

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ
С АНТИСИММЕТРИЧНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ
НА ИНТЕРФЕЙСЕ ПРИ ФЕРМИ-РЕЗОНАНСЕ
КОЛЕБАНИЙ ГРАНИЧАЩИХ КРИСТАЛЛОВ**

© *О.А.Дубовский, А.В.Орлов*

Физико-энергетический институт,
249020 Обнинск, Россия
(Поступила в Редакцию 22 января 1996 г.)

В последнее время разрабатываются новые технологии изготовления многослойных сверхрешеток для нелинейных оптических устройств, которые в перспективе могут быть использованы для создания оптического компьютера [1-3]. Проблемы теоретического анализа нелинейных свойств таких сверхрешеток обсуждались в [4-9]. В [5-9] изучался эффект экситон-экситонного взаимодействия в контактирующих слоях в случае ферми-резонанса (FR), когда энергия $\hbar\omega_c$ экситона типа C в одном C-слое близка к суммарной энергии $2\hbar\omega_b$ двух экситонов B-типа в соседнем слое. В этих работах были найдены новые состояния: квантовые и классические интерфейсные моды (FRIM). В настоящее время проводятся экспериментальные исследования нелинейных волн этого типа, и изучение полной систематики волновых решений такого типа является актуальным. В [7] было указано на связь бистабильности и FRIM. В [8] было показано, что в континуальном длинноволновом приближении при жестких ограничениях на параметры, определяющие перенос энергии вдоль интерфейса, существует солитон с единственной фиксированной частотой, определяемой этими параметрами. В [10] был предложен метод решения соответствующей системы нелинейных динамических уравнений, использующий оригинальную рекуррентную процедуру, и с использованием этого метода найдены решения солитонного типа. Было найдено также несколько принципиально новых решений квазисолитонного типа для нелинейных волн, распространяющихся вдоль интерфейса. Отметим, что в [8-10] были найдены нелинейные решения, в том числе солитонного типа, имеющие симметричные огибающие (СО). В данной работе показано, что в дополнение к найденным раньше нелинейным решениям, имеющим СО, существуют нелинейные решения, в том числе солитонного типа, имеющие антисимметричную огибающую (АСО). В [10] было показано, что солитоны с СО существуют не при одной фиксированной частоте, как это было получено в [8,9], а в широком диапазоне

частот. В данной работе показано, что для решений с АСО, так же как и для решений с СО, солитоны существуют не при одной фиксированной частоте, а в широком диапазоне частот. Найдено несколько новых решений квазисолитонного типа волн с АСО.

Для сокращения объема расчетов рассмотрим одномерную модель интерфейса в виде замкнутой цепочки из N_0 пар молекул (мономеров) B и C . В представлении вторичного квантования гамильтониан H имеет вид [6,10]

$$H = H_c + H_b + H_{\text{int}}, \quad H_{\text{int}} = \Gamma[c_n(b_n^+)^2 + b_n^2 c_n^+], \quad (1)$$

где операторы H_b, H_c квадратичны по бозе-операторам b_n, c_n , учитывают энергию взаимодействия ближайших соседей V_c, V_b и имеют обычный вид, Γ — константа ангармонического взаимодействия, определяющая эффект FR. При сильной накачке, больших числах заполнения используется классическое приближение, и уравнения Гейзенберга имеют вид

$$i\hbar \frac{\partial B_n}{\partial t} - \hbar\omega_b B_n - V_b(B_{n+1} + B_{n-1}) = 2\Gamma B_n^* C_n, \\ i\hbar \frac{\partial C_n}{\partial t} - \hbar\omega_c C_n - V_c(C_{n+1} + C_{n-1}) = \Gamma B_n^2, \quad (2)$$

где $B_n = \langle b_n \rangle$, $C_n = \langle c_n \rangle$. После масштабного преобразования $\tilde{b}_n = (\Gamma/\hbar)B_n$, $\tilde{c}_n = (\Gamma/\hbar)C_n$, как и в [10], для «стоячего» солитона будем искать нелинейные решения с несущей частотой Ω в виде $\tilde{b}_n = b_n \exp(-i\Omega t/2)$, $\tilde{c}_n = c_n \exp(-i\Omega t)$. Подстановка \tilde{b}_n, \tilde{c}_n в первое уравнение (2) дает c_n как функцию b_n . Последующая подстановка $c_n(b_n)$ во второе уравнение (2) дает после некоторых преобразований рекуррентное соотношение для b_{n+2} как функции четырех предыдущих величин $b_{n+1}, b_n, b_{n-1}, b_{n-2}$

$$b_{n+2} = \frac{b_{n+1}}{Q} \left[P \frac{b_{n-1} + b_{n+1}}{b_n} + 2b_n^2 - D - Q \frac{b_{n-2} + b_n}{b_{n-1}} - Q \frac{b_n}{b_{n+1}} \right], \quad (3)$$

