ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА ДЫРКАМИ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ

А.Г.Петров, А.Я.Шик

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе Российской академии наук,
194021, Санкт-Петербург, Россия
(Получена 30 мая 1994 г. Принята к печати 7 июня 1994 г.)

Теоретически рассмотрена задача об энергетическом спектре и межподзонном поглощении света в квантовых ямах p-типа. Получены аналитические результаты методом теории возмущений в модели Латтинжера, где в качестве возмущения рассматривается волновой вектор дырки в плоскости ямы. При концентрациях дырок, соответсвующих реальным экспериментам, адекватное описание обеспечивается 4 порядком теории возмущений. В этом приближении развит метод расчета энергетического спектра и волновых функций дырок, их статистики, матричных элементов и правил отбора для межподзонных переходов. Окончательным результатом работы является расчет спектров межуровневого поглощения для различных типов переходов.

1. Введение

Межуровневые оптические переходы в квантовых ямах (КЯ) в последнее время привлекают значительное внимание и находят важное применение в фотоприемниках инфракрасного диапазона [1]. Для полупроводников с простым параболическим законом дисперсии расчет межуровневых переходов для КЯ произвольного потенциала был проведен нами нами ранее [2,3]. Поскольку такой тип энергетического спектра характерен для зоны проводимости полупроводников $A^{III}B^{V}$, задачу теоретического описания переходов в КЯ n-типа можно считать в целом решенной. В то же время межуровневые переходы в КЯ p-типа также представляют интерес из-за ненулевого поглощения для света любой поляризации, что удобно для приборных приложений [4]. Теоретическое описание этой системы затруднено сложностью энергетического спектра дырок. Некоторые расчеты таких переходов содержатся в работах [5,6]. В первой из них [5] приведены численные расчеты для прямоугольной КЯ некоторой фиксированной толщины. Однако даже малая вариация параметров может сильно изменить конечный результат, что не позволяет выявить всего многообразия наблюдаемых эффектов и затрудняет практическое применение работы. В работе [6] авторы не учли смешивания состояний и к тому же воспользовались моделью бесконечно глубокой ямы, что сделало их расчеты слишком грубыми.

В представленной работе развит общий подход, позволяющий получать аналитические выражения для коэффициента поглощения света в КЯ p-типа произвольной формы. Наше приближение основывается на модели Латтинжера [7] для кубического кристалла с центром инверсии, что, однако, не препятствует его использованию для системы GaAs/AlGaAs, так же как и для других полупроводников $A^{III}B^{V}$, поскольку нарушение инверсионной симметрии в таких полупровдниках весьма мало и почти не сказывается на энергетическом спектре [8]. Мы будем считать также, что плоскость КЯ перпендикулярна оси [100], что типично для таких структур. Такое допущение не принципиально, но существенно упрощает формулы.

2. Энергетический спектр и волновые функции

Вычисление коэффициентов межуровненого поглощения требует знания энергетического спектра и волновых функций дырок в КЯ. Существует много работ, где они были определены как численно (например, [9–11]), так и аналитически [12–16]. Стандартный подход, примененный в цитированных работах, позволяет в принципе получить аналитическое выражение для волновых функций, а также уравнения для энергетического спектра в любой симметричной КЯ. Однако даже для прямоугольной конечной глубины выражения столь сложны, что не приводятся полностью в литературе (например, [14,15]).

В представленной работе развивается подход, основанный на теории возмущений. Он позволяет достаточно просто получать выражения для межуровневых коэффициентов поглощения света для КЯ различной формы.

Для КЯ с потенциалом $V(z)$ (ось z совпадает с направлением $\langle 100\rangle$) гамильтониан Латтинжера имеет вид

$$\hat{H} = \frac{1}{m_0}\left[(\gamma_1 + 5\gamma_2)p^2/2 - \gamma_2 \sum_i p_i^2 J_i^2 - 2\gamma_3 \sum_{i,j} p_i p_j \{J_i, J_j\}\right] + V(z). \quad (1)$$

Будем для простоты считать, что параметры Латтинжера γ_i координатно-независимы. Корректность этого предположения будет обсуждаться далее.

В плоскости КЯ система трансляционно-инвариантна и волновая функция дырок имеет вид $\Psi \sim \exp[i(k_x x + k_y y)]$. Рассмотрим закон дисперсии дырок вдоль определенного направления в $\mathbf{k}$-пространстве: $k_x = k\cos\phi$, $k_y = k\sin\phi$, где ось x ориентирована в направлении $\langle 010\rangle$. Вводя обозначения $q = \sqrt{3}\gamma_3\exp(i\phi)$, $p = \sqrt{3}(\gamma_2\cos 2\phi - i\gamma_3\sin 2\phi)$, запишем гамильтониан в следующей форме:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + k\hat{W}_1 + k^2\hat{W}_2, \quad (2)$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\begin{pmatrix} \gamma_1-2\gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1+2\gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1+2\gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_1-2\gamma_2 \end{pmatrix}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z)\hat{I},$$

$$\hat{W}_1 = -\frac{\hbar^2}{m_0}\begin{pmatrix} 0 & q^* & 0 & 0 \\ -q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -q^* \\ 0 & 0 & q & 0 \end{pmatrix}\frac{\partial}{\partial z}.$$

$$\hat{W}_2 = \frac{\hbar^2}{2m_0}\left[\begin{pmatrix} \gamma_1+\gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1-\gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1-\gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_1+\gamma_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \\ p^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p^* & 0 & 0 \end{pmatrix}\right]. \quad (3)$$

Базис матриц выбран таким образом, чтобы матрица полного углового момента J_z была диагональна с собственными значениями $3/2$, $1/2$, $-1/2$, $-3/2$. Символ $\hat{I}$ обозначает единичный оператор.

Используем для решения уравнения Шредингера теорию возмущений, рассматривая в качестве возмущения члены уравнения (2), содержащие k. Для оптических переходов, где $\Delta k = 0$, максимальный волновой вектор дырки при низких температурах определяется импульсом Ферми $\hbar k_F$. Нетрудно показать, что по крайней мере для КЯ с шириной $2a < 150$ Å (практически наиболее интересная область) при концентрациях дырок в яме вплоть до $1.5 \cdot 10^{12}$ см$^{-2}$ выполняется условие $ak_F < 1$ (см. разд. 4). Как будет видно далее, при этом для описания интересующих нас эффектов вполне достаточно 4 порядка теории возмущений. Для прямоугольной КЯ два первых члена (приближение эффективной массы) были получены недавно в работе [16].

Уровень энергии дырок в КЯ характеризуются четырьмя квантовыми числами: типом дырок при $k = 0$ (h или l для углового момента, равного $\pm 3/2$ или $\pm 1/2$ соответственно); главным квантовым числом для дырки данного типа ($h1, h2, h3, \ldots$ или $l1, l2, l3, \ldots$); знаком компоненты углового момента[1] и волновым вектором $\mathbf{k}$ в плоскости КЯ. Для сокращения записи три первых квантовых числа (например $(h, 1, +)$) иногда будут обозначаться буквой α.

