

©1995 г.

## МЕЖПОДЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В КВАНТОВОЙ ЯМЕ ПОЛУПРОВОДНИКА СО СЛОЖНОЙ ЗОННОЙ СТРУКТУРОЙ

*Л.Е.Голуб, Е.Л.Ивченко, Р.Я.Расулов*

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе Российской академии наук,  
194021, Санкт-Петербург, Россия  
(Получена 24 ноября 1994 г. Принята 6 декабря 1994 г.)

Построена теория межподзонного поглощения света в структуре с квантовыми ямами  $p$ -типа проводимости на основе полупроводников с решеткой цинковой обманки. Рассчитан вклад в спектр поглощения, связанный с переходами между нижними подзонами размерного квантования дырок. Показано, что в поляризации  $e \perp z$ , где  $z$  — главная ось структуры, в спектре доминирует обратная корневая особенность, обусловленная наличием минимума в энергетическом расстоянии между подзонами при отличном от нуля значении двумерного волнового вектора дырки. Проанализировано влияние анизотропии дырочной дисперсии на спектр оптического поглощения.

В структурах с квантовыми ямами каждая энергетическая зона объемного полупроводника превращается в серию электронных подзон. Валентная зона  $\Gamma_8$  в полупроводниках типа GaAs состоит из двух, смыкающихся в  $\Gamma$ -точке, ветвей тяжелых и легких дырок. В квантовой яме каждая ветвь порождает свою серию подзон. При отличном от нуля волновом векторе дырки  $k$ , характеризующем ее движение в плоскости интерфейса, подзонные состояния из разных серий смешиваются и энергетическая дисперсия дырок имеет сложный непараболический вид [1–6]. В частности, известно, что расстояние между двумя нижними дырочными подзонами немонотонно зависит от волнового вектора дырки  $k$  и достигает минимума при некотором значении  $k_0$ . В настоящей работе проанализирована особенность в спектре поглощения, связанная с прямыми переходами между парой нижних подзон при  $k \approx k_0$  в структуре с квантовыми ямами на основе полупроводников со структурой цинковой обманки. Спектры межподзонного поглощения в полупроводниковых квантовых ямах  $p$ -типа проводимости рассчитывались численно в работе [7], в которой основное внимание уделено эффектам насыщения межподзонных переходов, а связь между приведенной плотностью состояний и поглощением специально не анализировалась. В [8,9] теоретически изучались особенности в спектре

поглощения при энергиях кванта  $\hbar\omega \simeq E_{\nu'}(0) - E_{\nu}(0)$ , где  $E_{\nu}(\mathbf{k})$  — энергия дырки в подзоне  $\nu$  с волновым вектором  $\mathbf{k}$ . В этом случае можно было ограничиться расчетом дырочных состояний с малыми значениями  $\mathbf{k}$ , использовать теорию возмущений и разлагать  $E_{\nu}(\mathbf{k})$  и матричные элементы оптических переходов по степеням  $\mathbf{k}$ . Так как безразмерный параметр  $k_0 a / \pi$ , где  $a$  — ширина квантовой ямы, порядка единицы, при расчете вклада в коэффициент поглощения света от состояний с  $k \approx k_0$  нельзя использовать теорию возмущений с сохранением небольшого числа членов разложения по степеням  $\mathbf{k}$ .

Для простоты рассмотрение проводится в модели квантовой ямы с бесконечно высокими барьерами и используется представление волновой функции дырки в методе эффективного гамильтониана Латтинжера. Однако полученные результаты применимы для качественного анализа межподзонного поглощения света и в квантовых ямах с конечными барьерами. В основной части работы расчет проводится в сферическом приближении, т.е. при совпадающих параметрах Латтинжера  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ . В заключительной части обсуждается, к чему приводит учет гофрированности энергетических поверхностей.

