

Влияние магнитного поля на эффект взаимного выпрямления переменных токов, индуцированных электромагнитными волнами в графене

© Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков

Волгоградский государственный педагогический университет,
Волгоград, Россия

E-mail: sed@fizmat.vspu.ru

(Поступила в Редакцию 21 июля 2009 г.)

Найдена постоянная составляющая электрического тока, возникающего в графене, помещенном в постоянное магнитное поле, в случае, когда на поверхность образца нормально падают две электромагнитные волны со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации. Показано, что постоянная составляющая тока вдоль направления вектора напряженности волны с частотой ω_1 возникает только при отношении частот падающих волн $\omega_1/\omega_2 = 2$ или $\omega_1/\omega_2 = 1/2$, причем во втором случае постоянная составляющая тока появляется только при наличии магнитного поля.

Работа проводилась в рамках программы Минобрнауки „Развитие научного потенциала высшей школы“.

1. Введение

Графен, представляющий собой монослой атомов углерода, был впервые получен экспериментально в 2004 г. [1]. С этого времени интерес к этому новому материалу чрезвычайно возрос [2–4]. Первоначально графен был получен на подложке SiO_2 [1], в настоящее время созданы и другие модификации, в частности образец на подложке SiC [5] и двуслойный графен [6,7]. На основе данного материала уже существуют опытные образцы полевых транзисторов [8,9]. Ожидается также создание новых устройств микроэлектроники на основе данного материала.

Графен обладает рядом замечательных особенностей, определяемых его энергетическим спектром. Этот спектр неаддитивен и неквадратичен [10]. Неаддитивность спектра приводит к взаимной зависимости движений электронов вдоль перпендикулярных друг другу направлений, что должно отразиться на характере электронного транспорта.

Обычный графен является полуметаллом, его энергетический спектр не имеет щели между валентной зоной и зоной проводимости. Однако в некоторых случаях запрещенная зона в спектре графена образуется. В частности, запрещенной зоной, полуширина которой $\Delta \approx 0.26 \text{ eV}$, обладает образец на подложке SiC [5]. Запрещенная зона образуется за счет взаимодействия графена с подложкой. Также возникает запрещенная зона в спектре двуслойного графена, помещенного в поперечное постоянное электрическое поле [6]. Ширину запрещенной зоны двуслойного образца можно менять от 0 до $\approx 0.15 \text{ eV}$, варьируя величину напряженности приложенного поля. В связи с возможностью регулировать ширину запрещенной зоны двуслойный графен представляется наиболее перспективным материалом для создания электронных приборов.

Наличие запрещенной зоны кроме всего прочего существенно упрощает теоретическое исследование электронных свойств, поскольку становится возможным использовать однозонное приближение. Кроме того, наличие щели устраняет неаналитические особенности в поведении электронного спектра.

Неаддитивность спектра графена приводит к возникновению в нем эффектов, связанных со взаимной зависимостью движений носителей заряда вдоль перпендикулярных направлений. В частности, в работе [11] предсказан эффект возникновения постоянной (перпендикулярной тянущему постоянному электронному полю) составляющей тока в квазиклассической ситуации, когда на образец графена на подложке SiO_2 нормально к его поверхности падает эллиптически поляризованная электромагнитная волна. В [12] изучен эффект выпрямления тока в случае, когда на поверхность графена на подложке SiC падают две линейно поляризованные волны с разными частотами и взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации, а постоянного поля нет. Подобные рассмотренному в [12] эффекты изучались в других материалах с неквадратичным спектром, в частности в сверхрешетках [13–17].

Определенный интерес представляет задача о нахождении постоянной составляющей тока в графене, помещенном в постоянное магнитное поле, в случае, когда на его поверхность падают две плоско поляризованные электромагнитные волны с разными частотами.

2. Постановка задачи

Рассмотрим образец графена, помещенный в постоянное магнитное поле, вектор напряженности которого перпендикулярен поверхности графена. На поверхность образца нормально падают две электромагнитные волны, плоскости поляризации которых взаимно

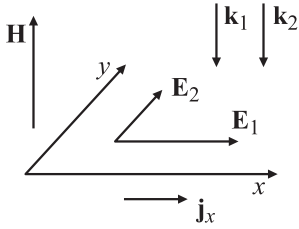


Рис. 1. Геометрия задачи.

