когда  $N < N_D$ , величина  $\delta \gg 1$ , и, следовательно,  $\tau_{p1} \ll \tau_{n1}$ . Поэтому появление избыточных свободных носителей приводит к возникновению дополнительных, неравновесных центров захвата электронов и одновременно к уменьшению центров их генерации ( $\Delta N_0 = -\Delta N_- > 0$ ). При таком изменении зарядового состояния рекомбинационных центров парциальные составляющие  $1/\tau_{n2}$  и  $1/\tau_{n3}$  имеют положительные значения, причем  $\tau_{n2} \ll \tau_{n3}$ , так как при  $N < N_D$  величина  $\delta \gg 1$ . Это означает, что в рассматриваемых условиях, преимущественно за счет захвата равновесных электронов на неравновесные ловушки, время жизни электронов  $\tau_n$  меньше времени их захвата на равновесные ловушки  $\tau_{n1}$ . При увеличении значения  $N$  число равновесных центров захвата дырок растет, а значение захвата электронов остается по-прежнему малым. В результате растет концентрация неравновесных центров захвата электронов  $\Delta N_0$ . По этой причине, начиная с концентрации  $N = N_{1n}$ , скорость захвата равновесных электронов на неравновесные центры становится больше скорости захвата неравновесных электронов на равновесные ловушки. Другими словами, определяющей составляющей обратного времени жизни электронов  $1/\tau_n$  становится  $1/\tau_{n2}$ , которая падает с ростом  $N$  за счет уменьшения концентрации равновесных электронов  $n_e$ , т. е.  $\tau_n \simeq \tau_{n2}$ , и растет с увеличением  $N$  (рис. 1).

При значениях  $N$ , больших  $N_D$ , отношение  $\tau_{p1}$  к  $\tau_{n1}$  растет с увеличением  $N$ . Это в свою очередь приводит к уменьшению концентрации неравновесных центров захвата электронов при увеличении  $N$ . Кроме того, продолжает падать значение  $n_e$ . В результате определяющей

составляющей становится  $1/\tau_{n1}$ , и поэтому  $\tau_n(N)$  падает с ростом  $N$  (рис. 1).

Как было показано выше, в отличие от зависимости  $\tau_p(N)$  отношение  $N_{1n}$  к  $N_D$  уменьшается (рис. 2), а  $\tau_{n\max}/\tau_{n\min}$  всегда монотонно возрастает с ростом  $N_D$  (рис. 3). Эти закономерности обусловлены ростом  $n_e$  при увеличении  $N_D$ . За счет этого скорость захвата равновесных электронов неравновесными ловушками становится больше скорости захвата неравновесных электронов равновесными ловушками при меньших концентрациях  $\Delta N_0$ , т.е. при меньших значениях  $N/N_D$ . В противоположность ситуации с дырками, уменьшение  $\Delta N_0$  компенсируется увеличением  $n_e$ .

Подобно дырочному времени жизни по мере уменьшения  $N_D$  или увеличения  $\mathcal{E}_t$  немонотонная зависимость  $\tau_n$  от  $N$  постепенно ослабевает и затем исчезает совсем (рис. 1, 3). Первая из этих закономерностей связана с тем, что с уменьшением  $N_D$  уменьшаются  $n_e$  и значение величины  $\delta = 2n_e/n_t$ . Вторая закономерность обусловлена уменьшением значения  $\delta$ , а следовательно, и  $\Delta N_0$  с увеличением энергии рекомбинационного уровня  $\mathcal{E}_t$ . При этом, однако, за счет роста  $n_e$  немонотонность исчезает при больших значениях  $\mathcal{E}_t$ , чем в случае дырок.

За счет уменьшения  $\delta_{2n}$  уменьшается и значение  $\tau_{n\max}$  при увеличении  $\mathcal{E}_t$  (рис. 4). Характер зависимости  $\tau_{n\max}$  от температуры (рис. 5) определяется только зависимостью  $\delta_{2n}(T)$ , поскольку в точке максимума  $\tau_n = \tau_{n1}/2 \sim 1/N_0^e \sim \delta_{2n}$ . В нулевом приближении  $\delta_{2n}(T)$  совпадает с  $\delta_{2p}(T)$ , определяемым выражением (40). Поэтому  $\tau_{n\max}$  всегда уменьшается с увеличением температуры.