В дальнейшем мы изучаем регулярную структуру с прямоугольными квантовыми ямами шириной  $a$  и барьерами шириной  $b$ . В симметричной квантовой яме пару вырожденных подзонных состояний  $\psi_{\mathbf{k}}^{(n)}(\mathbf{r})$  можно выбрать так, чтобы одно из них было симметричным, а другое — антисимметричным по отношению к операции отражения  $\hat{\sigma}_z \psi_{\mathbf{k}}^{(n)}(x, y, -z)$  в плоскости  $z = 0$ , расположенной посередине ямы [5]. В сферическом приближении четыре огибающих волновой функции

$$\psi_{\mathbf{k}}^{(n)}(\mathbf{r}) = \sum_{m=-3/2}^{3/2} \psi_{\mathbf{k},m}^{(n)}(\mathbf{r}) u_m(\mathbf{r}) \quad (1)$$

для симметричного состояния в подзоне  $\nu$  можно представить в виде

$$\hat{\varphi}_{\mathbf{k}}^{(\nu,s)}(\mathbf{r}) = N e^{i\mathbf{k}\rho} \begin{bmatrix} -C(z) \\ i\sqrt{3}\zeta W_- S(z) o_+ \\ -\sqrt{3}W_+ C(z) o_+^2 \\ i\zeta S(z) o_+^3 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $o_+ = (k_x + ik_y)/k$ ,  $\rho$  — двумерный вектор  $(x, y)$ ,  $N$  — нормировочный множитель,

$$\zeta = \text{sign} \left( \frac{W_+ - 1}{W_-} \right) \left[ \frac{W_+(W_+ - 1)}{W_-(1 - W_-)} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$C(z)$  и  $S(z)$  — соответственно четная и нечетная функции координаты  $z$ , выражения для них, а также для вещественных множителей  $W_+$ ,  $W_-$  приведены в [5]. Огибающие  $\varphi_{\mathbf{k},m}^{(\nu,a)}(\mathbf{r})$  для антисимметричного состояния получаются из  $\varphi_{\mathbf{k},-m}^{(\nu,s)}(\mathbf{r})$  заменой  $\mathbf{r}$  на  $-\mathbf{r}$ , комплексным сопряжением и умножением на коэффициент, связывающий блоховскую функцию  $u_m(\mathbf{r})$  с функцией  $\hat{\mathcal{K}} u_{-m}(\mathbf{r})$ , где  $\hat{\mathcal{K}}$  — операция инверсии времени:

$Ku = -i\hat{\sigma}_y u^*$ . Таким образом, в качестве представлений индекс  $n$  в (1) пробегает значения  $(\nu, s)$  и  $(\nu, a)$ .

Если период  $d = a + b$  удовлетворяет условию  $qd \ll 1$ , где  $q$  — волновой вектор света, то такую структуру можно рассматривать как оптически однородную среду с коэффициентом поглощения

$$K(\omega) = \frac{\omega}{cn_\omega} \text{Im} \varepsilon, \quad (4)$$

где  $n_\omega$  — показатель преломления света на частоте  $\omega$ , а мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости для межподзонных переходов определяется выражением

$$\text{Im} \varepsilon = \frac{4\pi^2 e^2}{\omega^2 S d} \sum_{n'nk} |\mathbf{e} \mathbf{v}_{n'n}(\mathbf{k})|^2 (f_{\nu k} - f_{\nu' k}) \delta(\Delta_{\nu'\nu}(k) - \hbar\omega). \quad (5)$$

Здесь  $\Delta_{\nu'\nu}(k) = E_{\nu'}(k) - E_\nu(k)$ ,  $f_{\nu k}$  — функция распределения дырок,  $S$  — площадь образца в плоскости интерфейса,  $\mathbf{e}$  — вектор поляризации света,  $\mathbf{v}_{n'n}(\mathbf{k})$  — матричный элемент оператора скорости  $\hat{\mathbf{v}}$ , который в методе эффективной массы имеет вид матрицы  $\partial H(\mathbf{p})/\partial \mathbf{p}$ , где  $H(\mathbf{p})$  — гамильтониан Латтинжера,  $\mathbf{p}$  — оператор импульса  $-i\hbar\nabla$ . При нормальном падении света на интерфейсы коэффициент (4) связан с относительной энергией  $\Delta J/J$  электромагнитного излучения, поглощаемой в изолированной квантовой яме, соотношением  $\Delta J/J = K(\omega)d$ .