Невозмущенные уровни энергии $E_\alpha(0)$ и волновые функции ψ_α определяются из двух независимых уравнений Шредингера с массой тяжелой и легкой дырки:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{h(l)}}\frac{\partial^2 \psi_\alpha}{\partial z^2} + [V(z) - E_\alpha(0)]\psi_\alpha = 0,$$

[1] Точнее, два различных состояния, обозначаемые нами + и −, описываются соответственно симметричной и антисимметричной комбинацией $+1/2$ и $-1/2$ состояний ($+3/2$ и $-3/2$ для тяжелых дырок). Для симметричной КЯ состояния « + » и « − » вырождены при всех k.

$$m_{h(l)} = \frac{m_0}{\gamma_1 \mp 2\gamma_2}. \tag{4}$$

Полная волновая функция дырки — четырехкомпенентный спинор (обозначается подчеркиванием) — для невозмущенных состояний равна

$$\underline{\Psi}_\alpha(0,z) = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \psi_\alpha(z),$$

где $C_2 = C_3 = 0$ для тяжелых дырок и $C_1 = C_4 = 0$ для легких.

Для ненулевых k можно написать разложение по k для закона дисперсии

$$E_\alpha(k) = E_\alpha(0) + \left.\frac{\partial E_\alpha}{\partial k}\right|_0 k + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 E_\alpha}{\partial k^2}\right|_0 k^2 + \ldots \equiv$$

$$\equiv E_\alpha(0) + \mu_1^\alpha k + \mu_2^\alpha k^2 + \mu_3^\alpha k^3 + \mu_4^\alpha k^4 + \ldots \tag{5}$$

и волновой функции

$$|h, N, \pm\rangle \equiv \underline{\Psi}_\alpha(k,z) = \underline{\Psi}_\alpha(0,z) + \left.\frac{\partial \underline{\Psi}_\alpha}{\partial k}\right|_0 k + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 \underline{\Psi}_\alpha}{\partial k^2}\right|_0 k^2 + \ldots \equiv$$

$$\equiv \underline{\chi}_0^\alpha + k\underline{\chi}_1^\alpha + k^2\underline{\chi}_2^\alpha + \ldots . \tag{6}$$

Коэффициенты μ_i^α из уравнения (5) и функции $\underline{\chi}_i^\alpha(z)$ из (6) при одном и том же α связаны между собой. Эту связь можно найти с помощью известной квантово-механической теоремы: $\langle \partial H/\partial\lambda\rangle_\alpha = \partial E/\partial\lambda$, где λ — параметр, а $\langle\ldots\rangle_\alpha$ означает усреднение по состоянию α. Рассматривая волновой вектор k как параметр λ, получим

$$\langle \partial\hat{H}/\partial k\rangle_\alpha = \partial E/\partial k = \langle \hat{W}_1 + 2k\hat{W}_2\rangle_\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} n\mu_n^\alpha k^{n-1}. \tag{7}$$

Вычисляя $\langle \hat{W}_1 + 2k\hat{W}_2\rangle_\alpha \equiv \langle \underline{\chi}_0^\alpha + k\underline{\chi}_1^\alpha + \ldots \left| \hat{W}_1 + 2k\hat{W}_2 \right| \underline{\chi}_0^\alpha + k\underline{\chi}_1^\alpha + \ldots\rangle_\alpha$ и приравнивая члены одинакового порядка по k в обоих сторонах уравнения (7), имеем

$$\begin{aligned}
\mu_1^\alpha &= \langle \underline{\chi}_0^\alpha|\hat{W}_1|\underline{\chi}_0^\alpha\rangle = 0,\\
\mu_2^\alpha &= \langle \underline{\chi}_1^\alpha|\hat{W}_1|\underline{\chi}_0^\alpha\rangle + \langle \underline{\chi}_0^\alpha|\hat{W}_2|\underline{\chi}_0^\alpha\rangle,\\
\mu_3^\alpha &= 1/3\left[\langle \underline{\chi}_1^\alpha|\hat{W}_1|\underline{\chi}_1^\alpha\rangle + 2\langle \underline{\chi}_2^\alpha|\hat{W}_1|\underline{\chi}_0^\alpha\rangle + 4\langle \underline{\chi}_1^\alpha|\hat{W}_0|\underline{\chi}_2^\alpha\rangle\right],\\
\mu_4^\alpha &= 1/2\left[\langle \underline{\chi}_3^\alpha|\hat{W}_1|\underline{\chi}_0^\alpha\rangle + \langle \underline{\chi}_2^\alpha|\hat{W}_1|\underline{\chi}_1^\alpha\rangle + 2\langle \underline{\chi}_2^\alpha|\hat{W}_2|\underline{\chi}_0^\alpha\rangle + \langle \underline{\chi}_1^\alpha|\hat{W}_2|\underline{\chi}_1^\alpha\rangle\right].
\end{aligned} \tag{8}$$

Теперь основная проблема состоит в нахождении $\underline{\chi}_i^\alpha$. Разлагая $\hat{H}$, E_α и Ψ_α по k (смотри уравнения (2), (5), (6)), имеем

$$\left[\hat{H}_0 - E_\alpha(0)\hat{I}\right]\sum_{n=0}^{\infty}\underline{\chi}_n^\alpha k^n = -\left[k\hat{W}_1 + k^2\left(\hat{W}_2 - \mu_2^\alpha\hat{I}\right) - k^3\mu_3^\alpha\right]\sum_{n=0}^{\infty}\underline{\chi}_n^\alpha k^n. \quad (9)$$

Так как $\left[\hat{H}_0 - E_\alpha(0)\hat{I}\right]\underline{\chi}_0^\alpha = 0$, уравнение (9) может быть формально записано в интегральной форме:

$$\underline{\chi}_1^\alpha + k\underline{\chi}_2^\alpha + k^2\underline{\chi}_3^\alpha + \ldots =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dz'\mathcal{G}(z,z')\left\{k\hat{W}_1\underline{\chi}_0^\alpha + k^2\left[\hat{W}_1\underline{\chi}_1^\alpha + \left(\hat{W}_2 - \mu_2^\alpha\hat{I}\right)\underline{\chi}_0^\alpha\right] + \right.$$

$$\left. + k^3\left[\hat{W}_1\underline{\chi}_2^\alpha + \left(\hat{W}_2 - \mu_2^\alpha\hat{I}\right)\underline{\chi}_1^\alpha - \mu_3^\alpha\hat{I}\underline{\chi}_0^\alpha\right] + \ldots\right\}, \quad (10)$$

где $\mathcal{G}(z,z')$ — матричная функция Грина для уравнения Шредингера нулевого порядка (4), представляющая диагональную матрицу с компонентами $G_h(z,z')$, $G_l(z,z')$, $G_l(z,z')$, $G_h(z,z')$, которые находятся из уравнения

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{h(l)}}\frac{\partial^2 G_{h(l)}}{\partial z^2} + [V(z) - E]G_{h(l)} = \delta(z - z'). \quad (11)$$

В уравнении (10) в качестве аргумента E из $G(z,z')$ следует брать $E_\alpha(0)$. Уравнение (11) дает рекуррентную формулу для $\underline{\chi}_i^\alpha$:

$$\underline{\chi}_1^\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} dz'\mathcal{G}(z,z')\hat{W}_1\underline{\chi}^\alpha(z'),$$

$$\underline{\chi}_2^\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} dz'\mathcal{G}(z,z')\left[\hat{W}_1\underline{\chi}_1^\alpha(z') + \left(\hat{W}_2 - \mu_2^\alpha\hat{I}\right)\underline{\chi}_0^\alpha(z')\right],$$

$$\underline{\chi}_3^\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} dz'\mathcal{G}(z,z')\left[\hat{W}_1\underline{\chi}_2^\alpha(z') + \left(\hat{W}_2 - \mu_2^\alpha\hat{I}\right)\underline{\chi}_1^\alpha(z') - \mu_3^\alpha\hat{I}\underline{\chi}_0^\alpha(z')\right]. \quad (12)$$

