АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА УДАРНОЙ ИОНИЗАЦИИ В ДИОДНОЙ СТРУКТУРЕ БОЛЬШОЙ ПЛОЩАДИ

А.М.Минарский, П.Б.Родин

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН,
194021, Санкт-Петербург, Россия
(Получена 17 ноября 1994 г. Принята 29 марта 1995 г.)

Исследуется динамика поперечной неустойчивости фронта ударной ионизации в диодной структуре большой площади. В рамках длинноволнового приближения сформулирована аналитическая модель, получены уравнения эволюции функции распределения площади фронта по продольной координате и дано описание динамики распространения неоднородного фронта.

1. Введение

Возбуждение волны ударной ионизации, фронт которой перемещается через n-базу диода со скоростью, в несколько раз превышающей насыщенную скорость носителей, представляет собой наиболее быстрый из известных на сегодняшний день механизмов переключения диодной структуры. Данный механизм лежит в основе работы TRAPATT-диодов [1], кремниевых диодных обострителей [2–4] и имеет перспективы в области лазерной генерации [5]. К числу наиболее неясных вопросов теории ударно-ионизационных волн относится вопрос об их поперечной устойчивости в структурах большой площади и, как следствие, о степени однородности модуляции объема таких структур после переключения.

Имеющиеся экспериментальные данные указывают на возможность реализации как однородного, так и локального сценариев переключения. Эксперименты с диодными обострителями [6] косвенно свидетельствуют о том, что в рабочих режимах переключение происходит на большей части площади структуры. Вместе с тем имеются трудности в объяснении малого времени переключения в рамках одномерной модели [6]. Сверхбыстрое переключение GaAs-диодов в зависимости от условий эксперимента может быть как однородным по площади [5], так и осуществляться по локальным каналам [8]. Теоретические представления о поперечной неустойчивости фронтов большой площади до последнего времени отсутствовали.

Недавно нами было установлено существование механизма неустойчивости ударно-ионизационных волн относительно длинноволновых возмущений [9]. Данный механизм обусловлен взаимодействием параллельных элементов структуры большой площади через внешнюю цепь и состоит в следующем: в силу эквипотенциальности плазмы за фронтом волны максимальное поле в области ударной ионизации больше для участков фронта, находящихся ближе к n^+-эмиттеру, что приводит к большему темпу ударной ионизации и большей скорости фронта. Локальное увеличение скорости фронта и плотности тока влечет за собой перераспределение полного тока, а затем остановку фронта в отставших участках. Расслоение обусловлено флуктуациями положения фронта с характерной длиной, превышающей толщину n-базы W, и может приводить к формированию каналов локального переключения с характерным поперечным размером W. Существенно, что стримерный механизм [10] играет второстепенную роль в распространении канала, и последний следует скорее интерпретировать как сравнительно плоский участок ударно-ионизационной волны.

В то же время сообщение [9], будучи по существу ограниченным описанием механизма длинноволновой неустойчивости и оценкой инкрементов ее нарастания для случая заданного тока, оставляет открытым вопрос о динамике неоднородного фронта ионизации (ФИ) в условиях реальной связи между напряжением на структуре и полным током. Трехмерная задача динамики распространения ударно-ионизационной волны, сформулированная в терминах уравнений переноса и сохранения заряда в структуре, может быть решена только численно. Численное моделирование распределенных нелинейных систем данной степени сложности оказывается чрезвычайно трудоемким и вместе с тем весьма ограниченным методом исследования, в связи с чем значительный интерес представляет формулировка аналитических моделей.

В настоящей работе дано аналитическое описание динамики распространения неоднородного ФИ в структуре большой площади. Аналитический подход к решению задачи основан на двух главных упрощениях. Во-первых, рассмотрение ограничено длинноволновым приближением: характерные поперечные размеры неоднородности фронта считаются превышающими толщину структуры. Во-вторых, принято простое модельное предположение о зависимости локальной скорости фронта от его положения и приложенного напряжения.