Запишем коэффициент поглощения в виде суммы вкладов, соответствующих переходам между парами подзон  $\nu$  и  $\nu'$ :

$$K(\omega) = \sum_{\nu'\nu} K_{\nu'\nu}(\omega).$$

Для линейно поляризованного излучения выражения для парциальных вкладов можно представить в виде

$$K_{\nu'\nu}(\omega) = \frac{4\pi^2 e^2}{\omega c n_\omega d} \sum_i Q_i \rho_{\nu'\nu}(\hbar\omega, k_i) (f_{\nu k_i} - f_{\nu' k_i}), \quad (6)$$

$$Q_i(\mathbf{e} \perp z) = \langle |\mathbf{e} \mathbf{v}_{\nu's, \nu s}(\mathbf{k}_i)|^2 \rangle, \quad Q_i(\mathbf{e} \parallel z) = \langle |\mathbf{e} \mathbf{v}_{\nu'a, \nu s}(\mathbf{k}_i)|^2 \rangle.$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по направлениям вектора  $\mathbf{k}$ ,  $k_i$  — корни уравнения  $\Delta_{\nu'\nu}(k) = \hbar\omega$  при фиксированных  $\nu'$  и  $\nu$ ,  $\rho_{\nu'\nu}(\hbar\omega, k_i)$  — приведенная плотность состояний, соответствующая корню  $k_i$ :

$$\rho_{\nu'\nu}(\hbar\omega, k_i) = \frac{k_i}{\pi} \left| \frac{d\Delta_{\nu'\nu}(k)}{dk} \right|_{k_i}^{-1}.$$

Матричные элементы  $\mathbf{e} \mathbf{v}_{n'n}(\mathbf{k})$  можно рассчитать, используя четырехкомпонентные огибающие (2). Для иллюстрации мы приведем здесь выражение для одного из таких матричных элементов,

$$\mathbf{e} \mathbf{v}_{\nu's, \nu s}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar}{m_0} \gamma_2 N_{\nu'} N_\nu (H_{ss}^{(\nu'\nu)} e_+ o_- + H_{ss}^{(\nu'\nu)} e_- o_+), \quad (7)$$

$$H_{ss}^{(\nu'\nu)} = k \left[ P_{cc}^{(\nu'\nu)} (1 - 3W_+^{(\nu')}) + \zeta_{\nu'} \zeta_{\nu} P_{ss}^{(\nu'\nu)} (1 - 3W_+^{(\nu)}) \right] + \\ + 3\zeta_{\nu'} R_{sc}^{(\nu'\nu)} (W_+^{(\nu')} - W_-^{(\nu')}),$$

где

$$P_{cc}^{(\nu'\nu)} = \int_{-a/2}^{a/2} dz C_{\nu'}(z) C_{\nu}(z), \quad P_{ss}^{(\nu'\nu)} = \int_{-a/2}^{a/2} dz S_{\nu'}(z) S_{\nu}(z),$$

$$R_{sc}^{(\nu'\nu)} = \int_{-a/2}^{a/2} dz S_{\nu'}(z) \frac{d}{dz} C_{\nu}(z),$$

$e_{\pm} = e_x \pm ie_y$ ,  $o_{\pm} = (k_x \pm ik_y)/k$ , функции  $C_{\nu}(z)$ ,  $S_{\nu}(z)$  и коэффициенты  $W_{\pm}^{(\nu)}$ ,  $\zeta_{\nu}$  введены в (2), (3). Для переходов  $(\nu, a) \rightarrow (\nu', a)$  также применима формула типа (7) с коэффициентами  $H_{aa}^{(\nu'\nu)} = -H_{ss}^{(\nu'\nu)}$ . Заметим, что величина  $Q_i(e \perp z)$  в (6) пропорциональна сумме квадратов  $H_{ss}^{(\nu'\nu)}$  и  $H_{ss}^{(\nu\nu')}$ .