Формулы (3), (6), (8), (12) дают окончательный результат для волновой функции

$$|h, N, \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2||pq}}\left\{\underline{h}\psi_{h,N}(z) + \left(\underline{l}\hbar^2 k|q|/m_0\right)\int_{-\infty}^{\infty} dz' G_l(z,z')\psi'_{h,N}(z') \mp \right.$$

$$\mp \underline{l}\hbar^2 k^2|p|/2m_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz' G_l(z,z')\psi_{h,N}(z') + \left(\underline{l}\hbar^2 k^3|q|/m_0\right) \times$$

$$\left. \times \left[\mu_2^\alpha - \hbar^2(\gamma_1 - \gamma_2)/m_0\right]\iint_{-\infty}^{\infty} dz'dz'' G_l(z,z')G_l(z',z'')\psi_{h,N}(z'')\right\} \quad (13)$$

и энергетического спектра

$$\mu_2^\alpha = \frac{\hbar^2(\gamma_1+\gamma_2)}{2m_0} + \frac{\hbar^4|q|^2}{m_0^2}\iint_{-\infty}^{\infty} dzdz' G_l(z,z')\psi'_{h,N}(z)\psi'_{h,N}(z'),$$

$$\mu_3^\alpha = \mp\frac{\hbar^4|pq|}{m_0^2}\iint_{-\infty}^{\infty} dzdz' G_l(z,z')\psi_{h,N}(z)\psi'_{h,N}(z'),$$

$$\mu_4^\alpha = \left(\frac{\hbar^2|p|}{2m_0}\right)^2\iint_{-\infty}^{\infty} dzdz' G_l(z,z')\psi_{h,N}(z)\psi_{h,N}(z') - \frac{\hbar^4|q|^2}{m_0}\times$$

$$\times\left[\mu_2^\alpha - \frac{3\hbar^3(\gamma_1+\gamma_2)}{2m_0}\right]\int_{-\infty}^{\infty} dz\left[\int_{-\infty}^{\infty} dz' G_l(z,z')\psi_{h,N}(z')\right]^2 \equiv \mu_{4a}^\alpha|p|^2 + \mu_{4i}^\alpha \tag{14}$$

уровней, происходящих из состояний тяжелых дырок. Для получения состояний $|l,N,\pm\rangle$ необходимо сделать замены $l\to h$, $h\to l$, $\gamma_2\to-\gamma_2$, $k\to -k$, а также поменять знак у μ_3. В написанных формулах спиноры

$$\underline{h} = \begin{pmatrix}\sqrt{q^*p}\\ 0\\ 0\\ \pm\sqrt{qp^*}\end{pmatrix}, \qquad \underline{l} = \begin{pmatrix}0\\ \sqrt{q^*p}\\ \pm\sqrt{qp^*}\\ 0\end{pmatrix},$$

описывают основные состояния тяжелой и легкой дырок. Для упрощения последующих выражений мы разделили μ_4^α на изотропную (μ_{4i}^α) часть и часть $\mu_{4a}^\alpha|p|^2$, содержащую угловую зависимость.

Ряд теорий возмущений хорошо сходится, если энергии состояний тяжелой и легкой дырок при $k=0$ сильно различны [8]. Для КЯ с типичными характерными параметрами это условие может нарушиться только для пары уровней $h3-l2$. Наше приближение применимо при условии $[E_{h3}(0)-E_{l2}(0)]^2 \gg 3(m_l/m_h)(\hbar^2 k_F\gamma_3/m_0 a)^2$. Для КЯ $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$–$GaAs$–$Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ данное условие может нарушиться при ширине КЯ, близкой к 73 Å.

Для частного случая прямоугольной КЯ шириной $2a$ и глубиной U уравнение (14) дает

$$\mu_2^\alpha = \frac{\hbar^2}{2m_h}\left[1+\frac{3(\gamma_2^2-\gamma_3^2)}{\gamma_2(\gamma_1-2\gamma_2)} - \frac{3}{2}\frac{(\gamma_3/\gamma_2)^2}{1+\varkappa_h a}\left(1-\frac{\lambda(1-\nu^2)}{\nu^2\sigma_l}\right)\right], \qquad \mu_3^\alpha = 0;$$

$$\mu_{4a}^\alpha = \frac{\hbar^2}{8m_0k_h^2}\left\{1-\frac{\nu^2}{1+\varkappa_h a}\left[1-\frac{(1+\nu^2)m_0(1-\lambda^{-1})}{2\gamma^2 m_l\nu^2}\left(1-(1-\lambda)\rho_l^{-1}\right)\right]\right\};$$

$$\mu_{4i}^\alpha = -\frac{3\gamma_3^2\left[\mu_2^\alpha - 3\hbar^2/2m_0(\gamma_1-\gamma_2)\right]}{8\gamma_2^2k_h^2(1+\varkappa_h a)}\left\{\frac{1+\nu^2}{\nu^2}\left[\varkappa_h a(\beta_l^{-2}+\sigma_l^{-2}) - \frac{\lambda\nu^{-1}}{\beta_l\sigma_l}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\lambda\nu^2}{\sigma_l^2}\right] + (\varkappa_h a-1-\nu^2) - \frac{\gamma_1+2\gamma_2}{\gamma_2}\left[\sigma_l^{-1}\left(\nu^2+\frac{\nu^{-2}-\nu^2}{\lambda}\right)+\nu^{-1}\beta_l^{-1}\right]\right\}, \tag{15}$$

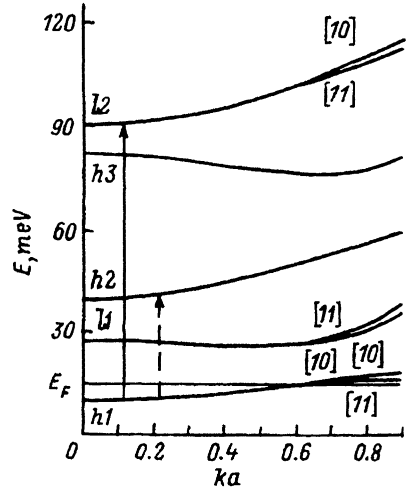

Рис. 1. Энергетический спектр КЯ $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$-$GaAs$-$Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ с $2a = 80$ Å. Переходы, разрешенные при $k = 0$ в z- и ϕ'-поляризации, показаны соответственно пунктирной и сплошной линией.

где $\sigma_l = 1 \pm \nu^{-1}(\operatorname{tg} k_l a)^{\pm 1}$, $\rho_l = 1 \mp \nu(\operatorname{tg} k_l a)^{\mp 1}$, $\beta_l = \pm\sigma_l(\operatorname{tg} k_l a)^{\mp 1}$, $\lambda = \sqrt{m_h/m_l}$, $k_h = \hbar^{-1}\sqrt{2m_h E_\alpha(0)}$, $\varkappa_h = \hbar^{-1}\sqrt{2m_h[U - E_\alpha(0)]}$, $\nu = k_h/\varkappa_h$, верхний и нижний знак соответствует симметричному и антисимметричному состояниям. В качестве примера на рис. 1 показан энергетический спектр прямоугольной КЯ, вычисленный по формулам данного раздела. В области $k < a^{-1}$ он отличается от результатов точного численного расчета [14] менее чем на 10%.