2. Описание модели

Из теории распространения TRAPATT-волны [1] следует соотношение между плотностью тока j, скоростью фронта v_f и концентрацией доноров в n-базе N_d

$$j = qN_d v_f. \tag{1}$$

Концентрация плазмы за фронтом волны N может быть оценена из условия равенства максвелловского времени в плазме τ_M и обратной частоты ионизации β. При этом τ_M и время пробега фронтом своей толщины l_f (l_f здесь понимается как размер области ионизации) связаны соотношением

$$\tau_M \ln \frac{N}{n_0} \simeq \frac{l_f}{v_f}, \quad N \simeq \frac{q\mu}{\beta}, \tag{2}$$

где n_0 — концентрация носителей перед фронтом, μ — подвижность носителей в плазме. Логарифм в выражении (2) представляет собой большую величину (> 20), что позволяет считать трансформацию поля в волне $E(x,t)$ быстрой по отношению к перемещению фронта и оправдывает применение соотношения (1) при изменении тока во времени.

В рамках длинноволнового приближения, правомерность применения которого в данной ситуации обоснована в [9], структура большой площади может рассматриваться как совокупность большого числа параллельных систем, каждая из которых характеризуется продольной координатой фронта x и плотностью тока j. Движение фронта описывается системой уравнений

$$\dot{x} = \frac{1}{qN_d} j[u, x(y,z)], \tag{3}$$

$$u = V - qN_dRS\langle\dot{x}\rangle, \qquad \langle\dot{x}\rangle \equiv \frac{1}{S}\int \dot{x}\,dy dz. \tag{4}$$

Здесь $x(y,z)$ — координата фронта, отсчитанная от p^+-эмиттера, y, z — координаты в плоскости, нормальной к направлению движения фронта, u — напряжение на структуре, V — эдс источника питания, R — сопротивление нагрузки, S — площадь системы, q — заряд электрона. Точкой над переменной здесь и далее обозначено дифференцирование по времени, угловыми скобками — среднее значение переменной по площади S. Уравнение (3) определяет локальную скорость фронта в каждой точке структуры, уравнение Кирхгофа (4) задает связь между напряжением на структуре и средним током.

Система уравнений (3), (4) позволяет установить связь инкрементов нарастания неоднородной флуктуации с режимом внешней цепи. Рассмотрим для это возмущение однородного решения $x_0(t)$ системы (3), (4)

$$x(y,z,t) = x_0(t) + \delta x_1(t) + \delta x_2(y,z,t), \quad \langle\delta x_2\rangle = 0, \tag{5}$$

выделив в нем однородную δx_1 и неоднородную δx_2 части. Подстановка (5) в (3), (4) приводит к следующему соотношению между мгновенными значениями инкрементов нарастания $\lambda_1(t) \equiv \delta\dot{x}_1/\delta x_1$, $\lambda_2(t) \equiv \delta\dot{x}_2/\delta x_2$:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 + \frac{R}{r_d}, \quad r_d \equiv \left(S\frac{\partial j}{\partial u}\right)^{-1}. \tag{6}$$

Здесь r_d имеет смысл динамического дифференциального сопротивления прибора. Из (6) следует, что в режиме заданного напряжения ($R = 0$) скорость нарастания однородных и неоднородных флуктуаций одинакова. Напротив, в режимах с большим нагрузочным сопротивлением R скорость нарастания неоднородной флуктуации значительно превышает скорость нарастания однородной, что означает быстрое нарастание поперечной неоднородности и возможность остановки ФИ на части площади.

Для дальнейшего анализа необходимо конкретизировать вид зависимости $j(u,x)$. В качестве таковой примем модельную зависимость

$$j(u,x) = \begin{cases} (\sigma/W)[u - E_a(W-x)], & u - E_a(W-x) > 0, \\ 0, & u - E_a(W-x) \leqslant 0. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь σ — параметр модели, пропорциональный темпу ионизации и имеющий размерность проводимости, W — толщина n-базы диодной структуры, E_a — величина электрического поля, отвечающего порогу ионизации. Зависимость (7) представляет собой простейшее разумное упрощение зависимости $j(u,x)$, следующей из теории TRAPATT-волны [1], учитывающее только основное свойство процесса распространения фронта ионизации — рост скорости фронта при увеличении разности между приложенным и пороговым напряжениями.