перпендикулярны. Покажем, что при определенном отношении частот падающих волн возможно возникновение постоянной составляющей электрического тока в образце. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Здесь $E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t)$, $E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t + \varphi)$ — напряженности электрических полей падающих волн, \mathbf{H} — напряженность постоянного магнитного поля, $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ — волновые векторы падающих волн.

Будем рассматривать двуслойный графен, энергетический спектр носителей которого определяется выражением [4,18]

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{t_{\perp}^2}{2} + \Delta^2 + v_f^2 \mathbf{p}^2} - \sqrt{\frac{t_{\perp}^4}{4} + v_f^2 \mathbf{p}^2 (t_{\perp}^2 + 4\Delta^2)}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ — вектор квазиимпульса, $v_f \approx 10^8$ см/с — скорость на поверхности Ферми, Δ — полуширина запрещенной зоны, $t_{\perp} \approx 0.35$ эВ — интеграл перекрытия между слоями графена.

Спектр (1) достаточно сложен для проведения аналитических выкладок. Однако в случае, когда актуальные значения квазиимпульса \mathbf{p} малы, можно с достаточной точностью [4] ограничиться следующим выражением, являющимся разложением (1) в ряд Тейлора:

$$\varepsilon(\mathbf{q}) \approx \Delta \left(1 - 2V^2 |\mathbf{q}|^2 + \frac{1}{2} V^2 |\mathbf{q}|^4 \right). \quad (2)$$

Здесь введены обозначения $V = \Delta/t_{\perp}$, $\mathbf{q} = \mathbf{p}v_f/\Delta$. Малость значений импульса означает выполнение условий $|\mathbf{q}| \ll 1/V$ и $V \ll 1$.

3. Вычисление плотности тока

Плотность тока вдоль оси X определяется стандартным образом

$$j_x = e \sum_{\mathbf{q}} v_x(\mathbf{q}) f(\mathbf{q}, t), \quad (3)$$

где

$$v_x = \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} = 2v_f V^2 u_x, \quad u_x = q_x (|\mathbf{q}|^2 - 2). \quad (4)$$

Неравновесная функция распределения $f(\mathbf{q}, t)$ является решением кинетического уравнения Больцмана, столкновительный член которого выберем в приближении по-

стоянной частоты столкновений ν . Уравнение Больцмана имеет вид

$$\frac{\partial f(\mathbf{q}, \theta)}{\partial \theta} + (\mathbf{F} + [\mathbf{u}, \mathbf{R}]) \frac{\partial f(\mathbf{q}, \theta)}{\partial \mathbf{q}} = -\gamma [f(\mathbf{q}, \theta) - f_0(\mathbf{q})], \quad (5)$$

где $\mathbf{u} = \{q_x (|\mathbf{q}|^2 - 2); q_y (|\mathbf{q}|^2 - 2)\}$. Здесь $f_0(\mathbf{q})$ — равновесная функция распределения, $\mathbf{F} = \{bF_1 \cos(b\theta), F_2 \cos(\theta + \varphi), 0\}$ — безразмерная напряженность электрического поля, $\mathbf{R} = \{0, 0, R\}$ — безразмерная напряженность магнитного поля, $F_1 = \frac{eE_{01}v_f}{\omega_1 \Delta}$,

$$F_2 = \frac{eE_{02}v_f}{\omega_2 \Delta}, \quad R = \frac{2eHv_f^2 \Delta}{\omega_2 c t_{\perp}^2}, \quad \theta = \omega_2 t, \quad b = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad \gamma = \frac{\nu}{\omega_2}.$$

Решение уравнения (5) находится методом характеристик и имеет вид

$$f(\mathbf{q}, \theta) = \gamma \int_{-\infty}^{\theta} d\theta_1 \exp(-\gamma(\theta - \theta_1)) f_0(\mathbf{q}_1(\theta_1; \mathbf{q}, \theta)), \quad (6)$$

где компоненты $\mathbf{q}_1(\theta_1; \mathbf{q}, \theta)$ представляют собой решения классических уравнений движения

$$\frac{dq_{1x}}{d\theta_1} = bF_1 \cos(b\theta_1) + R(-2q_{1y} + q_{1y}(q_{1x}^2 + q_{1y}^2)), \quad (7)$$

$$\frac{dq_{1y}}{d\theta_1} = F_2 \cos(\theta_1 + \varphi) - R(-2q_{1x} + q_{1x}(q_{1x}^2 + q_{1y}^2)) \quad (8)$$