В асимметричной КЯ (например, в присутствии внешнего электрического поля) вырождение состояний + и − снимается. Расщепление определяется коэффициентом μ_3^α и может быть вычислено с помощью уравнения (14). Так как в некоторых случаях переходы между состояниями + и − могут быть запрещены (см. разд. 3), необходимо знать, какой из подуровней (+ или −) имеет большую энергию. Если энергетические уровни при $k = 0$ чередуются как $h1$, $l1$, $h2$, $h3$, $l2$, то глубже находится подзона, соответствующая состояниям +, +, −, + и − соответсвенно.

До сих пор мы считали параметры Латтинжера γ_i координатно-независимыми. Различие γ_i в разных слоях гетероструктуры приведет к сдвигу энергии уровня при $k = 0$ (в основном для легких дырок) и к изменению параметров μ_i. Обычно этот эффект мал. Например, относительное изменение μ_2 определяется фактором $\Delta\gamma_3/\gamma_3\sqrt{m_e/m_h}E/U$, который, как правило, много меньше единицы по крайней мере в структурах $Al_xGa_{1-x}As$–$GaAs$–$Al_xGa_{1-x}As$ с $x < 0.2$.

3. Оптические матричные элементы

Делая замену $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}-\epsilon\mathbf{A}/c$ в гамильтониане (1) ($\mathbf{A}$ — векторный потенциал электромагнитной волны), мы получим следующие линейные по $\mathbf{A}$ члены, описывающие фотон-дырочное взаимодействие:

$$\hat{V} = \frac{i\hbar\epsilon A}{c}, \left[\begin{pmatrix} m_h^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_l^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_l^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_l^{-1} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{k}{m_0} \begin{pmatrix} 0 & q^* & 0 & 0 \\ -q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 - q^* & \\ 0 & 0 & q & 0 \end{pmatrix} \right] \tag{16}$$

для поляризованного света, и

$$\hat{V}_{q'} = -\frac{\hbar\epsilon A}{m_0 c} \left[- \begin{pmatrix} 0 & q'^* & 0 & 0 \\ -q' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -q'^* \\ 0 & 0 & q' & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} + \cos(\phi-\phi') \times \right.$$

$$\left. \times \begin{pmatrix} \gamma_1+\gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_1-\gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1-\gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_1+\gamma_2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 & 0 & p' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p' \\ p'^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p'^* & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \tag{17}$$

для света, поляризованного в плоскости xy, где ϕ' — угол между осью x и высокочастотным электрическим полем, $q' = \sqrt{3}\gamma_3 \exp[i(\phi - \phi')]$, $p' = \sqrt{3}[\gamma_2 \cos(\phi + \phi') - i\gamma_3 \sin(\phi + \phi')]$. Разумеется, операторы $\hat{V}_z$ и $\hat{V}_{\phi'}$ являются эрмитовыми. Заметим, что не только $\hat{V}_z$, но и $\hat{V}_{\phi'}$ содержит члены, не зависящие от k. В случае $\hat{V}_{\phi'}$ они описывают конверсию тяжелой дырки в легкую (или наоборот). При этом фотон должен иметь спин ± 1, что возможно только для нормально падающего света.

Рассмотрим теперь матричные элементы $\langle\alpha|\hat{V}_z|\beta\rangle$ и $\langle\alpha|\hat{V}_{\phi'}|\beta\rangle$. Прежде всего заметим, что для z поляризации разрешены переходы только между состояниями с одной и той же комбинацией компонент углового момента ($+ \rightarrow +$ или $- \rightarrow -$). Для ϕ'-поляризации все переходы, т.е. $+ \rightarrow +$, $- \rightarrow -$, $+ \rightarrow -$ и $- \rightarrow +$, имеют одниковую вероятность. Операторы $\hat{V}_z$ и $\hat{V}_{\phi'}$ линейны по $\partial/\partial z$. В то же самое время волновые функции дырок (13) выражаются через функции нулевого порядка ψ_α и их производные. Следовательно, интересующие нас матричные элементы содержат три типа интегралов перекрытия между состояниями легких и тяжелых дырок:

$$P_{hM}^{lN} = \int_{-\infty}^{\infty} dz \psi'_{hN}(z)\psi_{lM}(z),$$
$$Q_{hM}^{lN} = \int_{-\infty}^{\infty} dz \psi_{hN}(z)\psi_{lM}(z), \tag{18}$$
$$R_{hM}^{lN} = \int_{-\infty}^{\infty} dz \psi'_{hN}(z)\psi'_{lM}(z),$$

и аналогичные интегралы, содержащие состояния одного типа (e.g., P_{hM}^{hN}). В симметричной КЯ, где волновые функции ψ_α имеют определенную четность, формула (18) дает ненулевые значения интегралов только для P, содержащих состояния разной четности (например, P_{h1}^{l2} или P_{h1}^{h2}), а также для Q и R с состояниями одниковой четности (например, Q_{h1}^{l3} или R_{h1}^{h3}). Более того, в случае бесконечно глубокой ямы все Q и R пропорциональны δ_{MN}. Наконец, для переходов между состояниями одного типа для любой формы КЯ $Q_{hM}^{hN} = Q_{lM}^{lN} = \delta_{MN}$.

В модели прямоугольной КЯ конечной глубины конкретные выражения для интегралов перекрытия весьма просты. Используя те же обозначения, что и в (15), для переходов, разрешенных по четности, имеем

$$Q_{hM}^{lN} = \frac{2}{\varkappa_{lN} + \varkappa_{hM}} \sqrt{\frac{E_{lN}E_{hM}}{(\varkappa_{lN}^{-1} + a)(\varkappa_{hM}^{-1} + a)}} \cdot \frac{m_h - m_l}{E_{hM}m_h - E_{lN}m_l},$$
$$P_{hM}^{lN} = Q_{hM}^{hN} \frac{m_l \varkappa_{hM} + m_h \varkappa_{lN}}{m_l - m_h}, \tag{19}$$
$$R_{hM}^{lN} = Q_{hM}^{hN} \frac{2m_l m_h (E_{lN} - E_{hM})}{\hbar^2 (m_h - m_l)}.$$

Свет с различной поляризацией вызывает различные типы межуровневых переходов. Рассмотрим их по отдельности.

3.1. *Поляризация.* Все переходы можно условно разбить на две группы — с изменением «типа» дырок и без оного. В последнем случае получается

$$\langle h, N, \pm | \hat{V}_z | h, M, \pm \rangle = \frac{i\hbar e A}{c m_h} \left[P_{hM}^{hN} + \frac{\hbar^2 k^2 |q|^2}{m_0^2} \sum_{lJ,lL} \frac{P_{lJ}^{lL} P_{hM}^{lL} P_{hN}^{lJ}}{\omega_{hN,lL}\omega_{hM,lJ}} + \right.$$
$$\left. + \frac{\hbar k^2 |q|^2 m_h}{m_0} \sum_{lL} \frac{\omega_{hN,hM} Q_{hN}^{lL}}{\omega_{hM,lL}\omega_{hN,lL}} \left(\frac{m_h}{m_0} P_{hM}^{lL} \pm \frac{|p|}{|q|} k Q_{hM}^{lJ} \right) \right], \tag{20}$$

где $\hbar\omega_{hM,lJ} = E_{hM}(0) - E_{lJ}(0)$. Первое слагаемое соответствует известному результату в модели эффективной массы и имеет порядок $\hbar e A/(c m_{h(l)} a)$. Если этот переход запрещен по четности (например

$h1 \to h3$ в симметричной КЯ), то все члены в (20) исчезают и первый ненулевой член возникает лишь в 3 порядке по k, в силу чего является очень малым.