где $Q \equiv V_b V_c$, $V_{b,c} = V_{b,c}/\hbar$, $P \equiv V_b(\Omega - \omega_c)$, $D \equiv (\Omega - \omega_c - 2V_c)(\Omega/2 - \omega_b)$. В отличие от [10], где рассматривались симметричные решения, будем искать теперь антисимметричные решения ($b_n = -b_{N_0-n+1}$) на системе узлов $1, 2, 3, \dots, N$ половины цепочки $N = N_0/2$, N_0 — четное. На старте рекуррентной процедуры вычисления b_n достаточно задать две величины b_1 и b_2 , так как $b_{1-1} = b_{N_0} = -b_1$ (по симметрии) и b_3 вычисляется из (3) с $n = 1$. Из последующих $N - 3$ уравнений с $n = 2, 3, \dots, N - 2$ по формуле (3) определяются b_4, b_5, \dots, b_N . Последние два уравнения (3) с $n = N - 1, N$ являются, фактически, уравнениями для определения двух неизвестных b_1, b_2 . Они имеют следующий вид:

$$F_1(b_1, b_2) \equiv P \frac{b_{N-2} + b_N}{b_{N-1}} - Q \frac{b_{N-3} + b_{N-1}}{b_{N-2}} - Q \frac{b_{N-1}}{b_N} + 2b_{N-1}^2 - D + Q = 0, \\ F_2(b_1, b_2) \equiv P \frac{b_{N-1}}{b_N} - Q \frac{b_{N-2} + b_N}{b_{N-1}} - Q \frac{b_{N-1}}{b_N} + 2b_N^2 - D - P + Q = 0. \quad (4)$$

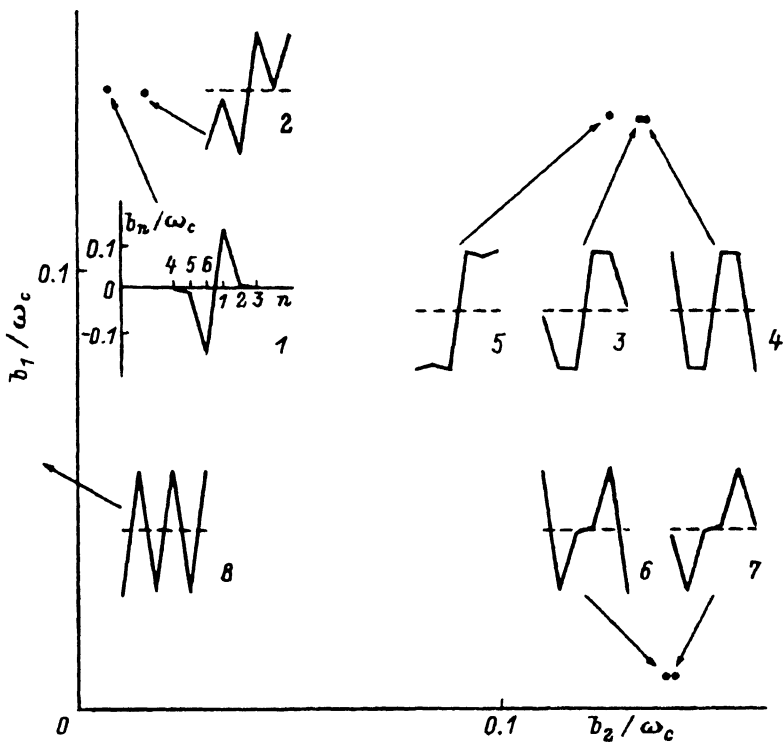


Рис. 1. Решения системы уравнений (4) в плоскости b_1, b_2 (жирные точки), $N_0 = 6$.

Огибающие нелинейных (антисимметричных) волн представлены на соответствующих вставках (по стрелкам).

Эта система уравнений, как и аналогичная система в [10], относительно легко решается численно. Алгоритм был реализован на ЭВМ для $N_0 = 6, 8, 10$. Вместе с найденными аналитическими решениями для $N_0 = 2, 4$, не представленными для краткости, это дает общую систематику нелинейных решений с АСО для интерфейса.

На рис. 1 представлены результаты расчета огибающих антисимметричных решений при $\Omega/\omega_c = 1.2$, $\omega_b/\omega_c = 0.4$, $V_b/\omega_c = V_c/\omega_c = 0.01$. Показан первый квадрант плоскости $b_1 > 0$, $b_2 > 0$. Жирными точками представлены найденные решения системы (4). Соответствующие этим точкам нормированные зависимости $b_n/\omega_c \rightarrow b_n$ представлены вставками (по стрелкам). Решения, как и для симметричных солитонов, расположены кластерами: 1, 2 ($b_1 \cong 0.14$, $b_2 \cong 0.01$), 3-5 ($b_1 \cong b_2 \cong 0.13$), 6, 7 ($b_1 \cong 0.01$, $b_2 \cong 0.14$). Эти кластеры находятся в тех же областях плоскости b_1, b_2 , что и кластеры, отвечающие симметричным решениям [10]. Решению, отвечающему солитону с АСО, соответствует вставка 1. Расчеты показали, что, как и для симметричных решений [10], увеличение N_0 приводит только к наращиванию «хвоста» солитона при слабом изменении более близких к экстремуму огибающей значений b_1, b_2, \dots . Вставки 2, 5, 7 отвечают симметричным на половине замкнутой цепочки ($n \leftrightarrow N - n + 1$) решениям. Вставки 3, 4, 6 отвечают квазисолитонным решениям, не имеющим симметрии относительно преобразования $n \leftrightarrow N - n + 1$. Вставка 8 демонстрирует решение из другого квадранта