Подставляя (7) в (3) и объединяя с (4), приходим к интегро-дифференциальному уравнению, описывающему распространение фронта ионизации,

$$\dot{x} = v(t) + \lambda x - \varepsilon\langle\dot{x}\rangle, \quad v(t) + \lambda x - \varepsilon\langle\dot{x}\rangle > 0,$$

$$\dot{x} = 0, \qquad v(t) + \lambda x - \varepsilon\langle\dot{x}\rangle < 0, \tag{8}$$

$$v(t) = \frac{\sigma}{aN_dW}[V(t) - E_aW], \quad \lambda \equiv \frac{\sigma E_a}{qN_dW}, \quad \varepsilon \equiv \frac{RS\sigma}{W}.$$

Здесь $v(t)$ характеризует полное приложенное напряжение, ε — величину внешней нагрузки; параметр λ, как это следует из дальнейшего анализа, имеет физический смысл обратного времени нарастания неоднородных флуктуаций. Приложенное напряжение далее считаем постоянным.

Однородное решение (8)

$$x_0(t) = \frac{v}{\lambda}\left(\exp\frac{\lambda t}{1+\varepsilon} - 1\right)$$

соответствует экспоненциально быстрому движению фронта и находится в хорошем качественном согласии с результатами более точных аналитических моделей [1] и численного моделирования [7].

3. Уравнения эволюции функции распределения фронта по продольной координате

Перейдем от описания в терминах координаты ФИ $x(y,z)$ как функции координат y, z к описанию в терминах функции распределения площади фронта по продольной координате. Определим функции $D(x',t)$ как долю площади прибора, для которой $x > x'$.[1] Такое описание позволяет непосредственно получить ответ на вопрос о том, на какой части площади структуры ФИ переместился на заданное расстояние и, в конечном итоге, на какой части площади структуры произошло переключение.

Примем во внимание, что условие движения ФИ $v(t) + \lambda x - \varepsilon\langle\dot{x}\rangle > 0$ может выполняться только на части площади структуры S'. В этом случае в области $x < x^*(t)$ ударная ионизация отсутствует и граница, отделяющая область высокой концентрации носителей от области сильного поля, неподвижна. Координата x при этом либо сохраняет

[1] Функция $D(x,t)$ связана с функцией распределения $F(x,t)$ величины x, определенной стандратным образом, соотношением $D(x,t) + F(x,t) = 1$.

то значение, которое она имела в момент остановки, либо начальное значение, если движение на данном участке не начиналось. Перемещающуюся по мере движения ФИ плоскость $x = x^*(t)$ будем далее называть фронтом замерзания (ФЗ).

Проинтегрировав (8) по площади, исключим среднюю скорость ФИ, приведя уравнения движения к виду

$$\dot{x}(t) = v\frac{S}{S+\varepsilon S'} + \lambda x - \frac{\varepsilon S}{S+\varepsilon S'}\lambda\langle x\rangle_{S'}. \tag{9}$$

С помощью плотности функции распределения $\rho(x,t) = -\partial D(x,t)/\partial x$ выражение (9) может быть представлено как

$$\dot{x} = v/\left[1+\varepsilon\int\limits_{x^*}^{W}\rho(x,t)dx\right] + \lambda x - \left\{\varepsilon\lambda/\left[1+\varepsilon\int\limits_{x^*}^{W}\rho(x,t)dx\right]\right\}\int\limits_{x^*}^{W}x\rho(x,t)dx, \tag{10}$$

$$x > x^*.$$

Отметим, что выбирая верхним пределом интегрирования W, мы здесь и далее пренебрегаем частью функции распределения, относящейся к $x > W$.