Переход с конверсией дырки разрешен только при $k \neq 0$ и описывается следующим матричным элементом:

$$\langle l, N, \pm|\hat{V}_z|h, M, \pm\rangle = \frac{i\hbar\epsilon A}{cm_0}\left[k|q|\left(\frac{4\gamma_2\hbar^2}{m_0\omega_{lN,hM}}R^{lN}_{hM} - Q^{lN}_{hM}\right) \pm \right.$$
$$\left. \pm\frac{2\gamma_2\hbar^2k^2|p|}{m_0\omega_{lN,hM}}P^{hM}_{lN}\right]. \qquad (21)$$

3.2 *ϕ-поляризация.* Здесь ситуация в некотором смысле противоположна ранее рассмотренному случаю. В частности, при $k = 0$ разрешен только переход между состояниями тяжелой и легкой дырки:

$$\langle l, N, +|\hat{V}_{\phi'}|h, M, \pm\rangle = \frac{\hbar\epsilon A}{cm_0}\left[\tilde{q}P^{lN}_{hM} \pm \tilde{p}kQ^{lN}_{hM} + \frac{\hbar k^2|q|\cos(\phi-\phi')}{m_0}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{2\gamma_2P^{lN}_{hM}}{\omega_{lN,hM}} + \frac{\hbar|q|^2}{m_0}\sum_{hL,lJ}\frac{P^{hL}_{lJ}P^{hL}_{lN}P^{lJ}_{hM}}{\omega_{lN,hL}\omega_{hM,lJ}}\right)\right]. \qquad (22)$$

Здесь введены обозначения $\tilde{p} = (pp^{*\prime} \pm p^*p')/2|p|$, $\tilde{q} = (q'q^* \pm q^{*\prime}q)/2|q|$. Для перехода из состояния $\langle l, N -|$ мы должны заменить знак перед $\tilde{p}$ и $\tilde{q}$ в уравнениях (22) и (23). Мы не учли здесь малый вклад от резонансных состояний над ямой. Сходимость этого ряда лучше, чем ряда для волновых функций. Как уже отмечалось, для справедливости нашего пертурбационного подхода последний член в (22) не должен содержать малых знаменателей, отвечающих вырождению возбужденных состояний (например, $h3$ и $l2$).

Первый член в формуле (22) похож на соответствующий член в (20) и отличается только численным множителем $\gamma_3/(\gamma_1-2\gamma_2)$. Однако здесь имеется линейный по k член. Для переходов, запрещенных по четности, он является основным, и эти переходы не так подавлены, как соответствующие переходы в z-поляризации.

Переходы между дырочными состояниями одного и того же типа описываются следующими матричными элементами:

$$\langle h, N, +|\hat{V}_{\phi'}|h, M, \pm\rangle = \frac{\hbar\epsilon A}{cm_0}\left[k\cos(\phi-\phi')(\gamma_1+\gamma_2)\delta_{NM} + \right.$$
$$+\frac{\hbar k|q|\tilde{q}}{m_0}\sum_{lJ}\left(\frac{P^{lJ}_{hN}P^{lJ}_{hM}}{\omega_{hN,lJ}} + \frac{P^{lJ}_{hN}P^{lJ}_{hM}}{\omega_{hM,lJ}}\right) +$$
$$\left.+\frac{\hbar k^2}{m_0}(2|q|\tilde{p} - |p|\tilde{q})\sum_{lJ}\left(\frac{Q^{lJ}_{hN}P^{lJ}_{hM}}{\omega_{hN,lJ}} + \frac{Q^{lJ}_{hN}P^{lJ}_{hM}}{\omega_{hM,lJ}}\right)\right]. \qquad (23)$$

Заметим, что переходы между подуровнями + и − одного уровня в асимметричной КЯ описываются этим выражением.

Если параметры Латтинжера γ_i различны в разных слоях структуры, то формула (23) должна быть слегка модифицирована, так же как это было ранее сделано для КЯ n-типа для случая разных эффективных масс в слоях [2]. Матричный элемент в (23) является единственным, где различие γ_i в разных слоях может привести к заметному эффекту.

4. Статистика вырожденного двумерного газа

Для того чтобы в конечном счете вычислить коэффициенты межуровневого поглощения света вырожденным дырочным газом в КЯ, мы должны знать, помимо оптических матричных элементов, значения фермиевского волнового вектора k_F, определяющие область фазового пространства, где возможны переходы. Это особенно важно для переходов, запрещенных при $k = 0$ и, следовательно, имеющих более сильную зависимость от k.

Допустим, что заселен дырками только одни квантовый уровень $h1$. Найдем критерий того, что это условие выполнено. Если рассматривать симметричную КЯ и пренебречь гофрировкой изоэнергетических поверхностей, полагая $\mu_3^{h1} = 0$ и $\mu_{4a}^{h1} = 0$, то $k_F = (2\pi n)^{1/2}$ (n — концентрация дырок), то условие заполнения одного уровня можно записать в виде

$$E_2(0) - E_{h1}(0) > 2\pi n(\mu_2^{h1} + 2\pi\mu_4^{h1} n), \tag{24}$$

где E_2 — энергия первого возбужденного уровня, которым является либо состояние $h2$, либо $l1$. Для КЯ GaAs–$Al_xGa_{1-x}As$ почти при любых x и a $E_{l1}(0)$ лежит глубже в яме, чем $E_{h2}(0)$, и условие (24) выполняется при $n < 2 \cdot 10^{12}$ см$^{-2}$.

Гофрировка изоэнергетической поверхности приводит к появлению зависимости фермиевского волнового вектора от угла ϕ. Эта зависимость

$$k_F^2(\phi) = \frac{\sqrt{(\mu_2^{h1})^2 + 4[E_F - E_{h1}(0)]\mu_4^{h1}(\phi)} - \mu_2^{h1}}{2\mu_4^{h1}(\phi)} \tag{25}$$

прямо получается из закона дисперсии (5) заменами $E_{h1}(k) \to E_F$, $k \to$ $\to k_F$.

Выразим теперь $k_F(\phi)$ через n вместо E_F, используя для этого условие нормировки $n = 1/(4\pi^2)\int_0^{2\pi} d\phi k_F^2(\phi)$. Разумеется, наша теория возмущений верна, только когда член в (5), содержащий k^n, уменьшается с n и, в частности, когда $\mu_2^{h1} \ll \mu_4^{h1}k^2$. При этом второй член под знаком корня в (25) меньше первого и

$$k_F^2(\phi) \simeq 2\pi n - \frac{6\pi^2 n^2 \mu_{4a}^{h1}}{\mu_2^{h1}}(\gamma_3^2 - \gamma_2^2)\cos(4\phi). \tag{26}$$

Среднее по углам от второго члена равно нулю.

На рис. 2 показана концентрационная зависимость E_F и экстремальных значений фермиевского волнового вектора ($k_F(0)$, $k_F(\pi/4)$), соответствующих направлениям [10] и [11] в плоскости xy, для частного случая прямоугольной КЯ конечной глубины.