На рис. 1 показана дисперсия валентных подзон, рассчитанная для квантовой ямы шириной  $f_{\text{я}}^{\text{я}} = 200 \text{ \AA}$  в модели бесконечно высоких барьеров при эффективных массах тяжелых и легких дырок  $m_{hh} = 0.51m_0$ ,  $m_{lh} = 0.082m_0$  ( $m_0$  — масса свободного электрона). В сферическом приближении ( $\gamma_2 = \gamma_3$ ) подзоны  $hh1, hh3, \dots, lh2, lh4, \dots$  и  $hh2, hh4, \dots, lh1, lh3, \dots$  образуют две подсистемы, удовлетворяющие независимым дисперсионным уравнениям [3,5]. Поэтому возможно случайное пересечение ветвей, относящихся к разным подсистемам, как это происходит на рис. 1 для ветвей  $lh1$  и  $hh3$ . Учет конечности высоты барьеров и кубической анизотропии гамильтониана Латтинжера

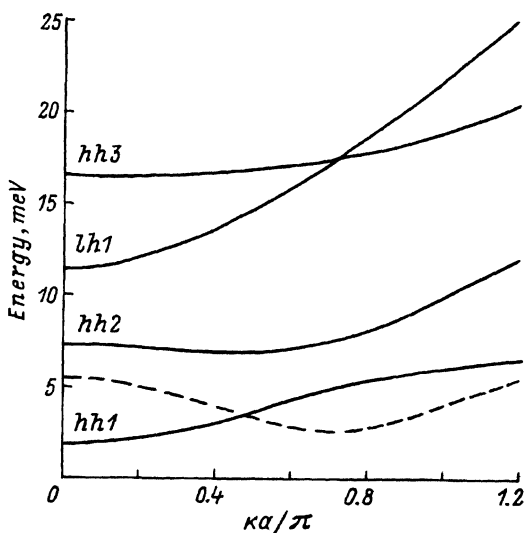


Рис. 1. Энергетическая дисперсия дырочных подзон  $hh\nu$  ( $\nu = 1, 2, 3$ ) и  $lh1$ . Штриховая кривая — разность  $\Delta_{21}(k) = E_{hh2}(k) - E_{hh1}(k)$ .

( $\gamma_2 \neq \gamma_3$ ) должен приводить к сдвигу случайного вырождения и антипересечению этой пары ветвей [10,11]. Штриховой кривой на рис. 1 показана разность  $\Delta_{21}(k)$ . Эта разность достигает при  $ka/\pi \simeq 0.7$  минимального значения  $\Delta_0 = 2.6$  мэВ. Поэтому приведенная плотность состояний

$$\rho_{21}(E) = \frac{2}{S} \sum_k \delta[E - \Delta_{21}(k)]$$

при  $E \approx \Delta_0$ , где применимо разложение  $\Delta_{21}(k) \approx \Delta_0 + \hbar^2(k - k_0)^2/2\mu_{21}$ , имеет корневую особенность

$$\rho_{21}(E) \approx \frac{k_0}{\pi} \sqrt{\frac{2\mu_{21}}{\hbar^2}} \frac{1}{\sqrt{E - \Delta_0}}. \quad (8)$$

Для подзон  $hh1, hh2$  на рис. 1 параметр  $\mu_{21}$ , имеющий размерность массы, составляет  $\sim 0.04m_0$ . Таким образом, в спектре межподзонного оптического поглощения должна присутствовать особенность

$$K(\omega) \propto \frac{1}{\sqrt{\hbar\omega - \Delta_0}}, \quad (9)$$

на возможность которой обращалось внимание в [4].