Координата ФЗ определяется из условия $\dot{x} = 0$:

$$\lambda x^*\left[1+\varepsilon\int\limits_{x^*}^{W}\rho(x,t)dx\right] = -v + \varepsilon\lambda\int\limits_{x^*}^{W}x\rho(x,t)dx. \tag{11}$$

Интегрируя уравнение непрерывности плотности вероятности, следующее из (8),

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \lambda\rho = 0, \quad x > x^*, \tag{12}$$

по интервалу $x^* < x < W$, после упрощения интегральных членов получим окончательно уравнения эволюции функции распределения

$$\frac{\partial D(x,t)}{\partial t} + \lambda(x-x^*)\frac{\partial D(x,t)}{\partial x} = 0, \quad x > x^*,$$

$$\frac{\partial D(x,t)}{\partial t} = 0, \qquad x < x^*, \tag{13}$$

справедливые при выполнении условия $x^* > 0$. Положение ФЗ при этом определяется выражением (11) как

$$x^* = -\frac{v}{\lambda} + \varepsilon\int\limits_{x^*}^{W}D(x,t)dx, \qquad x^* > 0. \tag{14}$$

Уравнение (14) может быть также представлено в следующем, удобном для дальнейших применений, виде:

$$x^* = -v/\lambda + \varepsilon B(t)\langle x - x^*\rangle_{S'}, \tag{14a}$$

$$B(t) = D(x^*, t),$$

$$\langle x - x^* \rangle_{S'} = \left[\int^{W} \rho(x,t)dx \right]^{-1} \left[\int^{W} (x - x^*)\rho(x,t)dx \right].$$

Здесь $B(t)$ имеет смысл доли площади диода, на которой ФИ находится в движении, $\langle x - x^* \rangle_{S'}$ — средняя координата ФИ в движущейся области, отсчитанная от ФЗ. В случае, когда выражение (14) дает отрицательную ФЗ, следует считать $x^* = 0$. В этом случае уравнение эволюции функции распределения имеет вид

$$\frac{\partial D(x,t)}{\partial t} + \lambda \left[\frac{v}{\lambda(1+\varepsilon)} + x - \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\langle x \rangle \right] \frac{\partial D(x,t)}{\partial x} = 0, \qquad x^* = 0. \tag{15}$$

Уравнения (13)–(15) образуют замкнутую систему, позволяющую по заданному начальному распределению координаты ФИ $D(x,0)$ определить его дальнейшую динамику. В общем случае начальное распределение представляет собой случайную функцию, вид которой определяется физическими особенностями механизма запуска волны ионизации.

4. Динамика неоднородного фронта ионизации

4.1. Условие старта фронта замерзания. Из выражения (14а) следует необходимое и достаточное условие старта ФЗ

$$\langle x \rangle > l, \qquad l \equiv v/\lambda\varepsilon. \tag{16}$$

Для случайного начального распределения средняя координата неоднородного ФИ связана с его дисперсией δ коэффициентом, близким к единице. Таким образом, фронт замерзания стартует, когда разброс положения ФИ δ превышает заданную длину l, характеризующую диодную структуру и внешнюю цепь.

Выполнение условия (16) уже в начальный момент времени $t = 0$ означает, что старт ФИ происходит на части площади структуры в точках, где выполняется условие $x > x^*(0)$. Начальная координата ФЗ определяется подстановкой в (14) начальной функции распределения $D_0(x) = D(x,0)$. Динамика функции $D(x,t)$ для этого случая будет рассмотрена далее в разд. 4.3.

4.2. Фаза распространения фронта ионизации на всей площади структуры. Пусть в начальный момент выполняется условие $\langle x(0) \rangle < l$. В этом случае на начальном этапе эволюция функции распределения описывается уравнением (15). Интегрируя (15) по площади прибора, получим закон изменения средней координаты ФИ

$$\frac{\partial \langle x \rangle}{\partial t} + \left(\frac{\lambda\varepsilon}{1+\varepsilon} - \lambda \right) \langle x \rangle = \frac{v}{1+\varepsilon}. \tag{17}$$

Интеграл (17) имеет вид

$$\langle x(t) \rangle = \left(\frac{v}{\lambda} + \langle x(0) \rangle \right) \left[\exp\left(\frac{\lambda t}{1+\varepsilon} \right) - 1 \right] + \langle x(0) \rangle. \tag{18}$$