с начальным условием

$$\theta_1 = \theta, \quad \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}. \quad (9)$$

Будем рассматривать случай, когда $F_1, F_2 \sim 0.1$, $R \sim 0.01$, что соответствует значениям полей $E_{01}, E_{02} \approx 3 \cdot 10^3$ В · м⁻¹, $H \approx 4 \cdot 10^3$ А · м⁻¹. Приближенное выражение (2) безразмерного импульса q_x, q_y , меньших или порядка единицы. При рассматриваемых значениях полей в правых частях уравнений (7), (8) слагаемые, пропорциональные электрическому полю, оказываются много больше слагаемых, пропорциональных магнитному полю. Это дает возможность решать уравнения движения итерациями по R . В нулевом приближении по R уравнения движения принимают вид

$$\frac{dq_{1x}}{d\theta_1} = bF_1 \cos(b\theta_1), \quad (10)$$

$$\frac{dq_{1y}}{d\theta_1} = F_2 \cos(\theta_1 + \varphi). \quad (11)$$

Начальные условия для уравнений нулевого приближения берем в той же форме, что и для исходных уравнений, т.е. в форме (9). Решением уравнений (10),

(11) являются

$$q_{1x} = q_x + F_1 g_1(\theta_1, \theta), \quad g_1(\theta_1, \theta) = \sin(b\theta_1) - \sin(b\theta), \quad (12)$$

$$q_{1y} = q_y + F_2 g_2(\theta_1, \theta),$$

$$g_2(\theta_1, \theta) = \sin(\theta_1 + \varphi) - \sin(\theta + \varphi). \quad (13)$$

Подставляем (12), (13) в правые части (7), (8) и находим q_{1x} , q_{1y} в первом приближении по R . Начальные условия накладываем в форме (9). Получаем

$$\begin{aligned} q_{1x} = & q_x + F_1 g_1 + R(\theta_1 - \theta) q_y (-2 + q_x^2 + q_y^2) \\ & + R \left(2F_1 q_x q_y \int_{\theta}^{\theta_1} g_1 d\theta_1 + F_2 (-2 + q_x^2 + 3q_y^2) \right. \\ & \times \int_{\theta}^{\theta_1} g_2 d\theta_1 + F_1^2 q_y \int_{\theta}^{\theta_1} g_1^2 d\theta_1 + 3F_2^2 \int_{\theta}^{\theta_1} g_2^2 d\theta_1 \\ & \left. + 2F_1 F_2 q_x \int_{\theta}^{\theta_1} g_1 g_2 d\theta_1 + F_2^3 \int_{\theta}^{\theta_1} g_2^3 d\theta_1 + F_1^2 F_2 \int_{\theta}^{\theta_1} g_1^2 g_2 d\theta_1 \right), \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{1y} = & q_y + F_2 g_2 + R(\theta_1 - \theta) q_x (2 - q_x^2 - q_y^2) \\ & + R \left(-2F_2 q_x q_y \int_{\theta}^{\theta_1} g_2 d\theta_1 + F_1 (2 - 3q_x^2 - q_y^2) \int_{\theta}^{\theta_1} g_1 d\theta_1 \right. \\ & + F_2^2 q_x \int_{\theta}^{\theta_1} g_2^2 d\theta_1 - 3F_1^2 \int_{\theta}^{\theta_1} g_1^2 d\theta_1 - 2F_1 F_2 q_y \int_{\theta}^{\theta_1} g_1 g_2 d\theta_1 \\ & \left. - F_1^3 \int_{\theta}^{\theta_1} g_1^3 d\theta_1 - F_1 F_2^2 \int_{\theta}^{\theta_1} g_1 g_2^2 d\theta_1 \right). \quad (15) \end{aligned}$$

Подставляем найденные выражения для компонент импульса в выражение для плотности тока. Выбираем равновесную функцию распределения $f_0(\mathbf{q})$ в виде функции распределения Больцмана. Плотность тока в этом случае принимает вид

$$\begin{aligned} j_x = & env_f A \left\langle \int_{-\infty}^0 d\theta_2 \exp(\gamma\theta_2) \int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi \right. \\ & \times \left. \int_0^{\infty} dq \exp\left(-\frac{V}{\Theta} \left(1 - 2V^2 |\mathbf{q}_1|^2 + \frac{1}{2} V^2 |\mathbf{q}_1|^4\right)\right) q^2 (q^2 - 2) \right\rangle, \quad (16) \end{aligned}$$

