

©1995 г.

ВЛИЯНИЕ ОДНОРОДНОГО ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОЛЯ НА ФОРМУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В КВАНТОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ

Ф.Г.Басс, С.В.Крючков, А.И.Шаповалова

Волгоградский государственный педагогический университет,
400013, Волгоград, Россия
(Получена 12 апреля 1994 г. Принята к печати 29 апреля 1994 г.)

Исследовано влияние высокочастотного электрического поля с амплитудой E_1 ($cE_1 d \ll 2\Delta$, d — постоянная сверхрешетки, 2Δ — ширина разрешенной минизоны) и частотой $\omega_1 \gg \omega_0$ (ω_0 — плазменная частота) на форму нелинейной электромагнитной волны. В бесстолкновительном режиме найдено автомодельное решение модифицированного уравнения sine-Gordon, отвечающее усилению электромагнитного импульса. Показано, что учет межминизонных переходов приводит к стабилизации импульса, превращая его в диссипативный солитон. Рассмотрено влияние столкновений электронов с нерегулярностями решетки, которые в отсутствие переменного электрического поля приводят к затуханию импульса. Найдено, что при определенных условиях возможно резкое возрастание времени пробега уединенной волны.

1. В последнее время значительный интерес вызывает исследование эффектов взаимодействия ультракоротких электромагнитных импульсов с веществом. Это связано с достижениями лазерной физики в области формирования импульсов света длительностью τ_p вплоть до одного периода колебаний [1]. В недавней работе [2] показана возможность проникновения мощного фемтосекундного импульса света в металл. Ранее [3-5] исследовалась возможность распространения электромагнитных солитонов и бризеров в квантовых полупроводниковых сверхрешетках (СР). Примечательно, что в СР для формирования и распространения уединенного импульса необходимы напряженности электромагнитного поля, на 2-3 порядка меньшие, чем в металле.

2. Нелинейные электромагнитные волны в квантовой полупроводниковой СР в бесстолкновительном приближении ($\nu\tau_p \ll 1$, ν — частота столкновений электронов с нерегулярностями решетки) описываются хорошо известным уравнением sine-Gordon:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - V^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \omega_0^2 \sin \Phi = 0, \quad (1)$$

где $\Phi = eA_x d/c$, A — вектор-потенциал электромагнитного поля, d — период СР, $0z$ — ось СР, V — скорость электромагнитной волны в отсутствие электронов, ω_0 — обобщенная плазменная частота электронов в минизоне [3,4], $\hbar = 1$.

Среди частных решений уравнения (1) простейшим является одно-солитонное решение, описывающее однополярный 2π -импульс:

$$\Phi(z, t) = 4 \operatorname{arctg} [\exp(\xi L^{-1})], \quad (2)$$

где $\xi = z - ut$, $L = (V/\omega_0)(1 - \beta^2)^{1/2}$, $\beta = u/V$, $\beta < 1$.

Напряженность электрического поля $\mathbf{E} = -c^{-1}\partial\mathbf{A}/\partial t$ при этом имеет вид $\mathbf{E} = \{E, 0, 0\}$,

$$E = E_0 \operatorname{sech}(\xi L^{-1}) = 2u(edL)^{-1} \operatorname{sech}(\xi L^{-1}). \quad (3)$$

В настоящем сообщении рассмотрено влияние однородного высокочастотного (ВЧ) поля с амплитудой E_1 вдоль $0x$ ($eE_1d \ll 2\Delta$, 2Δ — ширина разрешенной минизоны) и частотой $\omega_1 \gg \omega_0$ на форму нелинейной электромагнитной волны в СР. Актуальность данной задачи определяется возможным практическим применением уединенных волн в устройствах передачи информации. Препятствием этому в СР служит сравнительно сильное затухание уединенных волн, так что время пробега импульса не превышает 10^{-10} с [4,5]. Далее будет показано, что подпитка нелинейного электромагнитного импульса (распространяющегося в среде с диссипацией) однородным ВЧ полем может стабилизировать форму уединенной волны.

Усредняя плотность тока, индуцируемого совместным влиянием поля уединенной волны и внешнего поля, по периоду ВЧ поля, приходим к следующему уравнению, описывающему распространение нелинейной волны под влиянием поля накачки [6]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - V^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \omega_0^2 J_0(\alpha) \sin \Phi = 0. \quad (4)$$

Здесь $\alpha = eE_1d/\omega_1$, J_0 — функция Бесселя.

Отметим, что уравнение (4) в определенном смысле является обобщением уравнения [7], описывающего однородные плазменные колебания в СР под воздействием ВЧ поля, на предмет учета пространственной дисперсии.

В достаточно мощном поле накачки параметр $\alpha > 1$ и функция Бесселя J_0 может не только существенно отличаться от единицы, но даже менять знак. Если параметры ВЧ поля таковы, что $J_0(\alpha) > 0$, то решение полученного уравнения будет отличаться от (2) только перенормировкой $\omega_0 \rightarrow \omega_0 \{J_0(\alpha)\}^{1/2}$. При этом ширина солитона L и амплитуда его электрического поля E_0 будут осциллировать с изменением α .