Решение уравнения (13) для произвольного начального распределения $D_0(x)$ может быть записано в виде

$$D(x,t) = D_0 \left\{ \exp(-\lambda t) \Big[x - x_{\min}(t) \Big] \right\}, \tag{19}$$

где $x_{\min}(t)$ — задняя граница ФИ, характеризующая положение наиболее отставших участков фронта, — меняется по закону

$$x_{\min}(t) = \langle x(t) \rangle - \langle x(0) \rangle \exp(\lambda t). \tag{20}$$

Как ясно из (19), движение ФИ сопровождается экспоненциальным ростом неоднородностей его положения.

Подстановка (18) в (14а) позволяет определить момент зарождения ФЗ в точке $x = 0$:

$$t_1 = \frac{1+\varepsilon}{\lambda} \ln \left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon + \langle x(0) \rangle / l} \right). \tag{21}$$

Однако в момент t_1 ФИ имеет ненулевую координату на всей площади структуры, $x_{\min}(t_1) > 0$, в силу чего остановка ФИ на части площади начинается в момент $t_s > t_1$ только после того, как ФЗ догонит заднюю границу волны $x_{\min}(t_s) = x^*(t_s)$. С целью определить величину t_s прежде всего получим закон движения ФЗ $x^*(t)$. Интегрируя (13) по x и принимая по внимание (14), получаем

$$\dot{x}^* = \frac{\lambda(x^* + \varepsilon l)}{1 + \varepsilon D(x^*, t)}. \tag{22}$$

Решение уравнения (22), учитывая $D(x,t) = 1$ при $x^* < x_{\min}$, запишем в виде

$$x^*(t) = \varepsilon l \left[\exp \frac{\lambda(t - t_1)}{1+\varepsilon} - 1 \right]. \tag{23}$$

Подстановка (19) в (13) дает уравнение движения заднего фронта волны

$$\dot{x}_{\min} - \lambda x_{\min} = -\lambda x^*. \tag{24}$$

Интегрируя (24) с начальным условием, отвечающим $t = t_1$, получим

$$x_{\min}(t) = -\langle x(0) \rangle \left[\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon + \langle x(0) \rangle / l} \right]^{\varepsilon+1} \exp \Big(\lambda(t - t_1) \Big) + \\ + l(1+\varepsilon) \exp \left[\frac{\lambda(t - t_1)}{1+\varepsilon} \right] - \varepsilon l. \tag{25}$$

Приравнивая (23) и (25), определим момент времени t_s:

$$t_s = \lambda^{-1}(1 + \varepsilon^{-1}) \ln \left[\frac{1 + \varepsilon l / \langle x(0) \rangle}{1+\varepsilon} \right]. \tag{26}$$

Координата ФЗ в момент t_s равна

$$x_s \equiv x^*(t_s) = \varepsilon l \left\{ \frac{\varepsilon + \langle x(0) \rangle / l}{1+\varepsilon} \left[\frac{1 + \varepsilon l \langle x(0) \rangle}{1+\varepsilon} \right]^{1/\varepsilon} - 1 \right\}. \tag{27}$$

4.3. Фаза уменьшения площади фронта ионизации. Распространение ФИ, сопровождаемое уменьшением его площади, имеет место для $t > t_s$ в случае $\langle x(0)\rangle < l$. В случае $\langle x(0)\rangle > l$ ФИ и ФЗ стартуют одновременно. Движение ФИ и ФЗ описывается совместно уравнением (13), решение которого в области $x > x^*$ сохраняет вид (19), и уравнениями (22) и (24). Отличие данной ситуации от рассмотренной выше в разд. 4.2 состоит в том, что в силу $x_{\min}(t) < x^*(t)$ величина $x_{\min}(t)$ не имеет смысла задней границы ФИ ($x_{\min}$ здесь может принимать и отрицательные значения) и входит в (19) как формальный параметр. В области $x < x^*$ функция распределения сохраняет в каждой точке то значение, которое она имела в момент t^* прохождения через эту точку ФЗ:

$$D(x,t)\Big|_{x<x^*} = D(x,t^*), \qquad x^*(t^*) = x. \tag{28}$$

В случае $\langle x(0)\rangle < l$ начальное условие к уравнениям (22), (24) ставится в момент $t = t_s$,

$$x^*(t_s) = x_{\min}(t_s) = x_s, \tag{29}$$

в случае $\langle x(0)\rangle > l$ — в момент $t = 0$,

$$x_{\min}(0) = 0, \qquad x^*(0) = x_0^*, \tag{30}$$

где величина x_0^* определяется подстановкой начального распределения $D_0(x)$ в (14). Старт ФИ в последнем случае происходит на части площади $B(0) = D_0(x^*) < 1$.

4.4. Время переключения и площадь канала переключения. Сформулируем сначала условия отсутствия старта ФЗ. Как следует из (16), ФЗ отсутствует в достаточно коротком приборе, $l > W$:

$$\lambda\varepsilon W/v < 1. \tag{31}$$

Условие (31) включает в себя только параметры системы и не зависит от начального условия $D_0(x)$. Менее грубое условие $x_s > W$ может быть представлено как условие, наложенное на начальную дисперсию положения ФИ,

$$\langle x(0)\rangle < \frac{\varepsilon l}{(1+\varepsilon)(W/\varepsilon l + 1)^{\varepsilon} - 1}. \tag{32}$$

Рассматриваемая модель неприменима при больших временах, когда фронт ионизации достиг n^+-эмиттера на значительной части площади, так как полностью промодулированные области не описываются исходным уравнением (3). В силу этого условия (31), (32), будучи достаточными условиями отсутствия старта ФЗ, не служат точными критериями однородности переключения структуры. Действительно, согласно (19) распространение фронта сопровождается быстрым ростом разброса его положения. В этих условиях остановка отставших участков может произойти после того, как часть площади структуры перейдет во включенное состояние. Данный эффект выходит за рамки рассматриваемой модели. По этой же причине здесь не может быть вполне корректно определено время переключения t_0. С целью получить некоторые оценки определим t_0 условием

$$\langle x(t_0)\rangle_{S'} = x^*(t_0) + \langle x(t_0) - x^*(t_0)\rangle_{S'} = W, \tag{33}$$

которое с учетом (14a) может быть представлено в виде

$$x^*(t_0)[\varepsilon B(t_0)+1] = \varepsilon W B(t_0) - \varepsilon l. \tag{34}$$

Далее (34) будет решено для конкретного начального распределения $D_0(x)$.

Из (33), в частности, следует, что ФЗ не стартует при выполнении неравенства

$$x_s > \frac{\varepsilon(W-l)}{1+\varepsilon}. \tag{35}$$

4.5. Динамика ФИ для линейной начальной функции распределения. Проиллюстрируем полученные выше результаты на примере линейной начальной функции распределения, отвечающей равномерному разбросу начальной координаты ФИ в заданном интервале $[0; k_0^{-1}]$,

$$D_0(x) = \begin{cases} 1-k_0 x, & x \leqslant k_0^{-1}, \\ 0, & x > k_0^{-1}. \end{cases} \tag{36}$$

Согласно (16), критерий старта ФЗ одновременно с ФИ при $t=0$ здесь имеет вид $(2k_0)^{-1} > l$. В случае $(2k_0)^{-1} < l$ ФИ распространяется на всей площади прибора до момента

$$t_s = \lambda^{-1}(1+\varepsilon^{-1})\ln\left(\frac{1+\varepsilon l k_0/2}{1+\varepsilon}\right), \tag{37}$$

старт ФЗ происходит в точке с координатой

$$x_s = \varepsilon l\left[\frac{\varepsilon+2/k_0 l}{\varepsilon+1}\left(\frac{\varepsilon l k_0/2+1}{\varepsilon+1}\right)^{1/\varepsilon} - 1\right]. \tag{38}$$