## 5. Заключение

При увеличении концентрации рекомбинационных центров растет темп захвата ими неравновесных носителей. Тем не менее, как показано в данной работе, за счет слабо неравновесного заполнения рекомбинационного уровня это совсем не обязательно должно сопровождаться уменьшением времен жизни неравновесных носителей. Дело в том, что времена жизни определяются не только захватом неравновесных носителей на равновесные ловушки, но и тепловым выбросом электронов и дырок неравновесными центрами из связанного состояния в свободное, а также захватом равновесных носителей неравновесными ловушками. По этой причине времена жизни неравновесных носителей могут оказаться как больше, так и меньше времени их захвата на равновесные ловушки и быть сильно немонотонными функциями концентрации центров рекомбинации. Существенно, что отношение времен жизни в максимуме и минимуме этих функций может составлять несколько порядков. Рассмотренные в данной работе закономерности реализуются при сколь угодно низких уровнях возбуждения и проявляются тем ярче, чем больше ширина запрещенной зоны полупроводника.

В статье [11] сообщалось о наличии минимума и участка слабого роста (на 24%) в экспериментальной зависимости времени жизни неравновесных носителей от концентрации рекомбинационных центров, которая увеличивалась вследствие облучения образца электронами высоких энергий.

Результаты данной работы также показывают, что фоточувствительность полупроводников можно сильно увеличить и при большой

концентрации рекомбинационных центров, если оптимально выбрать концентрацию мелкой легирующей примеси и энергетическое положение рекомбинационного уровня в запрещенной зоне полупроводника.

Тематика данной работы поддержана Российским фондом фундаментальных исследований.

### Список литературы

- [1] С. Зи. *Физика полупроводниковых приборов* (М., Мир, 1984) ч. 1, 2.
- [2] А. Милнс. *Примеси с глубокими уровнями в полупроводниках* (М., Мир, 1982).
- [3] R.N. Hall. *Phys. Rev.*, **87**, 387 (1952).
- [4] W. Shockley, W.T. Read. *Phys. Rev.*, **87**, 835 (1952).
- [5] Дж.С. Блекмор. *Статистика электронов в полупроводниках* (М., Мир, 1964).
- [6] С.М. Рывкин. *Фотоэлектрические явления в полупроводниках* (М., Физматгиз, 1963).
- [7] P.M. Downey, R.J. Martin, K.E. Nahory, O.G. Lorimor. *Appl. Phys. Lett.*, **46**, 396 (1985).
- [8] A. Schaelin, R. Loepfe, H. Melchior, M. Suter, W. Woelfl. *Mater. Sci. Engin. B*, **2**, 81 (1989).
- [9] А.А. Другова, В.А. Холоднов. *Письма ЖТФ*, **18**, 23 (1992).
- [10] В.В. Осипов, В.А. Холоднов. *ФТП*, **4**, 2241 (1970).
- [11] G.K. Wertheim. *Phys. Rev.*, **109**, 1086 (1958).
- [12] Р. Смит. *Полупроводники* (М., Мир, 1982).
- [13] Дж. Блейкмор. *Физика твердого тела* (М., Мир, 1988).
- [14] В.А. Холоднов. Автореф. канд. дис. (М., МФТИ, 1973).
- [15] П.С. Киреев. *Физика полупроводников* (М., Высш. шк., 1969).

Редактор Л.В. Шаронова

## To the theory of Hall–Shockley–Reed recombination

*V.A. Kholodnov*

State Research Center of Russia, Research and Production Enterprise «Orion»,  
111123 Moscow, Russia

A study has been made of how the value of the concentration of recombination centers  $N$  affects the Hall–Shockley–Reed generation–recombination process. A small departure of the semiconductor from equilibrium has been considered. It is shown that the concentration dependences of non–equilibrium electron and hole lifetimes,  $\tau_n(N)$  and  $\tau_p(N)$ , respectively, which, on the whole, diminish with the  $N$  increase, under certain conditions exhibit a portion of growth rate by several orders of magnitude greater. Analytical solution to the extremum problem of  $\tau_n(N)$  and  $\tau_p(N)$  functions is found. A careful consideration is given to the dependence of the localization of the extrema as well as the function values in the extremum points on the shallow doping impurity density  $N_D$ , the energy of the recombination level  $\mathcal{E}_i$ , the ratio of the hole and electron capture probabilities  $\theta$ , the bandgap energy  $\mathcal{E}_g$  and temperature  $T$ . A detailed physical interpretation of results obtained is suggested.