В то же время, если поле накачки таково, что $J_0(\alpha) < 0$, то уравнение (4) может иметь автомодельное решение, отвечающее усилению импульса [8,9]. Выпишем это решение для напряженности электрического поля волны:

$$E(z, t) = zF \{2\omega_0^2 |J_0(\alpha)| zV^{-1}(t - zV^{-1})\}, \quad (5)$$

где $F(x)$ — знакопеременная осциллирующая функция типа волнового пакета, не равная нулю в окрестности точки $x = 0$.

При распространении импульса (5) его «частота» $\omega(z) = 2\omega_0^2 |J_0(\alpha)| \times z/V$ сдвигается в «голубую» область спектра, причем число фотонов в импульсе при его усилении не меняется. Отметим также осциллирующую зависимость частоты $\omega(z)$ от напряженности поля накачки.

Эффект усиления импульса можно объяснить следующим образом. Возможность распространения солитонов в СР обусловлена коллективным поведением электронов в минизоне. Конкретно, солитон — это уединенная волна, распространяющаяся в среде носителей тока с минизонным энергетическим спектром. Высокочастотное поле оказывает специфическое влияние на эту среду, приводя, в частности, к сильному перераспределению электронного газа в минизоне. Так, средняя энергия электронов в минизоне, усредненная как по каноническому ансамблю, так и по периоду ВЧ поля, имеет следующий вид ($\nu = 0$):

$$\bar{\varepsilon} = \Delta [1 - J_0(\alpha) I_1(\Delta\Theta^{-1}) I_0^{-1}(\Delta\Theta^{-1})]. \quad (6)$$

Здесь Θ — температура в энергетических единицах, I_k — модифицированная функция Бесселя.

Из выражения (6) видно, что при выполнении условия $J_0(\alpha) < 0$ средняя энергия $\bar{\varepsilon} > \Delta$ (т.е. больше половины ширины минизоны). Таким образом, мы имеем дело в данном случае с инвертированной средой. Прохождение импульса через такую среду сопровождается, как известно, его усилением.

3. Увеличение частоты поля $\omega(z)$ приводит к эффективному примешиванию соседних минизон, поглощение на которых должно препятствовать когерентному усилению импульса. Для оценки этого эффекта мы добавим, подобно [10,11], в левую часть уравнения (1) слагаемое $\gamma \partial \Phi / \partial t$, где γ — феноменологическая постоянная, учитывающая потери, связанные с поглощением на примешивающихся переходах между минизонами. Включая в рассмотрение однородное ВЧ поле, проведем усреднение, которое мы использовали при получении уравнения (4). В результате получим в левой части (4) дополнительное слагаемое $\gamma \partial \Phi / \partial t$. Решение полученного уравнения (в предположении о стационарном распространении импульса) имеет следующий вид:

$$F = \arccos \{ \text{th}(\xi_1 L_1^{-1}) \}, \quad (7)$$

$$E = E_{01} \text{sech}(\xi_1 L_1^{-1}). \quad (8)$$

Здесь $\xi_1 = z - Vt$, $L_1 = \gamma V / \{ \omega_0^2 |J_0(\alpha)| \}$, $E_0 = \omega_0^2 |J_0(\alpha)| / (ed\gamma)$.

Формулы (7), (8) описывают стационарный локализованный электромагнитный импульс с площадью, равной π . Скорость, амплитуда и длительность импульса (8) не связаны друг с другом, как в солитонных интегрируемых моделях, а определяются только параметрами среды. Такие образования называют диссипативными солитонами [11].

Таким образом, процесс роста частоты $\omega(z)$ должен достичь своего насыщения и смениться стационарным режимом (7), (8). Полагая $\omega_0 \approx 3 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $\gamma \approx 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $d \approx 10^{-6} \text{ см}$, $|J_0(\alpha)| \approx 1$, найдем амплитуду поля установившегося импульса, $E_{01} \approx 6 \cdot 10^4 \text{ В/см}$, и его длительность, $\tau_p \approx 10^{-14} \text{ с}$. Насыщение усиления произойдет, когда частота импульса $\omega(z)$ сравняется по порядку величины с частотой межминизонных

переходов. При выбранных выше численных значениях параметров стабилизация импульса наступит при $z \simeq 0.1$ см, что соответствует времени распространения $t \approx 3 \cdot 10^{-12}$ с. Таким образом, для типичных значений частоты столкновений носителей тока в СР $\nu \approx 10^{11}$ с $^{-1}$ условие бестолкновительного приближения ($\nu\tau_p \ll \nu t < 1$) выполнено.

4. Рассмотрим влияние столкновений электронов с нерегулярностями кристаллической решетки, которые в отсутствие ВЧ поля приводят к затуханию солитонов [3]. С этой целью запишем выражение для тока проводимости, индуцированного совместным влиянием ВЧ поля и поля солитона:

$$j = \nu j_0 \int_{-\infty}^t dt' \exp[-\nu(t-t')] \sin[\Phi_1(t') - \Phi_1(t)], \quad (9)$$

где $\Phi_1(t) = \Phi(t) + eE_1 d \omega_1^{-1} \sin(\omega_1 t)$, $j_0 = \omega_0^2 (4\pi e d)^{-1}$.