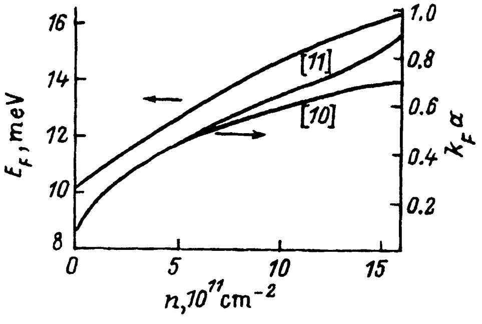

Рис. 2. Концентрационные зависимости фермиевской энергии (слева) и волнового вектора для двух направлений (справа) в КЯ $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$–GaAs–$Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ с $2a = 80$ Å.

В симметричной квантовой яме с $\mu_3^{h1} \neq 0$ члены 3 порядка в законе дисперсии (5) приводят к добавочному расщеплению энергетического спектра, и состояния $+\mathbf{k}$ и $-\mathbf{k}$ имеют различные энергии, образуя две разные ветви спектра (рис. 3,c). Пренебрегая членами 4 и более высоких порядков, получаем

$$k_F^{\pm} = \sqrt{2\pi n} \pm \pi n \mu_3^{h1} / \mu_2^{h1}. \tag{27}$$

5. Спектры межподзонного поглощения

Линия поглощения, вызванного переходом дырок из основного $h1$ в некоторое возбужденное состояние α, описывается коэффициентом поглощения

$$K(\omega) = \frac{c}{n_\omega \omega A^2} \iint d^2\mathbf{k} |\mathbf{e}_\omega \langle \alpha | \hat{\mathbf{V}} | h, 1 \rangle|^2 f\Big(E_{h1}(\mathbf{k})\Big) \delta[E_\alpha(\mathbf{k}) - E_{h1}(\mathbf{k}) - \hbar\omega]. \tag{28}$$

Здесь $\hat{\mathbf{V}}$ — оператор фотон-дырочного взаимодействия с компонентами (16), (17); n_ω — показатель преломления на частоте света ω; $\mathbf{e}$ — орт

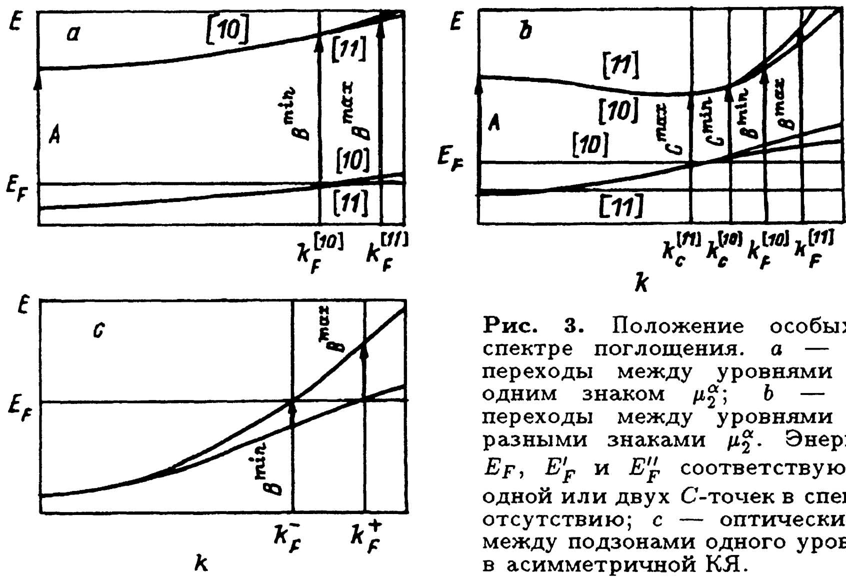

Рис. 3. Положение особых точек в спектре поглощения. a — оптические переходы между уровнями энергии с одним знаком μ_2^α; b — оптические переходы между уровнями энергии с разными знаками μ_2^α. Энергии Ферми E_F, E_F' и E_F'' соответствуют наличию одной или двух C-точек в спектре или их отсутствию; c — оптические переходы между подзонами одного уровня энергии в асимметричной КЯ.

поляризации; $f(E)$ — функция Ферми. Мы будем полагать температуру равной нулю и заменять $f(E)$ единичной ступенькой. Заметим, что в двумерных системах $K(\omega)$ в отличие от коэффициента поглощения в массивных образцах является безразмерной величиной.

В симметричной КЯ с $\mu_3^\alpha = 0$ аргумент δ-функции в (28) можно записать в виде $\Delta\mu_2^\alpha k^2 + \Delta\mu_4^\alpha k^4 + \Delta\epsilon$, где $\Delta\epsilon = E_\alpha(0) - E_{h1}(0) - \hbar\omega$, а $\Delta\mu_i^\alpha$ представляет разность μ_i^α для состояний α и $h1$. Заметим, что в отличие от закона дисперсии для отдельного состояния в рассматриваемой энергетической разности члены $\sim k^2$ и $\sim k^4$ могут быть одного порядка. Удобно ввести обозначения $D(\phi) = (\Delta\mu_2^\alpha)^2 - 4\Delta\mu_4^\alpha(\phi)\Delta\epsilon$, $k_\pm^2(\phi) = [-\Delta\mu_2^\alpha \pm \sqrt{D(\phi)}]/2\Delta\mu_4^\alpha(\phi)$. Поскольку $\delta[E_\alpha(\mathbf{k}) - E_{h1}(\mathbf{k}) - \hbar\omega] = \Sigma_\pm k_\pm^{-1} D^{-1/2}\delta(k - k_\pm)$, интегрирование по k в (28) дает

$$K(\omega) = \frac{c}{2n_\omega \omega A^2}\sum_\pm \int_0^{2\pi} d\phi \frac{|\mathbf{e}_\omega\langle\alpha|\hat{\mathbf{V}}|h,1\rangle|^2}{\sqrt{D(\phi)}}\theta[D(\phi)]\theta\left[k_\pm^2\right]\theta\left[k_F^2(\phi) - k_\pm^2(\phi)\right], \tag{29}$$

где $\theta(x)$ — единичная функция Хевисайда. Заметим, что из-за фактора $\Delta\epsilon$ величины D и $k_\pm$ являются функциями частоты света ω. При этом корни аргументов θ-функции определяют критические частоты, соответствующие краям полосы поглощения, а также другим особым точкам в спектре.

В принципе матричный элемент $\langle\alpha|\hat{\mathbf{V}}|h,1\rangle$ зависит также от ϕ. Но эта зависимость появляется только в высоких порядках теории возмущений, не изменяет положение особых точек и далее не будет учитываться.

Анализ зависимостей D от ω и $k_\pm$ от ω дает три типа особых точек $K(\omega)$. Рассмотрим их последовательно.