Функция распределения в движущейся области ФИ остается кусочно-линейной при его движении (19):

$$D(x,t) = \begin{cases} 1-k_0(x-x_{\min})\exp(-\lambda t), & x^* \leqslant x \leqslant x_{\max}, \\ 0, & x \geqslant x_{\max}, \end{cases} \tag{39}$$

$$x_{\max} = x^*(t) + B(t)k_0^{-1}\exp(\lambda t).$$

Исключая из (22) и (24) $x_{\min}$ и учитывая (39), получим уравнения, описывающие изменение во времени площади ФИ и движение ФЗ,

$$\dot{B} = -\exp(-\lambda t)k_0\dot{x}^*, \tag{40}$$

$$\dot{x}^*(1+\varepsilon B) = \lambda(x^*+\varepsilon l). \tag{41}$$

Интеграл (40), (41) для начального условия $x^*(t_s) = x_s$, $B(t_s)=1$, отвечающего задержанному старту ФЗ, имеет вид

$$\frac{1}{B} - \varepsilon\ln B = 1 + \frac{\lambda\varepsilon}{2}(t-t_s), \tag{42}$$

$$x^* = (x_s + \varepsilon l)B^2 \exp\lambda(t - t_s) - \varepsilon l; \tag{43}$$

для начального условия $x^*(0) = x_0^*$, $B(0) = B_0$, отвечающему старту ФЗ в момент $t = 0$,

$$\frac{1}{B} - \varepsilon \ln\frac{B}{B_0} = \frac{1}{B_0} + \frac{\lambda\varepsilon}{2}t, \tag{44}$$

$$x^* = (x_0^* + \varepsilon l)(B/B_0)^2 \exp\lambda t - \varepsilon l, \tag{45}$$

$$B_0 = \left[(1 + \varepsilon^{-1})^2 + 2k_0 l - 1\right]^{1/2} - \varepsilon^{-1},$$

$$x_0^* = \left(\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon k_0}\right) - \left[\left(\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon k_0}\right)^2 - \frac{2}{k_0}\left(\frac{1}{2k_0} - l\right)\right]^{1/2}.$$

Выражения (42), (44) задают зависимость площади ФИ $B(t)$ от времени. $B(t)$ представляет собой монотонно убывающую функцию: распространение ФИ сопровождается сужением эффективного канала, переносящего ток. Согласно (44), при большой внешней нагрузке, $\varepsilon \gg 1$, площадь ФИ убывает экспоненциально, причем $B(t)$ слабо зависит от внешней нагрузки и размеров структуры,

$$B(t) \approx (B_0 - \varepsilon^{-1})\exp(-\lambda t) + \varepsilon^{-1} \tag{46}$$

((46) справедливо для $t < (\ln\varepsilon)/\lambda$). Для малых значений ε из (44) следует оценка, указывающая на обратно пропорциональную зависимость от времени:

$$B_0(1 + \varepsilon B_0\lambda t)^{-1} < B(t) < B_0\left(1 + \frac{\varepsilon B_0\lambda t}{1 + \varepsilon B_0}\right)^{-1}. \tag{47}$$

В заключение приведем три оценки для площади канала переключения, относящиеся к случаю $\langle x(0)\rangle > l$. Оценка снизу дается величиной $B_{\min}$, определенной как площадь ФИ $B_{\min} = B(t_0)$ в момент t_0 прохождения ФЗ через всю систему, $x^*(t_0) = W$:

$$\exp\left[\frac{2}{\varepsilon}\left(\frac{1}{B_{\min}} - \frac{1}{B_0}\right)\right] = \frac{W + \varepsilon l}{x_0^* + \varepsilon l}. \tag{48}$$

Оценкой сверху $B_{\max}$ служит площадь ФЗ в момент достижения n^+-эмиттера передней границей ФИ, $x_{\max}(t_0) = W$:

$$\left(\frac{2B_0}{\varepsilon B_{\max}} + 1\right)\exp\left[\frac{2}{\varepsilon}\left(\frac{1}{B_{\max}} - \frac{1}{B_0}\right)\right] = \frac{W + \varepsilon l}{x_0^* + \varepsilon l}. \tag{49}$$