На рис. 2 приведены результаты численного расчета вклада в коэффициент поглощения электромагнитного излучения, связанного с переходами между подзонами  $hh1$  и  $hh2$ . Двумерная концентрация  $p_s = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  выбрана из условия, чтобы уровень Ферми лежал ниже дна второй подзоны, а импульс Ферми  $\hbar k_F$  превышал  $\hbar k_0$ . При нулевой температуре коэффициент  $K_{21}(\omega)$  отличен от нуля в пределах от  $\hbar\omega_{\min} = \Delta_0$  до  $\hbar\omega_{\max} = \max[\Delta_{21}(0), \Delta_{21}(k_F)]$ . При использованных значениях параметров энергия  $\hbar\omega_{\max}$  превышает крайнее значение 4 мэВ на шкале абсцисс, и обрыва спектра  $K_{21}(\omega)$  не видно. Обращает на себя внимание, что в поляризации  $e \perp z$  в спектре корневая особенность

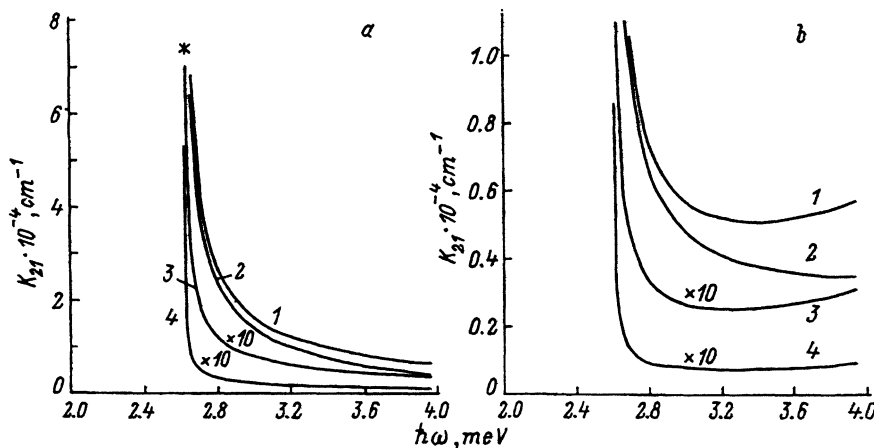


Рис. 2. Спектры поглощения в периодической структуре с квантовыми ямами  $K_{21}(\omega)$  в поляризации  $e \perp z$  (а) и  $e \parallel z$  (б).  $T, K$ : 1 — 0, 2 — 4.2, 3 — 77, 4 — 150. Параметры расчета:  $m_{hh} = 0.51m_0$ ,  $m_{lh} = 0.082m_0$ ,  $a = 20\text{ \AA}$ ,  $b = 100\text{ \AA}$ ,  $p_s = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $n_\omega = 4$ . Звездочкой показано значение  $K_{21}$  на пороговой частоте с учетом анизотропии ( $T = 0$ ,  $e \perp z$ ).

(9) доминирует, тогда как в поляризации  $e \parallel z$  интегрально она играет меньшую роль по сравнению с вкладом плавной составляющей, возрастающей с ростом частоты  $\omega$ . Заметим также, что в области  $\hbar\omega$  от  $\Delta_0$  до  $\sim 3.4$  мэВ свет, поляризованный перпендикулярно главной оси структуры, поглощается сильнее, чем при  $e \parallel z$ , в отличие от поляризационной зависимости вклада в поглощение от дырок с малыми  $k$ , т.е. при  $\hbar\omega \approx \Delta_{21}(0)$ , так как при  $k = 0$  оптические переходы  $hh1 \rightarrow hh2$  разрешены только в поляризации  $e \parallel z$ .