где n — поверхностная концентрация носителей заряда, e — элементарный заряд, $\Theta = T/t_{\perp}$, T — температура,

выраженная в энергетических единицах,

$$q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}, \quad \theta_2 = \theta_1 - \theta,$$

$$A = \frac{2\sqrt{2}\gamma \exp(V/\Theta - 2V^3/\Theta) V^{7/2}}{\pi^{3/2} \Theta^{1/2} \left(1 + \operatorname{erf}(\sqrt{2V^3/\Theta})\right)}.$$

Угловые скобки означают усреднение по большому по сравнению с периодами падающих волн промежутку времени.

Далее раскладываем подынтегральное выражение в ряд по напряженностям электрических и магнитного полей (F_1, F_2, R) до второго порядка по каждой из величин и ограничиваемся первыми не исчезающими слагаемыми. После взятия интегралов в (16) и усреднения по времени оказывается, что постоянный ток вдоль оси X может возникнуть только в случае, когда отношение частот падающих волн $b = 2$ и $1/2$.

4. Обсуждение результатов

Выражение для плотности тока для случая $b = 2$ имеет вид

$$j_{x,b=2} = env_f X_{b=2} F_1 F_2^2 \cos 2\varphi, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} X_{b=2} = & B_2 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{V^3 a^2}{2\Theta}\right) a(a+2) \\ & \times (2\Theta^2 + V^6 a^3(a+2) - V^3 \Theta a(5a+6)) da, \quad (18) \end{aligned}$$

$$B_2 = \frac{6\gamma V^6 \sqrt{V\Theta}}{\sqrt{2\pi} \Theta^4 (\gamma^4 + 5\gamma^2 + 4) [1 + \operatorname{erf}(\sqrt{(2V^3/\Theta)})]}. \quad (19)$$

Отметим, что эффект возникновения постоянного тока вдоль оси X при отношении частот падающих волн $b = 2$ возможен и в отсутствие магнитного поля. Формула (17) в точности совпадает с выражением плотности тока для случая, когда напряженность магнитного поля равна нулю, а на образец графена падают две взаимно перпендикулярно поляризованные электромагнитные волны с отношением частот $b = 2$ [12].

В случае, когда $b = 1/2$, также возникает постоянная составляющая тока

$$j_{x,b=1/2} = env_f (X_{1,b=1/2} \cos \varphi + X_{2,b=1/2} \sin \varphi) F_1^2 F_2 R, \quad (20)$$

где

$$X_{1,b=1/2} = B_{1/2} \int_0^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{V^3 a^2}{2\Theta}\right) a(a+2) \times \{3\gamma^2(8\gamma^2+5)V^6 a^4(a+2) + 2\Theta^2(4\gamma^2+1) \times (9(\gamma^2-1)a + 4(\gamma^4-2)) - \Theta V^3 a^2 \times ((136\gamma^4 + 47\gamma^2 - 8)a + 176\gamma^4 + 34\gamma^2 - 16)\} \right] da, \quad (21)$$

$$X_{2,b=1/2} = \frac{B_{1/2}}{2\gamma} \int_0^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{V^3 a^2}{2\Theta}\right) a(a+2) \times \{(160\gamma^4 + 71\gamma^2 + 1)V^6 a^4(a+2) - \Theta V^3 a^2((1040\gamma^4 + 451\gamma^2 + 5)a + 1440\gamma^4 + 618\gamma^2 + 6) + 2\Theta^2((16\gamma^8 + 40\gamma^6 + 393\gamma^4 + 154\gamma^2 + 1)a + 240\gamma^4 + 96\gamma^2)\} \right] da, \quad (22)$$

$$B_{1/2} = \frac{V^6 \sqrt{V\Theta}}{\sqrt{2\pi}\Theta^4(4\gamma^4 + 5\gamma^2 + 1)^2 [1 + \operatorname{erf}(\sqrt{(2V^3/\Theta)})]}. \quad (23)$$

В данном случае постоянная составляющая плотности электрического тока (20) зависит и от магнитного поля. Причем при $H = 0$ плотность тока $j_x = 0$, и эффект выпрямления пропадает. Кроме того, сохраняется кубическая зависимость плотности постоянного тока от напряженности электрических полей, аналогичная зависимости (17), причем напряженность электрического поля волны с частотой, вдвое меньшей частоты другой волны, входит в выражения (17) и (20) во второй степени. Возникновение постоянной составляющей электрического тока, пропорциональной третьей степени электрических полей, обусловлено неаддитивностью энергетического спектра графена.