5.1. *Особенность типа A*: $\hbar\omega = E_\alpha(0) - E_{h1}(0)$ $(\Delta\epsilon = 0)$. Форма полосы поглощения в окрестности края, соответствующего $k = 0$, определяется матричным элементом $\langle\alpha|\hat{\mathbf{V}}|h,1\rangle$, описаным в разд. 3. Если переход разрешен, и значит, матричный элемент почти не зависит от k, то спектр в этой точке имеет ступеньку, характерную для двумерной плотности состояний. Если же переход запрещен и $\langle\alpha|\hat{V}|h,1\rangle \sim k^n$, то

$$K(\omega) =\sim \left(-\frac{\Delta\epsilon(\omega)}{\Delta\mu_2^\alpha}\right)^n \theta\left(-\frac{\Delta\epsilon(\omega)}{\Delta\mu_2^\alpha}\right). \tag{30}$$

5.2. *Особенность типа B*: $\hbar\omega = E_\alpha(0) - E_{h1}(0) + k_F^2\left(\Delta\mu_2^\alpha + k_F^2\Delta\mu_4^\alpha\right)$. Отсутствие гофрировки энергетического спектра этот край полосы поглощения, связанный с фермиевской энергией, представлял бы собой вертикальную ступеньку, слегка размытую при ненулевой температуре. Но в действительности фермиевский волновой вектор k_F различен для разных направлений в $\mathbf{k}$-пространстве (см. (26)), и этот спектральный край имеет место не при одной фиксированной ω, а в некотором интервале частот, соответствующем k_F, изменяющемся от $k_F(0) = 2\pi n - 6\pi^2 n^2 \mu_{4a}^{h1}\left(\gamma_3^2 - \gamma_2^2\right)/\mu_2^{h1}$ до $k_F(\pi/4) = 2\pi n + 6\pi^2 n^2 \mu_{4a}^{h1}\left(\gamma_3^2 - \gamma_2^2\right)/\mu_2^{h1}$. Для вычисления $K(\omega)$ в этом интервале мы заметим, что $k_F^2(\phi)$ дается уравнением (26) и $k_+^2 \simeq -\Delta\epsilon/\Delta\mu_2^\alpha$, что определит форму края полосы поглощения:

$$K(\omega) \sim \pi - \arccos\left\{\frac{2\pi n + \Delta\epsilon(\omega)/\Delta\mu_2^\alpha}{6\left(\gamma_3^2-\gamma_2^2\right)\left[\left(\Delta\epsilon(\omega)\right)^2/8\left(\Delta\mu_2^\alpha\right)^3 - \pi^2 n^2 \mu_{4a}^\alpha/\mu_2^{h1}\right]}\right\} \quad (31)$$

Если $\mu_{4a} \to 0$, то анизотропия исчезает и (31) преобразуется в вертикальную ступеньку.

Из рис. 3,*a* видно, что при $\mu_2^\alpha > \mu_2^{h1}$ особенность A-типа соответствует красному краю линии поглощения, тогда как выражение (31) (особая точка B-типа) описывает фиолетовый край. При $\mu_2^\alpha < \mu_2^{h1}$ мы имеем противоположную ситуацию. Ширина полосы в обоих случаях равна $k_F^2|\Delta\mu_2^\alpha + k_F^2\Delta\mu_4^\alpha|$.

Если ветви $E_{h1}(k)$ и $E_\alpha(k)$ имеют противоположную кривизну, то спектр поглощения может усложняться в связи с появлением особых точек нового типа.

5.3. *Особенность типа C*: $\hbar\omega = E_\alpha(0) - E_{h1}(0) - \left(\Delta\mu_2^\alpha\right)^2/\Delta\mu_4^\alpha$. Этот случай соответствует точке, где разность энергий двух уровней имеет экстремум (см. рис. 3,*b*). Как и в разд. 5.2, анизотропия энергетического спектра вызывает появление двух особых точек (вместо одной) — $C^{\min}$ и $C^{\max}$, соответствующих $\phi = 0$ и $\pi/4$. Каждая из них будет наблюдаться, если

$$k_F(\phi) \geqslant \Delta\mu_2^\alpha/2\Delta\mu_4^\alpha(\phi) \quad (32)$$

с $\phi = 0$ и $\phi = \pi/4$ соответственно. Между ними

$$K(\omega) \sim \frac{1}{\sqrt{\Delta\epsilon(\omega)}}\mathbf{K}\left(\sqrt{\frac{\left(\Delta\mu_2^\alpha\right)^2/4\Delta\epsilon(\omega) - \Delta\mu_{4i}^\alpha - 3\gamma_2^2\Delta\mu_{4a}^\alpha}{3\left(\gamma_3^2-\gamma_2^2\right)\Delta\mu_{4a}^\alpha}}\right), \quad (33)$$

где $\mathbf{K}$ — эллиптический интеграл. Около точки $C^{\min}$ спектр поглощения имеет ступеньку

$$K(\omega) \sim \left[6\Delta\mu_{4a}^\alpha\left(\gamma_3^2-\gamma_2^2\right)\Delta\epsilon(\hbar\omega)\right]^{-1/2}\times$$

$$\times\theta\left[\left(\Delta\mu_2^\alpha\right)^2 - 4\Delta\epsilon(\omega)\left(\Delta\mu_{4i}^\alpha + 3\gamma_2^2\Delta\mu_{4a}^\alpha\right)\right], \quad (34)$$

а около $C^{\max}$ имеет место логарифмическая расходимость

$$k(\omega) \sim \ln\left|\frac{32\Delta\epsilon(\hbar\omega)\Delta\mu_{4a}^\alpha\left(\gamma_3^2-\gamma_2^2\right)}{\Delta\mu_2^\alpha - 4\Delta\epsilon(\hbar\omega)\left[\Delta\mu_{4i}^\alpha + 3\Delta\mu_{4a}^\alpha\gamma_3^2\right]}\right|. \quad (35)$$

В рассматриваемом случае один край полосы поглощения является точкой A-типа, а другой ($C^{\min}$) имеет вид ступеньки и описывается

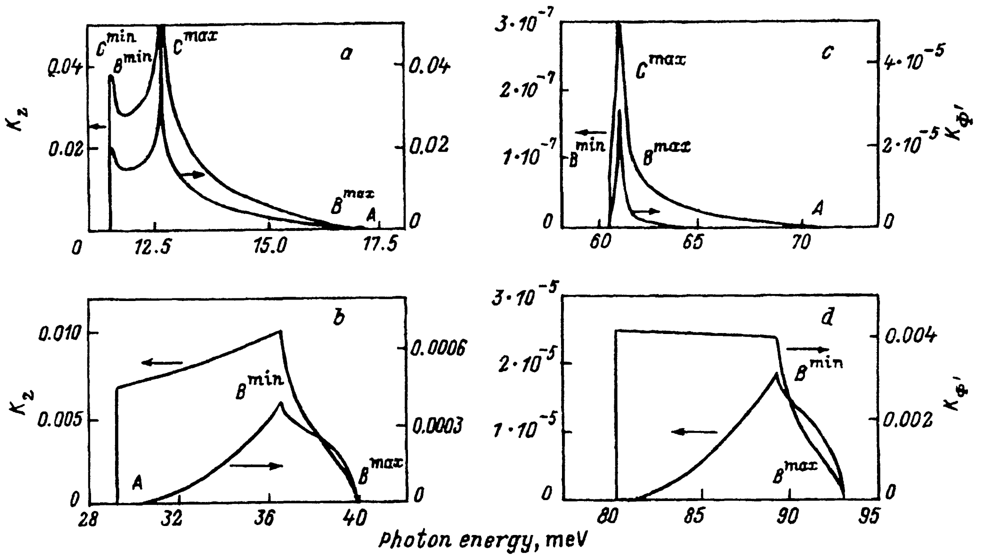

Рис. 4. Полосы оптического поглощения для различных межуровневых переходов. a — $h1 \to l1$; b — $h1 \to h2$; c — $h1 \to h3$; d — $h1 \to l2$. Левая и правая шкалы отвечают z- и ϕ'-поляризации соответственно. Кривые для ϕ'-поляризации показаны для $\phi' = 0$.