Согласно (7) при нормальном падении на структуру линейно поляризованного излучения вероятность переходов  $(hh1, k) \rightarrow (hh2, k)$  имеет простую зависимость от угла  $\Phi$  между вектором поляризации  $e$  и вектором  $k$ :

$$w_{21} \propto 1 + \chi \cos 2\Phi, \quad (10)$$

где

$$\chi = \frac{2H_{ss}^{(21)} H_{ss}^{(12)}}{(H_{ss}^{(21)})^2 + (H_{ss}^{(12)})^2}.$$

Коэффициент  $\chi$  описывает оптическое выстраивание неравновесных дырок по двумерному квазиимпульсу. Расчет показывает, что для переходов вблизи порога  $\Delta_0$  этот коэффициент составляет  $\sim 0.3$ .

Наличие кубической анизотропии гамильтониана Латтинжера приводит к зависимости минизонного спектра  $E_\nu(k)$ , а значит, и минимального зазора  $\Delta_0$ , от ориентации вектора  $k$  в плоскости интерфейса. На рис. 3 представлена зависимость  $\Delta_0$  от угла  $\phi$  между осью  $x \parallel [100]$  и вектором  $k$ , рассчитанная для структуры, выращенной вдоль направления  $z \parallel [001]$ .

Как видно, функция  $\Delta_0(\phi)$  при  $\phi = 0$  и  $45^\circ$  достигает соответственно минимального и максимального значений, которые различаются между собой на 20%. Следовательно, функция  $\Delta_{21}(k)$  имеет минимум

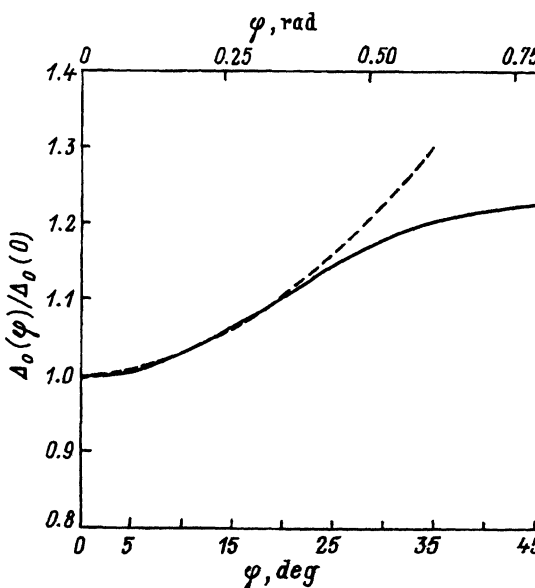


Рис. 3. Зависимость минимального энергетического зазора между подзонами  $hh1$  и  $hh2$  от угла  $\phi$  между волновым вектором дырки и осью  $x \parallel [100]$ . Штриховая линия — приближенная зависимость (12), рассчитанная при  $\mu_y = 12m_0$ .

в точках двумерного  $k$ -пространства с координатами  $(\pm k_0, 0), (0, \pm k_0)$ . Вблизи точки  $(k_0, 0)$  в параболическом приближении имеем

$$\Delta_{21}(k_x, k_y) \approx \Delta_{21}(k_0, 0) + \frac{\hbar^2(k_x - k_0)^2}{2\mu_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2\mu_y}, \quad (11)$$

где  $\mu_x$  совпадает с введенной выше массой  $\mu_{21}$ . Поэтому при малых углах  $\phi$  получаем для минимального зазора

$$\Delta_0(\phi) \simeq \Delta_{21}(k_0, 0) + \frac{\hbar^2 k_0^2}{2\mu_y} \phi^2. \quad (12)$$