5. Границы применимости. Заключение

Обсудим теперь границы применимости использованного подхода. С учетом того, что поверхностная концентрация носителей заряда в графене $n \sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$, эффективная масса носителей заряда $m \sim 10^{-28} \text{ г}$, статистика Больцмана может применяться при значениях температуры

$$T > 10 \text{ К}. \quad (24)$$

Приближенная формула энергетического спектра (2) применима для малых значений импульса. Простой расчет показывает, что выражение (2) удовлетворительно совпадает с выражением (1) до значений импульса,

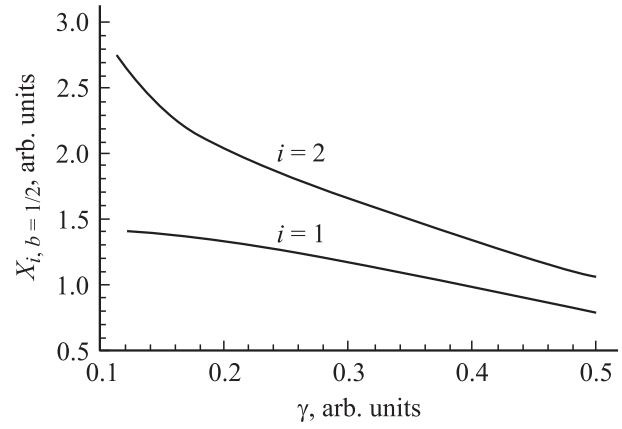


Рис. 2. Зависимость коэффициентов $X_{1,b=1/2}$ и $X_{2,b=1/2}$ от частоты столкновений $\gamma = v/\omega_2$.

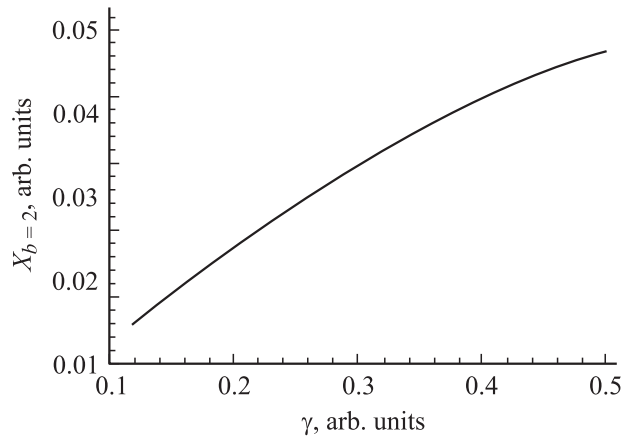


Рис. 3. Зависимость коэффициентов $X_{b=2}$ от частоты столкновений $\gamma = v/\omega_2$.

при которых $q_{\max} = |\mathbf{p}|v_f/\Delta \approx 2.5$, где $\Delta \approx 0.25t_{\perp}$. Относительная ошибка при этом достигает $\approx 13-15\%$. Ограничение сверху на значения импульса приводит к ограничению на температуру. Хотя в формулах (18), (21), (22) интегрирование ведется в пределах от 0 до ∞ , в подынтегральных выражениях присутствует быстро убывающая экспонента, которая фактически ограничивает значения переменной интегрирования. Интегралы в формулах (18), (21), (22) берутся численно, поэтому заменяем бесконечный верхний предел конечным $a_{\max} = q_{\max}^2 - 2$. Задавшись максимальным значением допускаемой при замене относительной ошибки $\approx 13\%$, получаем, что температура не должна превышать 50 К. При этих оценках полагалось $\gamma \sim 0.1$. Графики зависимости $X_{1,b=1/2}$, $X_{2,b=1/2}$, $X_{b=2}$ от отношения частоты столкновений к частоте одной из падающих волн приведены на рис. 2, 3. Из рисунков видно, что коэффициенты $X_{1,b=1/2}$, $X_{2,b=1/2}$ в (20) уменьшаются с увеличением частоты столкновений, а коэффициент $X_{b=2}$ в (17) растет на этом интервале частот. При значениях полей E_{01} , $E_{02} \approx 3 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$, $H \approx 4 \cdot 10^3 \text{ А} \cdot \text{м}^{-1}$, концен-