Выражение (9) получено из соответствующего выражения для плотности тока в отсутствие ВЧ поля [3] с помощью замены $\Phi(t) \rightarrow \Phi_1(t)$.

Усредним плотность тока (9) по «быстрой» переменной $\omega_1 t$. Такое усреднение можно выполнить с помощью следующего соотношения:

$$\langle \sin[\Phi_1(t) - \Phi_1(t - \tau)] \rangle = J_0 \left(\frac{2eE_1 d}{\omega_1} \sin \frac{\omega_1 \tau}{2} \right) \sin[\Phi(t) - \Phi(t - \tau)]. \quad (10)$$

При этом выражение для усредненного значения плотности тока примет вид

$$\langle j \rangle = j_0 \int_0^{\infty} d\tau e^{-\nu\tau} J_0 \left(\frac{2eE_1 d}{\omega_1} \sin \frac{\omega_1 \tau}{2} \right) \sin[\Phi(t - \tau) - \Phi(t)]. \quad (11)$$

Функция J_0 в выражении (11) зависит от быстрой переменной $\omega_1 \tau$, поэтому она много раз осциллирует на интервале ω_0^{-1} (т.е. на интервале существенного изменения остальных сомножителей в подынтегральном выражении). Заменим J_0 ее усредненным по периоду $2\pi/\omega_1$ значением

$$\left\langle J_0 \left(2\alpha \sin \frac{\omega\tau}{2} \right) \right\rangle = \pi^{-1} \int_0^{\pi} J_0(\alpha \sin x) dx = J_0^2(\alpha). \quad (12)$$

Таким образом, окончательное усредненное значение плотности тока, которое необходимо подставить в волновое уравнение, имеет следующий вид:

$$\langle j \rangle = \nu j_0 J_0^2(\alpha) \int_{-\infty}^t dt' \exp[-\nu(t-t')] \sin[\Phi(t') - \Phi(t)]. \quad (13)$$

Уравнение, описывающее распространение уединенной волны с учетом поля накачки и столкновений электронов, следовательно, может быть записано как

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - V^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \omega_0^2 J_0^2(\alpha) \sin \Phi =$$

$$= \nu \omega_0^2 J_0^2(\alpha) \int_{-\infty}^t dt' \exp[-\nu(t-t')] \{ \sin[\Phi(t') - \Phi(t)] + \sin \Phi(t) \}. \quad (14)$$

Таким образом, эффект ВЧ поля сводится к перенормировке $\omega_0 \rightarrow J_0(\alpha) \cdot \omega_0$. Поэтому можно сразу написать выражение для характерного времени t^* , по прошествии которого электромагнитная волна в СР из существенно нелинейной трансформируется в слабо нелинейную:

$$t^* = t_0^* J_0^{-2}(\alpha) = \frac{1}{2\nu} \left[\frac{eE_0(0)d}{2\omega} \right]^2 J_0^{-2}(\alpha). \quad (15)$$

Здесь $E_0(0)$ — амплитуда солитона в начальный момент времени, t_0^* — время пробега солитона при $E_1 = 0$ [3]. В достаточно мощном поле накачки, когда $J_0(\alpha)$ близко к нулю ($J_0 \ll 1$), можно ожидать значительного увеличения времени пробега солитона. Обратим внимание на связь данного эффекта с явлением самоиндуцированной прозрачности [12], обусловленного «превращением» СР в пределе $J_0 \rightarrow 0$ в линейный диэлектрик.

Авторы выражают благодарность Е.М. Евтушенко за обсуждение работы и полезные замечания.

Список литературы

- [1] С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин. *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов* (М., Наука, 1988).
- [2] Э.М. Беленов, Л.А. Гречко, А.П. Канавин. *Письма ЖЭТФ*, **58**, 331 (1993).
- [3] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
- [4] Э.М. Эпштейн. *ФТТ*, **19**, 3456 (1977).
- [5] С.В. Крючков, Г.А. Сыродоев. *ФТП*, **24**, 1120 (1990).
- [6] С.В. Крючков. В кн.: *Тез. докл. научн.-техн. конф. «Проблемы и прикладные вопросы физики»* (Саранск, 1993) с. 44.
- [7] Э.М. Эпштейн. *ФТП*, **12**, 985 (1978).
- [8] Э.М. Беленов, П.Г. Крюков, А.В. Назаркин, А.Н. Ораевский, А.В. Усков. *Письма ЖЭТФ*, **47**, 442 (1988).
- [9] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин. *Письма ЖЭТФ*, **51**, 252 (1990).
- [10] Р. Пантел, Г. Пухтоф. *Основы квантовой электроники* (М., Мир, 1972).
- [11] С.В. Сазонов. *Письма ЖЭТФ*, **53**, 400 (1991).
- [12] А.А. Ignatov, Yu.A. Romanov. *Phys. St. Sol. (b)*, **73**, 327 (1976).

Редактор Л.В. Шаронова