С учетом анизотропии корневая особенность (9) размывается, но прямое поглощение по-прежнему будет иметь пороговый характер. Значение коэффициента поглощения на пороговой частоте  $\Delta_{21}(k_0, 0)/\hbar$ , рассчитанное по формуле

$$K_{21} = \frac{4\pi^2 e^2}{\omega c n_{\omega d}} 2\rho_0 \left( |v_{x;2s,1s}(\mathbf{k}_0)|^2 + |v_{y;2s,1s}(\mathbf{k}_0)|^2 \right), \quad (13)$$

показано на рис. 2 звездочкой. В (13) введены обозначения:  $v_{\alpha;2s,1s}(\mathbf{k}_0)$  — матричный элемент оператора скорости  $\hat{v}_\alpha$  ( $\alpha = x, y$ ) в одной из точек экстремума,  $\rho_0$  — приведенная плотность состояний на дне двумерной долины:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{\mu_x \mu_y}}{\pi \hbar^2}.$$

Заметим, что в спектрах поглощения, рассчитанных в [7], вблизи пороговой частоты для переходов между двумя нижними подзонами  $hh1, lh1$  отчетливо виден острый пик в качественном согласии с результатами проведенного анализа.

Кроме анизотропии энергетического спектра на особенность (9) влияют электрон-электронное взаимодействие и корреляционные эффекты [12], которые могут изменить пороговую частоту  $\Delta_0/\hbar$ .

В заключение авторы выражают благодарность Л.Е.Воробьеву, У.Ресслеру (U.Rößler) и А.В.Субашиеву за полезные обсуждения, а также А.Г.Петрову и А.Я.Шику за возможность ознакомиться со статьей [9] до ее опубликования.

Работа частично финансировалась за счет гранта № NUB000 Международного научного фонда и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-02410).

#### Список литературы

- [1] С.С. Недорезов. ФТТ, **12**, 2269 (1970).
- [2] А. Матулис, К. Пирагас. ФТП, **9**, 2202 (1975).
- [3] М.И. Дьяконов, А.В. Хаецкий. ЖЭТФ, **82**, 1584 (1982).
- [4] А.В. Чаплик, Л.Д. Шварцман. Поверхность, **1**, вып. 2, 73 (1982).
- [5] И.А. Меркулов, В.И. Перель, М.Е. Портной. ЖЭТФ, **99**, 1202 (1991).
- [6] G.E. Marques, V.N. Chitta. J. Phys. C, **20**, 727 (1987).
- [7] Y.-C. Chang, R.V. James. Phys. Rev. B, **39**, 12672 (1989).
- [8] Р.Я. Расулов. Автореф. канд. дисс. (С.-Петербург, 1993).

- [9] А.Г. Петров, А.Я. Шик. ФТП, **28**, 2193 (1994).  
[10] З.Н. Соколова, В.Б. Халфин, Ал.Л. Эфрос. ФТР, **22**, 2124 (1988).  
[11] Л.Г. Герчиков, А.В. Субашиев. ФТП, **25**, 231 (1985).  
[12] В.Я. Алешкин, Ю.А. Романов. ФТП, **27**, 329 (1993).

Редактор Л.В. Шаронова

## Intersubband absorption of light in a semiconductor quantum well with complicated band structure

*L.E.Golub, E.L.Ivchenko, R.Ya.Rasulov*

A.F.Ioffe Physicotechnical Institute, Russian Academy of Sciences, 194021 St. Petersburg, Russia

A theory of intersubband absorption of light has been developed for a  $p$ -type quantum-well structure that is based on semiconductors having a zincblende lattice. Contribution to the absorption spectrum due to transitions between the lowest subbands of hole size quantization is calculated. It has been shown that in the polarization  $e \perp z$ ,  $z$  being the structure principal axis, in the spectrum dominates an inverse square-root singularity due to the minimum in the intersubband energy spacing when the two-dimensional hole wave vector is other than zero. The effect of the hole dispersion anisotropy on the optical absorption is analysed.

---