трации носителей $n \sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$, частоты столкновения $\nu \approx 10^{11} \text{ с}^{-1}$ поверхностные плотности тока $j_{b=2}$, $j_{b=1/2}$ имеют порядок 10^{-6} А/см , что соответствует пространственной плотности тока 10^2 А/см^2 .

Отметим, что ограничение сверху на температуру влияет, по всей видимости, только на численное значение тока. Сам эффект возникновения постоянной составляющей тока в случае, когда на образец графена, помещенный в постоянное магнитное поле, нормально падают две взаимно перпендикулярно поляризованные электромагнитные волны, должен возникать и при более высоких температурах (вплоть до комнатных). Причина возникновения постоянной составляющей — в неаддитивности энергетического спектра двуслойного графена. Раскладывая выражение для спектра (1) до больших порядков, можно распространить область применимости спектра до более высоких температур. Для того чтобы учесть влияние более высоких степеней импульса в разложении спектра на возникновение постоянной составляющей тока, поступаем следующим образом. Оставим в решениях модифицированных уравнений движения члены не выше того порядка по напряженности полей, который встречается в выражениях (14), (15), поскольку этот порядок уже обеспечивает первое неисчезающее приближение. Проведенные таким способом непосредственные вычисления для разложения спектра до членов восьмого порядка по величине импульса показывают, что качественно эффект не меняется. Возникновение постоянной составляющей тока в указанных условиях подтверждает также численное моделирование рассматриваемой задачи по методу Монте-Карло (будет опубликовано позже).

Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. *Science* **306**, 666 (2004).
- [2] Ю.Е. Лозовик, С.П. Меркулова, А.А. Соколик. *УФН* **178**, 757 (2008).
- [3] С.В. Морозов, К.С. Новоселов, А.К. Гейм. *УФН* **178**, 776 (2008).
- [4] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, R.S. Novoselov, A.K. Geim. *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).
- [5] S.Y. Zhou, G.-H. Gweon, A.V. Fedorov, P.N. First, W.A. de Heer, D.-H. Lee, F. Guinea, A.H. Castro Neto, A. Lanzara. *Nature Mater.* **6**, 770 (2007).
- [6] E.V. Castro, K.S. Novoselov, S.V. Morozov, N.M.R. Peres, J.M.B. Lopes dos Santos, J. Nilsson, F. Guinea, A.K. Geim, A.H. Castro Neto. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 216 802 (2007).
- [7] T. Ohta, A. Bostwick, T. Seyller, K. Horn, E. Rotenberg. *Science* **313**, 951 (2006).
- [8] Z. Chen, Y.-M. Lin, M.J. Rooks, P. Avouris. *Physica E* **40**, 228 (2007).
- [9] Y.Q. Wu, P.D. Ye, M.A. Capano, Y. Xuan, Y. Sui, M. Qi, J.A. Cooper. *Appl. Phys. Lett.* **92**, 092 192 (2008).
- [10] P.R. Wallace. *Phys. Rev.* **71**, 622 (1947).
- [11] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Э.В. Марчук. *Письма в ЖТФ* **34**, 21, 21 (2008).
- [12] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. *ФТТ* **51**, 2033 (2009).
- [13] N.H. Shon, V.H. Anh. *Phys. Status Solidi B* **134**, 363 (1986).
- [14] K.N. Alekseev, E.H. Cannon, J.C. McKinney, F.V. Kusmartsev, D.K. Campbell. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2669 (1998).
- [15] K.N. Alekseev, M.V. Erementchouk, F.V. Kuzmartsev. *Europhys. Lett.* **47**, 595 (1999).
- [16] K. Seeger. *Appl. Phys. Lett.* **76**, 82 (2000).
- [17] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь. *Опт. и спектр.* **100**, 989 (2006).
- [18] J. Nilsson, A.H. Castro Neto. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 126 801 (2007).