уравнением (34). Между этими точками имеется логарифмическая сингулярность (35) и два разрыва производной, соответствующие точкам $B^{\min}$ и $B^{\max}$. Пример такого спектра показан на рис. 4,a.

В некотором интервале концентраций дырок (для энергии Ферми E'_F на рис. 3,b) условие (32) может выполняться только для одной из двух C-точек, причем всегда для точки, соответствующей логарифмической особенности ($C^{\max}$). В этом случае край поглощения лежит между частотами переходов в точках $C^{\min}$ и $B^{\min}$. Простое аналитическое выражение для формы полосы вблизи края в этом случае отсутствует, но можно утверждать, что в окрестности этой точки $K(\omega)$ линейна. Пример приведен на рис. 4,c в разд. 6.1.

Электронные переходы между состояниями $+$ и $-$ одного уровня, которые могут иметь место в асимметричной КЯ для ϕ'-поляризации, требуют специального рассмотрения. Из рис. 3,c видно, что такие переходы возможны лишь вдали от точки $k = 0$. При этом оба края поглощения определяются положением E_F и являются аналогами точек B-типа. Используя выражение для оптических матричных элементов (23) и пренебрегая гофрировкой энергетического спектра получим вид полосы поглощения для этого случая:

$$K(\omega) = \frac{ck\hbar}{12 n_\omega \omega A^2} (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \sqrt[3]{\frac{\hbar\omega}{2\left(\mu_3^{h1}\right)^4}}\, \theta\left(2\mu_3^{h1}\left(k_F^+\right)^3 - \hbar\omega\right) \theta\left(\hbar\omega - 2\mu_3^{h1}\left(k_F^-\right)^3\right), \tag{36}$$

где $k_F^{\pm}$ дается формулой (27).

6. Конкретные спектры межподзонного поглощения

Для детальных количественных вычислений возьмем КЯ p-типа в системе $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$–$GaAs$–$Al_{0.2}Ga_{0.8}As$, с шириной $2a = 80$ Å и концентрацией дырок $n = 1.5 \cdot 10^{12}$ см$^{-2}$. Ее энергетический спектр вычисляется в разд. **2** и был показан на рис. 1. В соответствии с результатами разд. **4** при данной концентрации заселена только одна подзона. В яме имеется пять уровней и потому спектр поглощения будет содержать четыре полосы межуровневых переходов. Рассмотрим их форму, начиная с самого низкочастотного перехода.

6.1. *Переходы* $h1 \to l1$. В соответсвии с результатами разд. **3** в симметричной КЯ этот переход запрещен в нижнем порядке теории возмущений. Несмотря на это, интенсивность линии поглощения может быть даже больше, чем у «разрешенных» переходов, рассмотренных далее в разд. 6.2 и 6.4, из-за большой плотности состояний около C-точки, расположенной в области больших k. Спектры поглощения для различных поляризаций почти идентичны (рис. 4,a) и содержат различные типы сингулярностей, описанных в разд. **5** и отмеченных на рисунке.

6.2. *Переходы* $h1 \to h2$. Эти переходы разрешены в z-поляризации. Поэтому линия поглощения имеет значительную амплитуду и почти прямоугольную левую часть (рис. 4,b). Высокочастотное крыло кривой определяется угловой зависимостью k_F и описывается выражением (31). Для ϕ'-поляризации левый край полосы пропорционален $(\Delta\epsilon)^2$.

6.3. *Переходы* $h1 \to h3$. Это также переход, запрещенный по четности со сложной структурой полосы поглощения. Его вероятность низка, особенно в области малых k, что соответсвует в нашем случае высокочастотному краю полосы поглощения, причем интенсивность поглощения сильно различается для различных поляризаций (см. рис. 4,c), так как первый ненулевой член $\sim k$ для ϕ'-поляризации и $\sim k^3$ для z-поляризации. Поэтому в последнем случае поглощение очень мало. В отличие от перехода $h1 \to l1$ $K(\omega)$ для данной концентрации дырок содержит две сенгулярности B-типа и одну — C-типа. Такая ситуация уже обсуждалась в разд. 5.3.

6.4. *Переходы* $h1 \to l2$. Эти переходы разрешены для ϕ'-поляризации, и общая картина схожа с ситуацией для перехода $h1 \to h2$ с точностью до замены поляризаций.

7. Выводы

Мы описали спектры поглощения света для межуровневых (межподзонных) переходов в КЯ p-типа произвольной формы. При этом предполагалось, что дырки в полупроводнике описываются гамильтонианом Латтинжера, хорошо применимом для широкого класса кубических кристаллов. Все характеристики системы получались методами теории возмущений, в виде ряда по импульсу дырки в плоскости ямы. Для описания изучаемых явлений использовались теории возмущений до 4 порядка включительно, что оказалось достаточно для всех концентраций дырок, соответствующих реальным экспериментам.

Как показано, спектр поглощения состоит из ряда полос, соответствующих переходам между различными энергетическими уровнями. В симметричной КЯ амплитуды поглощения для различных переходов отличаются на порядки. В отличие от ям n-типа здесь поглощается свет любой поляризации. Кроме того, не только амплитуда, но и форма полосы сильно зависит от номера конечного состояния, симметрии КЯ, концентрации дырок и поляризации света.

Авторы благодарят Р.А.Суриса за стимулирующее обсуждение. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 93-02-15466) и Фонда Сороса (грант R5C000).

Список литературы

[1] *Intersbband Transition in Quantum Well*, ed. by E. Rosencher, B. Viner, B. Levine (Plenum, N.Y., 1992).
[2] A.G. Petrov, A. Shik. Phys. Rev., **48**, 11883 (1993).
[3] А.Г. Петров, А.Я. Шик. ФТП, **27**, 1047 (1993).
[4] B.F. Levine, S.D. Gunapala, J.M. Kuo, S.S. Pei, S. Hui. Appl. Phys. Lett., **59**, 1964 (1991).
[5] Y.-C. Chang, R.B. James. Phys. Rev. B, **39**, 12672 (1989).
[6] В.Я. Алешкин, Ю.А. Романов. ФТП, **27**, 329 (1993).
[7] J.M. Luttinger. Phys. Rev., **102**, 1030 (1956).
[8] G. Bastard. *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures* (Ed. de Phys. Les Ulis, 1988).
[9] T. Ando. J. Phys. Soc. Japan, **54**, 1528 (1985).
[10] D.A. Broido, L.J. Sham. Phys. Rev. B, **31**, 888 (1985).
[11] M. Altarelli, U. Ekenberg, A. Fasolino. Phys. Rev. B, **32**, 5138 (1985).
[12] С.С. Недорезов. ФТТ, **12**, 2269 (1970).
[13] М.И. Дьяконов, А.В. Хаецкий. ЖЭТФ, **82**, 1584 (1982).
[14] L.C. Andreani, A. Pasquarello, F. Bassani. Phys. Rev. B, **36**, 5887 (1987).
[15] З.Н. Соколова, В.Б. Халфин, А.Л. Эфрос. ФТП, **22**, 2124 (1988).
[16] Л.Г. Герчиков, А.В. Субашиев. ФТП, **27**, 446 (1993).

Редактор Т.А. Полянская