Промежуточная оценка B_{mid} основана на определении времени переключения из условия (33) и имеет вид

$$\left(\frac{B_0}{\varepsilon B_{\mathrm{mid}}} + 1\right)\exp\left[\frac{2}{\varepsilon}\left(\frac{1}{B_{\mathrm{mid}}} - \frac{1}{B_0}\right)\right] = \frac{W + \varepsilon l}{x_0^* + \varepsilon l}. \tag{50}$$

Аналогичные упрощения выражения (42) для больших и малых значений ε и оценки ширины канала переключения для случая $\langle x(0)\rangle < l$ могут быть получены из (46)–(50) путем приравнивания B_0 единице, замены t на $(t - t_s)$ и x_0^* на x_s. При этом связь между $B(t_0)$ и t_0 определена зависимостями (44), (45).

5. Заключение

Распространение фронта ударной ионизации в диодной структуре большой площади сопровождается экспоненциально быстрым ростом начальных неоднородностей его положения. Инкременты нарастания определяются внутренними параметрами структуры, ее размерами и характером связи напряжения на структуре с полным током, заданным внешней цепью. Могут быть реализованы три режима распространения фронта. Критерием реализации служит соотношение (16) между средней координатой фронта в начальный момент $\langle x(0) \rangle >$ (средняя координата связана с дисперсией положения фронта δ коэффициентом, близким к единице) и характерной длиной l, зависящей от параметров структуры и внешней цепи. В случае $\langle x(0) \rangle > l$ ФИ стартует только на части площади структуры, и в дальнейшем площадь ФИ монотонно убывает. В случае $\langle x(0) \rangle < l$ ФИ начинает движение на всей площади структуры, уменьшение его площади начинается в момент времени t_s (26), определяемый параметрами структуры и начальными условиями. При выполнении условия $l > W$ или более слабых условий (32), (35), наложенных на начальное положение ФИ, имеет место движение ФИ на всей площади по крайней мере до того момента, когда существенная часть структуры перейдет во включенное состояние. Степень неоднородности переключения увеличивается с ростом нагрузочного сопротивления, площади структуры, коэффициентов и порогового поля ударной ионизации и уменьшается с ростом приложенного напряжения.

В заключение еще раз отметим, что рассмотренная аналитическая модель основана на ряде существенных упрощений и имеет своей целью дать только качественное описание основных закономерностей распространения фронта. Сделанные выводы лишь отчасти применимы в ситуации, когда наряду с областью сильного поля в n-базе имеется квазинейтральная необедненная область, так как в этом случае модельная зависимость скорости фронта от его положения неадекватна реальной (отметим, что именно для таких распределений поля в волне плоский фронт ионизации наиболее устойчив [3,9,11]).

Список литературы

[1] B.C. Deloach, D.L. Scharfetter. IEEE Trans. Electron. Dev., **20**, 9 (1970).
[2] И.В. Грехов, А.Ф. Кардо-Сысоев. Письма ЖТФ, **5**, 950 (1979).
[3] В.М. Тучкевич, И.В. Грехов. *Новые методы коммутации больших мощностей полупроводниковыми приборами* (Л., Наука, 1988).
[4] I.V. Grekhov. SSE, **32**, 923 (1989).
[5] И.В. Грехов, В.М. Ефанов. Письма ЖТФ, **16**, вып. 17, 9 (1990).
[6] И.В. Грехов, В.М. Ефанов. Письма ЖТФ, **14**, 2121 (1988).
[7] Ю.Д. Биленко, М.Е. Левинштейн, М.В. Попова, В.С. Юферев. ФТП, **17**, 1812 (1983).
[8] С.Н. Вайнштейн, Ю.В. Жиляев, М.Е. Левинштейн. Письма ЖТФ, **14**, 1526 (1989).
[9] А.М. Минарский, П.Б. Родин. Письма ЖТФ, **20**, вып. 12, 38 (1994).
[10] М.И. Дьяконов, В.Ю. Кочаровский. ЖЭТФ, **95**, 1850 (1989).
[11] И.В. Грехов, А.Ф. Кардо-Сысоев, Л.С. Костина, С.В. Шендерей. ЖТФ, **51**, 1709 (1981).

Редактор Л.В. Шаронова