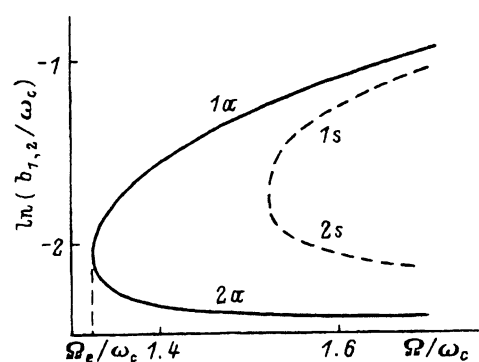


Рис. 2. Зависимость огибающей b_n антисимметричного солитона (сплошная кривая) и симметричного солитона (штриховая кривая) от несущей частоты Ω . Кривые $1a, 2a$ отвечают $n = 1, 2$ антисимметричного солитона, кривые $1s, 2s$ отвечают $n = 1, 2$ симметричного солитона.

с $b_1 = 0.141 > 0$, $b_2 = -0.141 < 0$. Выяснение физического смысла полученных решений квазисолитонного типа не являлось целью работы и предполагается в дальнейшем. Отметим, что предложенная процедура позволяет проследить возникновение и эволюцию мультисолитонных решений: бисолитонов, трисолитонов и т.д.

В плоскости b_1, b_2 точка, отвечающая при тех же параметрах симметричному солитону, исследованному в [8-10], находится рядом с точкой, отвечающей найденному солитону с АСО. При этом в крупном масштабе, используемом на рис. 1, эти точки при данных параметрах визуально совпадают. Для проявления разницы в положениях точек в плоскости b_1, b_2 , отвечающих симметричным и антисимметричным солитонам, и для исследования частотной зависимости $b_{1,2}(\Omega)$ был проведен расчет огибающих солитонных решений с измененными параметрами $V_b/\omega_c = V_c/\omega_c = 0.1$, $\omega_b/\omega_c = 0.4$, $\Omega/\omega_c = 1.2$. На рис. 2 сплошной линией представлены зависимости $\ln b_n(\Omega)$ ($n = 1, 2$) для солитонного решения с АСО (кривые $1a, 2a$). Эти кривые, отвечающие зависимостям $b_1(\Omega)$, $b_2(\Omega)$ при $\Omega = \Omega_e \approx 1.32\omega_c$, как видно из рис. 2, соединяются. Зависимости $b_{3,4}(\Omega)$ непосредственно определяются по b_1, b_2 из (3) и для краткости не представлены на рисунке. Для сравнения на этом же рисунке штриховой линией представлены зависимости $\ln b_n(\Omega)$ для симметричного решения [8-10] (кривые $1s, 2s$ отвечают $\ln b_{1,2}$ симметричного решения). Как видно из рисунка, зависимости $\ln b_n(\Omega)$ для антисимметричного решения имеют в общем тот же вид, что и аналогичные зависимости для симметричного решения, но смещены относительно последних в низкочастотную область. Соответственно в плоскости b_1, b_2 при данной частоте точка, отвечающая антисимметричному солитону, смещена относительно точки, отвечающей симметричному солитону, в сторону больших значений b_1 и меньших значений b_2 . Как видно из рис. 2, никаких выделенных частот типа найденной в [8,9] не наблюдается. Это связано с тем обстоятельством, что априори предполагаемая в [8,9] пропорциональность b_n и c_n существует лишь при одной определенной частоте, а при других частотах это условие не выполняется.

В заключение авторы считают своим долгом выразить искреннюю признательность В.М.Аграновичу, А.М.Камчатнову и С.А.Дарманяну за полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] So F.F., Forrest S.R., Shy Y.Q., Steier W.H. Appl. Phys. Lett. **56**, 5, 674 (1990).
- [2] So F.F., Forrest S.R. Phys. Rev. Lett. **66**, 6, 2649 (1991).
- [3] Agranovich V.M. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **230**, 1, 13 (1993).
- [4] Agranovich V.M., Atanasov R.D., Bassani G.P. Chem. Phys. Lett. **199**, 6, 621 (1992).
- [5] Agranovich V.M. Physica Scripta **T49**, 5, 699 (1993).
- [6] Agranovich V.M., Dubovsky O.A. Chem. Phys. Lett. **210**, 4-6, 458 (1993).
- [7] Agranovich V.M., Page J.B. Phys. Lett. **A183**, 5/6, 651 (1993).
- [8] Агранович В.М., Камчатнов А.М. Письма в ЖЭТФ **59**, 6, 397 (1994).
- [9] Agranovich V.M., Dubovsky O.A., Kamchatnov A.M. J. Phys. Chem. **98**, 51, 13607 (1994).
- [10] Дубовский О.А., Орлов А.В. ФТТ. В печати.